



Τριγωνομετρία



Κώστας Γλυκός

Άλγεβρα

Κεφάλαιο 3

452 ασκήσεις

και τεχνικές

σε 50 σελίδες

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ

Ιδιαίτερα μαθήματα

697.300.88.88

Kglykos.gr

14/8/2026

εκδόσεις

Καλό πήξιμο



Τα πάντα για την
τριγωνομετρία

Τριγωνομετρικοί αριθμοί γωνιών

kglykos.gr

626. Ποιες από τις παρακάτω τιμές δε μπορεί να είναι ημίτονο γωνίας;

- α. $\frac{1}{2}$ β. $-\frac{3}{2}$ γ. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ δ. $-\frac{1}{2}$ ε. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ στ. $-\frac{\sqrt{8}}{4}$ ζ. $\frac{3}{\sqrt{3}}$

627. Να βρείτε το πρόσθετο των παρακάτω γινομένων:

- α. $\eta\mu 80^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 260^\circ$
β. $\sigma\upsilon\nu 120^\circ \cdot \epsilon\phi 310^\circ$
γ. $\eta\mu 100^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 100^\circ \cdot \epsilon\phi 100^\circ$
δ. $\epsilon\phi 240^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 320^\circ \cdot \sigma\phi 510^\circ$

$$-1 \leq \eta\mu x, \sigma\upsilon\nu x \leq 1, \epsilon\phi x, \sigma\phi x \in \mathbb{R}$$

$$\text{Αν } \alpha \text{ ακτίνια και } \mu \text{ μοίρες : } \frac{\alpha}{\pi} = \frac{\mu}{180}$$

628. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $\sigma\upsilon\nu^2 0 + \sigma\upsilon\nu^2 \frac{\pi}{6} + \eta\mu^2 \frac{\pi}{4} - \eta\mu^2 \frac{\pi}{3} - \epsilon\phi^2 \frac{\pi}{4}$

629. Αν $|\eta\mu x| + |\sigma\upsilon\nu x| = 2$ τότε η γωνία x ισούται με:

- α. 0 β. 90 γ. 180 δ. 270 ε. 45 στ. Τίποτα από αυτά

630. Να υπολογίσετε τους παρακάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς:

- α. $\epsilon\phi 1845$ β. $\eta\mu 2580$ γ. $\sigma\phi \frac{97\pi}{6}$ δ. $\sigma\upsilon\nu \frac{11\pi}{2}$

631. Εάν $\eta\mu x = \frac{\sqrt{2}}{3}$ και $90^\circ < x < 180^\circ$, να υπολογίσετε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας

632. Αν $\sigma\upsilon\nu x = -\frac{4}{5}$, $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$, να βρεις τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς

$$\frac{3}{5}, \frac{4}{3}, \frac{3}{4}$$

633. Ομοίως αν $\eta\mu x = \frac{1}{2}$, $0 < x < \frac{\pi}{2}$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3}$$

634. Ομοίως αν $\epsilon\phi x = -2$, $\frac{\pi}{2} < x < \pi$

Τριγωνομετρικές ταυτότητες

$$\eta\mu^2 x + \sigma\upsilon\nu^2 x = 1$$

$$\epsilon\phi x = \frac{\eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu x}, \sigma\phi x = \frac{\sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu x}$$

$$\epsilon\phi x \sigma\phi x = 1$$

Τα παραπάνω χρησιμοποιούνται σε ασκήσεις : (π.χ.)

$$\text{Αν } \eta\mu x = \frac{3}{5}, \frac{\pi}{2} < x < \pi \text{ τότε να}$$

βρεις τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς.



$$\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$$

635. Αν $\eta\mu x = -\frac{1}{5}, \pi < x < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow A = \frac{\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x}{\epsilon\phi x + \sigma\phi x} =$

$$\frac{-\sqrt{24} - 24}{125}$$

636. Αν $\sigma\phi x = \frac{1}{2}, \pi < x < \frac{3\pi}{2}$, να βρεις τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς

637. $-\frac{2}{\sqrt{5}}, -\frac{1}{\sqrt{5}}, 2$

638. Ποιες από τις παρακάτω τιμές δε μπορεί να είναι ημίτονο γωνίας;

$$\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{\sqrt{8}}{4}, \frac{3}{\sqrt{3}}$$

639. Δίνεται $\eta\mu x = 1, \sigma\upsilon\nu x = 1 \Rightarrow \Sigma \text{ ή } \Lambda$

640. Να βρείτε το πρόσημο των παρακάτω γινομένων:

- $\eta\mu 80^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 260^\circ$
- $\sigma\upsilon\nu 120^\circ \cdot \epsilon\phi 310^\circ$
- $\eta\mu 100^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 100^\circ \cdot \epsilon\phi 100^\circ$
- $\epsilon\phi 240^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 320^\circ \cdot \sigma\phi 510^\circ$

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
ημω	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
συνω	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
εφω	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-
σφω	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

641. Να υπολογίσεις την τιμή της παράστασης: $\sigma\upsilon\nu^2 \frac{\pi}{6} + \eta\mu^2 \frac{\pi}{4} - \eta\mu^2 \frac{\pi}{3} - \epsilon\phi^2 \frac{\pi}{4}$

642. Εάν $\eta\mu x = \frac{\sqrt{2}}{3}$ και $90^\circ < x < 180^\circ$, να υπολογίσετε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας x.

643. Δίνεται $\eta\mu x = \frac{1}{2}, \sigma\upsilon\nu x = \frac{1}{2} \Rightarrow \Sigma \text{ ή } \Lambda$

644. Δίνεται $\eta\mu x = -1, \sigma\upsilon\nu x = 0 \Rightarrow \Sigma \text{ ή } \Lambda$

645. Αν $x = 2\sigma\upsilon\nu a, y = 3\eta\mu a \Rightarrow 9x^2 + 4y^2 =$

36

646. Ν.δ.ο. $\frac{\eta\mu x}{1 + \sigma\upsilon\nu x} = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu x}$

647. $\frac{\sigma\upsilon\nu x}{1 - \eta\mu x} = \frac{1 + \eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu x}$

648. $(\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x)^2 = 1 - 2 \cdot \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x$

649. $\frac{\eta\mu x}{1 + \sigma\upsilon\nu x} + \frac{1 + \sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu x} = \frac{2}{\eta\mu x}$

650. $\sigma\upsilon\nu^2 x \cdot \sigma\upsilon\nu^2 y - \eta\mu^2 x \cdot \eta\mu^2 y + 1 = \sigma\upsilon\nu^2 x + \sigma\upsilon\nu^2 y$

651. $1 - \frac{\sigma\upsilon\nu^2 x}{1 + \eta\mu x} = \eta\mu x$





$$652. \frac{\sigma\upsilon\nu\chi}{1+\eta\mu\chi} + \frac{1+\eta\mu\chi}{\sigma\upsilon\nu\chi} = \frac{2}{\sigma\upsilon\nu\chi}$$

$$653. \frac{1-\varepsilon\varphi^2\chi}{1+\varepsilon\varphi^2\chi} = 1-2\cdot\eta\mu^2\chi$$

$$654. \frac{\eta\mu\chi}{1-\sigma\upsilon\nu\chi} + \frac{\eta\mu\chi}{1+\sigma\upsilon\nu\chi} = \frac{2}{\eta\mu\chi}$$

$$655. \varepsilon\varphi\chi + \frac{1}{\varepsilon\varphi\chi} = \frac{1}{\eta\mu\chi\sigma\upsilon\nu\chi}$$

$$656. 1 - \frac{\sigma\upsilon\nu^2\chi}{1+\eta\mu\chi} = \eta\mu\chi$$

$$657. \varepsilon\phi\chi \cdot \varepsilon\phi\gamma \cdot (\sigma\phi\chi + \sigma\phi\gamma) = \varepsilon\phi\chi + \varepsilon\phi\gamma$$

$$658. \frac{\varepsilon\varphi\alpha + \sigma\varphi\beta}{\varepsilon\varphi\beta + \sigma\varphi\alpha} = \frac{\varepsilon\varphi\alpha}{\varepsilon\varphi\beta}$$

$$659. \frac{1}{\sigma\upsilon\nu\chi} - \frac{\sigma\upsilon\nu\chi}{1+\eta\mu\chi} = \varepsilon\phi\chi$$

$$660. \frac{1-\varepsilon\varphi^2\chi}{1+\varepsilon\varphi^2\chi} = 1-2\cdot\eta\mu^2\chi$$

$$661. \frac{\varepsilon\varphi\chi - \eta\mu\chi}{\eta\mu^3\chi} = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu\chi + \sigma\upsilon\nu^2\chi}$$

$$662. \frac{\eta\mu\chi - \sigma\upsilon\nu\chi + 1}{\eta\mu\chi + \sigma\upsilon\nu\chi - 1} = \frac{\sigma\upsilon\nu\chi}{1 - \eta\mu\chi}$$

$$663. \varepsilon\varphi^2\alpha - \eta\mu^2\alpha = \varepsilon\varphi^2\alpha\eta\mu^2\alpha$$

$$664. \varepsilon\phi\chi - \sigma\phi\chi = \frac{1-2\sigma\upsilon\nu^2\chi}{\eta\mu\chi \cdot \sigma\upsilon\nu\chi}$$

$$665. \frac{\eta\mu\chi}{1+\sigma\upsilon\nu\chi} + \frac{1+\sigma\upsilon\nu\chi}{\eta\mu\chi} = \frac{2}{\eta\mu\chi}$$

666. Ν.δ.ο. ισχύουν οι σχέσεις :

$$\bullet \sigma\upsilon\nu^2\chi = \frac{1}{1+\varepsilon\varphi^2\chi}$$

$$\bullet \eta\mu^2\chi = \frac{\varepsilon\varphi^2\chi}{1+\varepsilon\varphi^2\chi}$$

$$\bullet (1+\varepsilon\varphi^2\chi)\sigma\upsilon\nu^2\chi = 1$$

$$667. \text{Ν.δ.ο. } \frac{1}{\eta\mu\chi\sigma\upsilon\nu\chi} = \varepsilon\varphi\chi + \sigma\varphi\chi$$

$$668. \text{Αν } x = \alpha\sigma\upsilon\nu\theta, y = \beta\eta\mu\theta \Rightarrow \frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$$



$$669. \text{Ν.δ.ο. } \eta\mu\chi\sigma\upsilon\nu\chi \leq \frac{1}{2}, \epsilon\phi\chi + \sigma\phi\chi \geq 2, \chi \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$

$$670. \text{Να αποδείξεις ότι : } \frac{1}{\eta\mu^2\chi} - \frac{1}{\epsilon\phi^2\chi} = 1$$

$$671. \frac{\epsilon\phi\chi + \sigma\phi\chi}{\epsilon\phi\chi + \sigma\phi\chi} = \frac{\epsilon\phi\chi}{\epsilon\phi\chi}$$

$$672. \frac{1}{\sigma\upsilon\nu\chi} - \frac{\sigma\upsilon\nu\chi}{1 + \eta\mu\chi} = \epsilon\phi\chi$$

$$673. \frac{\sigma\upsilon\nu\alpha + \sigma\phi\alpha}{\sigma\phi\alpha} = 1 + \eta\mu\alpha$$

$$674. \frac{\eta\mu\alpha}{\sigma\upsilon\nu\alpha\epsilon\phi^2\alpha} = \sigma\phi\alpha$$

$$675. \frac{\epsilon\phi\chi - \eta\mu\chi}{\eta\mu^3\chi} = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu\chi + \sigma\upsilon\nu^2\chi}$$

$$676. \epsilon\phi\chi - \sigma\phi\chi = \frac{1 - 2\sigma\upsilon\nu^2\chi}{\eta\mu\chi \cdot \sigma\upsilon\nu\chi}$$

$$677. \epsilon\phi\chi \cdot \epsilon\phi\chi \cdot (\sigma\phi\chi + \sigma\phi\chi) = \epsilon\phi\chi + \epsilon\phi\chi$$

$$678. \frac{\sigma\phi\alpha}{\epsilon\phi\alpha + \sigma\phi\alpha} = \sigma\upsilon\nu^2\alpha$$

$$679. \frac{1 + \epsilon\phi\alpha}{1 + \sigma\phi\alpha} = \epsilon\phi\alpha$$

$$680. \eta\mu^2\chi \cdot (1 + \sigma\phi^2\chi) + \sigma\upsilon\nu^2\chi \cdot (1 + \epsilon\phi^2\chi) = 2$$

$$681. \frac{\sigma\upsilon\nu\alpha}{1 + \eta\mu\alpha} + \frac{1 + \eta\mu\alpha}{\sigma\upsilon\nu\alpha} = \frac{2}{\sigma\upsilon\nu\alpha}$$

$$682. \sigma\phi^2\alpha - \sigma\upsilon\nu^2\alpha = \sigma\phi^2\alpha\sigma\upsilon\nu^2\alpha$$

$$683. \left(\epsilon\phi^2\alpha - \eta\mu^2\alpha\right) \frac{\sigma\phi^2\alpha}{\eta\mu^2\alpha} = 1$$

$$684. \frac{\eta\mu\alpha - \sigma\upsilon\nu\alpha}{\eta\mu\alpha + \sigma\upsilon\nu\alpha} = \frac{\epsilon\phi\alpha - 1}{\epsilon\phi\alpha + 1}$$

$$685. \frac{1 - 2\eta\mu^2\alpha}{2\sigma\upsilon\nu^2\alpha - 1} = 1$$

$$686. \frac{\eta\mu\alpha - \sigma\upsilon\nu\alpha}{\eta\mu\alpha + \sigma\upsilon\nu\alpha} = \frac{\epsilon\phi\alpha - 1}{\epsilon\phi\alpha + 1}$$

$$687. \text{Να υπολογίσεις την τιμή της παράστασης : } A = (\alpha\eta\mu\theta + \beta\sigma\upsilon\nu\theta)^2 + (\beta\eta\mu\theta - \alpha\sigma\upsilon\nu\theta)^2$$

$$a^2 + b^2$$



Μετατροπή τριγωνομετρικών αριθμών

688. Να υπολογίσεις τους τριγωνομετρικούς αριθμούς :

- $\sigma\upsilon\nu(\pi - \omega)$
- $\eta\mu(\frac{\pi}{2} - \omega)$
- $\epsilon\varphi(\frac{3\pi}{2} - \omega)$
- $\sigma\varphi(2\pi - \omega)$
- $\eta\mu(-\omega)$
- $\sigma\upsilon\nu(-\frac{\pi}{2} - \omega)$
- $\eta\mu(\frac{3\pi}{2} + \omega)$
- $\sigma\upsilon\nu(\frac{\pi}{2} + \omega)$

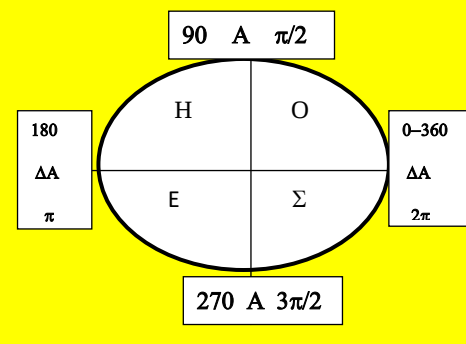
689. Να υπολογίσεις τους τριγωνομετρικούς αριθμούς :

- $\sigma\upsilon\nu(2\pi - \omega)$
- $\eta\mu(2\pi + \omega)$
- $\sigma\varphi(\frac{3\pi}{2} + \omega)$
- $\eta\mu(\pi + \omega)$
- $\sigma\varphi(\pi + \omega)$
- $\epsilon\varphi(\frac{\pi}{2} + \omega)$
- $\sigma\upsilon\nu(\pi + \omega)$
- $\epsilon\varphi(\pi - \omega)$

690. Να υπολογίσεις τους τριγωνομετρικούς αριθμούς :

- $\sigma\upsilon\nu(\frac{\pi}{2} + \omega)$
- $\eta\mu(\frac{\pi}{2} - \omega)$
- $\epsilon\varphi(\frac{\pi}{2} - \omega)$
- $\sigma\upsilon\nu(\frac{3\pi}{2} + \omega)$

Να υπολογίσεις : $\eta\mu(\frac{3\pi}{2} - x)$, $\sigma\upsilon\nu(\pi + x)$





- $\eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} - \omega\right)$
- $\sigma\upsilon\nu\left(\frac{3\pi}{2} - \omega\right)$
- $\eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} + \omega\right)$

691. Να υπολογίσεις τους τριγωνομετρικούς αριθμούς :

- $\epsilon\varphi(2\pi + \omega)$
- $\epsilon\varphi\left(\frac{3\pi}{2} + \omega\right)$
- $\eta\mu(2\pi + \omega)$
- $\sigma\upsilon\nu(\pi + \omega)$
- $\sigma\varphi(3\pi + \omega)$
- $\epsilon\varphi(-\pi + \omega)$
- $\sigma\upsilon\nu(-\omega)$

692. Να υπολογίσεις τους τριγωνομετρικούς αριθμούς :

- $\eta\mu\left(\frac{21\pi}{2} + \omega\right)$
- $\sigma\upsilon\nu(4\pi + \omega)$
- $\eta\mu(5\pi - \omega)$
- $\sigma\upsilon\nu\left(\frac{23\pi}{2} + \omega\right)$
- $\epsilon\varphi\left(\frac{13\pi}{2} - \omega\right)$
- $\eta\mu(2\pi - \omega)$

693. Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

α.
$$\frac{\eta\mu(3\pi + \alpha) \cdot \sigma\varphi(7\pi + \alpha) \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha}{\sigma\upsilon\nu(3\pi + \alpha) \cdot \sigma\varphi(4\pi + \alpha) \cdot \eta\mu\alpha}$$

β.
$$\frac{2 \cdot \eta\mu(\pi - \theta) + \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) - 2 \cdot \eta\mu(2\pi - \theta)}{\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) - 3 \cdot \sigma\upsilon\nu(\pi - \theta) + \sigma\upsilon\nu(2\pi - \theta)}$$

694. Να εκφράσετε συναρτήσει των συνx και ημx την παράσταση:

$$A = \sigma\upsilon\nu(-x) + \eta\mu(-x) + \eta\mu(\pi + x) + \sigma\upsilon\nu(\pi - x)$$

695. Ν.δ.ο.
$$\frac{\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \epsilon\varphi\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha}{\eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \sigma\varphi\left(\frac{6\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \sigma\upsilon\nu(\pi - \alpha) \cdot \eta\mu\alpha} = -1 \text{ με } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2},$$



696. Να υπολογίσεις τους τριγωνομετρικούς αριθμούς :

- ημ120
- συν120
- εφ210
- σφ300
- ημ360
- εφ240

$$\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3}, 0, \sqrt{3}$$

697. Ν.δ.ο. $\frac{\eta\mu^2 212^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 302^\circ - \sigma\upsilon\nu^3 148^\circ}{\eta\mu 58^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 32^\circ + \eta\mu 392^\circ \cdot \eta\mu 148^\circ - \eta\mu 58^\circ \cdot \eta\mu 148^\circ} = \sigma\upsilon\nu 32^\circ + \eta\mu 32^\circ$

698. Να υπολογίσεις : $\eta\mu \frac{3\pi}{4}, \sigma\upsilon\nu \frac{5\pi}{6}, \epsilon\phi \frac{5\pi}{3}, \eta\mu \frac{-5\pi}{6}$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, -\sqrt{3}, -\frac{1}{2}$$

699. Αν $\eta\mu 18 = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$, να βρεις τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των 72°

$$\sigma\upsilon\nu 18 = \frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$$

700. Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ να δείξεις ότι :

- $\eta\mu(A + \Gamma) = \eta\mu B$
- $\eta\mu \frac{\Gamma}{2} = \sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2}$

701.

702. Έστω $A = \frac{\epsilon\phi\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)}{\sigma\upsilon\nu(2\pi - x)}$, $B = \sigma\upsilon\nu\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \eta\mu(\pi + x)$, $\Gamma = \sigma\upsilon\nu(\pi + x) \cdot \eta\mu\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$, ν.δ.ο.

- $\Gamma = B + 1$
- $B + A = \sigma\upsilon\nu^2 \alpha$
- $A + B = \Gamma$

703. Να υπολογίσεις : $\frac{\sigma\phi(\pi + x) \eta\mu(2\pi - x) \eta\mu\left(\frac{13\pi}{2} + x\right)}{\sigma\upsilon\nu(\pi - x) \eta\mu(-x) \epsilon\phi\left(\frac{17\pi}{2} + x\right)}$

1

704. Να υπολογίσεις $\eta\mu(\pi - x) + \eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \eta\mu(x - \pi) - \eta\mu\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

0



705. Να απλοποιήσεις την παράσταση $A = \frac{\sin(3\pi + x) \eta\mu\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \sigma\varphi(7\pi - x)}{\eta\mu(9\pi - x) \sigma\upsilon\nu\left(x - \frac{7\pi}{2}\right) \varepsilon\varphi\left(-\frac{\pi}{2} + x\right)}$

$\sigma\varphi^2 x$

706. Αν είναι γνωστό ότι το $\eta\mu 15 = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{4}$, να υπολογίσεις τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς

707. Να εκφράσεις τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών σε σχέση με τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας θ

- $7\pi + \theta$
- $\theta - \frac{9\pi}{2}$

708. Να υπολογίσεις το γινόμενο $\varepsilon\varphi 1 \cdot \varepsilon\varphi 2 \cdot \varepsilon\varphi 3 \dots \varepsilon\varphi 87 \cdot \varepsilon\varphi 88 \cdot \varepsilon\varphi 89$

1

709. Να απλοποιήσεις την παράσταση $C = A - B$, $A = \frac{-\eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} - \beta\right) \sigma\varphi\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}{\sigma\upsilon\nu(2\pi - \beta) \varepsilon\varphi(\pi - \alpha)}$, $B = \frac{\eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) \varepsilon\varphi\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)}{\sigma\upsilon\nu(\pi - \alpha) \sigma\varphi\left(\frac{3\pi}{2} - \beta\right)}$

710. Να απλοποιήσεις την παράσταση $\Gamma = \frac{\varepsilon\varphi(180 - \alpha) \sigma\upsilon\nu(540 - \alpha) \varepsilon\varphi(450 - \alpha)}{\eta\mu(90 + \alpha) \sigma\varphi(810 - \alpha) \varepsilon\varphi(\alpha - 270)}$

-1

711. Αν A, B, Γ γωνίες τριγώνου, ν.δ.ο.

- $\sigma\varphi A + \sigma\varphi(B + \Gamma) = 0$
- $\varepsilon\varphi \frac{A + \Gamma}{2} \varepsilon\varphi \frac{B}{2} = 1$
- $\sigma\upsilon\nu(2B + 2\Gamma) = \sigma\upsilon\nu 2A$

712. Δίνεται τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$, Ν.δ.ο.

- $\sigma\upsilon\nu(A + \Gamma) = \sigma\upsilon\nu(B + \Delta)$
- $\eta\mu \frac{A + \Gamma}{2} = \eta\mu \frac{B + \Delta}{2}$

713. Αν $a - b = \frac{\pi}{2}$, ν.δ.ο.

- $\eta\mu a = \sigma\upsilon\nu b$
- $\eta\mu^2(\pi - a) + \eta\mu^2(\pi + \beta) = 1$

714. Να υπολογίσεις την παράσταση $A = \frac{\sigma\upsilon\nu 675 \eta\mu 390 + \sigma\upsilon\nu 420 \eta\mu 675}{\varepsilon\varphi 30 + \sigma\varphi 210}$

0

715. Αν $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \varepsilon\varphi(\pi + x) < 2\sqrt{2} + 3\sigma\upsilon\nu(\pi - x)$



716. Να υπολογίσεις
$$\frac{\sigma\phi(5\pi + x)\eta\mu(10\pi - x)\eta\mu\left(\frac{13\pi}{2} + x\right)}{\sigma\upsilon\nu(21\pi - x)\eta\mu(-x)\epsilon\phi\left(\frac{17\pi}{2} + x\right)}$$

1

717. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της γραμμής Α με τα ίσα τους στη γραμμή Β.

Γραμμή Α Γωνία ω σε μοίρες	Α. 30°	Β. 45°	Γ. 60°	Δ. 120°	Ε. 135°	ΣΤ. 150°	
Γραμμή Β Γωνία ω σε rad	1. $\frac{\pi}{3}$	2. $\frac{\pi}{4}$	3. $\frac{6\pi}{5}$	4. $\frac{3\pi}{4}$	5. $\frac{5\pi}{6}$	6. $\frac{2\pi}{3}$	7. $\frac{\pi}{6}$

718. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

Γωνία ω	Πρόσημο			
	ημω	συνω	εφω	σφω
130°				
-100°				
87°				
-80°				

719. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό ή Λάθος.

- $\eta\mu 200^\circ > 0$
- $\sigma\upsilon\nu \frac{4\pi}{3} < 0$
- $\eta\mu 30^\circ > 0$
- $\sigma\upsilon\nu 300^\circ < 0$
- $\epsilon\phi 200^\circ > 0$
- $\sigma\phi \frac{7\pi}{6} > 0$

720. Μια επίκεντρη γωνία ω βαίνει σε τόξο μήκους 20cm. Να εκφράσετε τη γωνία ω σε ακτίνια, αν η ακτίνα του κύκλου είναι $\rho = 5\text{cm}$.

721. Να εκφράσετε τη γωνία

- 120° σε rad
- $\frac{3\pi}{4}$ rad σε μοίρες



722. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών: i. 765° ii. $\frac{49\pi}{6}$ rad

723. Να δείξετε ότι: $|2\eta\mu x + 3\sigma\upsilon\nu y| \leq 5$.

724. Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή των παραστάσεων :

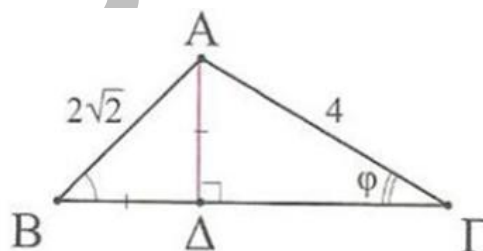
- $A = 3\eta\mu x - 4\sigma\upsilon\nu y$
- $B = 2\eta\mu x - 3\sigma\upsilon\nu y$
- $\Gamma = 5 - 3\eta\mu^2 x$

725. 13. Αν $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ και $\frac{\pi}{3} < y < \frac{\pi}{2}$, να βρείτε το πρόσημο των παραστάσεων:

- $A = \sigma\upsilon\nu(x + y)$
- $B = \epsilon\phi 3y$
- $\Gamma = \eta\mu(x - y)$

726. 14. Με τη βοήθεια του παρακάτω σχήματος να υπολογίσετε :

- το ύψος $A\Delta$
- τη γωνία φ
- το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.



727. Να μετατρέψετε σε μοίρες τα τόξα :

- $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$
- $\frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{4}, 2\pi$
- $\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{18}, \frac{5\pi}{12}, \frac{5\pi}{18}$

728. Να μετατρέψετε σε ακτίνια (rad) τις γωνίες : i. $120^\circ, 150^\circ, 135^\circ, 270^\circ$ ii. $10^\circ, 15^\circ, 12^\circ$

729. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων :

- $A = \frac{2\eta\mu 30^\circ + 2\epsilon\phi 30^\circ \cdot \eta\mu 60^\circ + \epsilon\phi 45^\circ}{2\sigma\upsilon\nu 60^\circ - 2\sigma\phi 30^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ + \sigma\phi 45^\circ}$



$$B = \frac{2\eta\mu\frac{\pi}{6} + \sqrt{2}\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4} + 2\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3}}{\epsilon\phi\frac{\pi}{4} + \sqrt{3}\sigma\phi\frac{\pi}{3} + \sigma\phi\frac{\pi}{4}}$$

$$\Gamma = \frac{3\epsilon\phi\frac{\pi}{3} + 2\eta\mu\frac{\pi}{3} - 3\sigma\phi\frac{\pi}{6} + 6\sqrt{3}\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3}}{2\sigma\phi\frac{\pi}{6} + 2\epsilon\phi\frac{\pi}{3} - 2\sqrt{3}\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6} + 6\eta\mu\frac{\pi}{4} \cdot \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4}}$$

730. Να βρείτε του τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών :

$$\text{i. } \omega = \frac{41\pi}{4} \quad \text{ii. } \omega = \frac{601\pi}{6} \quad \text{iii. } \omega = \frac{901\pi}{3}$$

$$\text{iv. } \omega = \frac{61\pi}{6} \quad \text{v. } \omega = \frac{49\pi}{4} \quad \text{vi. } \omega = \frac{301\pi}{3}$$

731. Να υπολογίσουμε τις τιμές των παραστάσεων :

$$A = \frac{6\eta\mu\left(2\pi + \frac{\pi}{6}\right) + 2\sigma\upsilon\nu\left(4\pi + \frac{\pi}{3}\right)}{\sqrt{3}\epsilon\phi\left(6\pi + \frac{\pi}{3}\right) + \sigma\phi\left(8\pi + \frac{\pi}{4}\right)}$$

$$B = \frac{2\eta\mu\frac{13\pi}{6} + \sqrt{2}\sigma\upsilon\nu\frac{17\pi}{4} + 2\sigma\upsilon\nu\frac{61\pi}{3}}{\epsilon\phi\frac{17\pi}{4} + \sqrt{3}\sigma\phi\frac{25\pi}{3} + \sigma\phi\frac{33\pi}{4}}$$

732. Αν $\eta\mu\omega = -\frac{3}{5}$ και $\pi < \omega < \frac{3\pi}{2}$, να βρείτε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .

733. Αν $\sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{4}{5}$ και $\frac{\pi}{2} < \omega < \pi$, να βρείτε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .

734. Αν $\sigma\phi\omega = -\frac{5}{12}$ και $270^\circ < \omega < 360^\circ$, να βρείτε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .

735. Αν $\epsilon\phi\omega = -\frac{4}{3}$ και $\frac{\pi}{2} < \omega < \pi$, να αποδείξετε ότι :

$$\sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{3}{5} \text{ και } \eta\mu\omega = \frac{4}{5}$$

$$\frac{5\eta\mu\omega - 15\sigma\upsilon\nu\omega}{6\epsilon\phi\omega - 5\eta\mu 90^\circ} = -1$$

736. Για μια γωνία $\omega \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ ισχύει : $5\eta\mu^2\omega - 7\eta\mu\omega - 6 = 0$

$$\text{• Να αποδείξετε ότι : } \eta\mu\omega = -\frac{3}{5}$$

• Να υπολογίσετε τους αριθμούς $\sigma\upsilon\nu\omega$, $\epsilon\phi\omega$ και $\sigma\phi\omega$.

737. Αν είναι $3\sigma\upsilon\nu x + 4\eta\mu x = 5$, τότε :

• Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu x$, $\sigma\upsilon\nu x$, $\epsilon\phi x$ και $\sigma\phi x$.

• Να βρείτε το τεταρτημόριο στο οποίο καταλήγει το τόξο x .



738. Αν είναι $3\eta\mu x - 4\sigma\upsilon\nu x = 5$, τότε :

- Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu x, \sigma\upsilon\nu x, \epsilon\phi x$ και $\sigma\phi x$.
- Να βρείτε το τεταρτημόριο στο οποίο καταλήγει το τόξο x .

739. Αν για τη γωνία x , ισχύει $3\sigma\upsilon\nu^2 x + 4\eta\mu x + 1 = 0$, να βρείτε το $\eta\mu x$.

740. Να δείξετε ότι τα σημεία $M(x, y)$ του επιπέδου με $x = 5\sigma\upsilon\nu\theta$ και $y = 5\eta\mu\theta$, είναι σημεία κύκλου κέντρου $O(0,0)$ και ακτίνας $\rho = 5$.

741. Αν $x = \eta\mu\theta$ και $y = \sigma\upsilon\nu^2\theta$, $\theta \in \mathbb{R}$, να δείξετε ότι τα σημεία $M(x, y)$ ανήκουν σε παραβολή, της οποίας να βρείτε την κορυφή.

742. Να εξετάσετε αν υπάρχουν τιμές του x , για τις οποίες να ισχύει συγχρόνως $\eta\mu x = \frac{2}{3}$ και $\sigma\upsilon\nu x = \frac{1}{3}$.

743. Αν $\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x = \alpha$, να υπολογίσετε ως συνάρτηση του α τις παραστάσεις:

- $\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x$
- $\eta\mu^4 x + \sigma\upsilon\nu^4 x$

744. Αν $\eta\mu x = \frac{3}{5}$ και $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, να υπολογιστεί η παράσταση: $A = \frac{\sigma\upsilon\nu x}{\epsilon\phi x + \sigma\phi x}$.

745. Να δείξετε ότι: $\frac{1-\eta\mu\alpha}{\sigma\upsilon\nu\alpha} = \frac{\sigma\upsilon\nu\alpha}{1+\eta\mu\alpha}$.

746. Να δείξετε ότι: $\eta\mu^2\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu^2\beta - \eta\mu^2\beta \cdot \sigma\upsilon\nu^2\alpha = \eta\mu^2\alpha - \eta\mu^2\beta$.

747. Να δείξετε ότι: $\frac{1-\epsilon\phi x}{1+\epsilon\phi x} = \frac{\sigma\phi x-1}{\sigma\phi x+1}$.

748. Να δείξετε ότι: $\frac{\sigma\upsilon\nu\theta}{1+\epsilon\phi\theta} - \frac{\eta\mu\theta}{1+\sigma\phi\theta} = \sigma\upsilon\nu\theta - \eta\mu\theta$.

749. Να δείξετε ότι: $\frac{1+\sigma\phi^5 x}{1+\epsilon\phi^5 x} = \left(\frac{1+\sigma\phi x}{1+\epsilon\phi x} \right)^5$.

750. Αν $0 < x < \pi$, να δείξετε ότι: $\sqrt{\frac{1-\sigma\upsilon\nu x}{1+\sigma\upsilon\nu x}} - \sqrt{\frac{1+\sigma\upsilon\nu x}{1-\sigma\upsilon\nu x}} = -2\sigma\phi x$

751. Να αποδείξετε ότι: $\frac{\eta\mu x}{1+\sigma\upsilon\nu x} + \frac{1+\sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu x} = \frac{2}{\eta\mu x}$.

752. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A = \frac{\eta\mu^2\alpha + \eta\mu^2\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu^2\alpha + \sigma\upsilon\nu^4\alpha}{\eta\mu^4\beta + 2\sigma\upsilon\nu^2\beta - \sigma\upsilon\nu^4\beta}$.

753. Να αποδειχθεί ότι :



- $(\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x)^2 + (\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x)^2 = 2$
- $\frac{\eta\mu^3\alpha + \sigma\upsilon\nu^3\alpha}{\eta\mu\alpha + \sigma\upsilon\nu\alpha} + \frac{\eta\mu^3\alpha - \sigma\upsilon\nu^3\alpha}{\eta\mu\alpha - \sigma\upsilon\nu\alpha} = 2$
- $\frac{1}{1-\epsilon\phi^2\alpha} + \frac{1}{1-\sigma\phi^2\alpha} = 1$
- $\sigma\upsilon\nu^4\alpha + \sigma\upsilon\nu^2\alpha \cdot \left(\eta\mu^2\alpha + \frac{1}{\sigma\phi^2\alpha}\right) = 1$

754. Να αποδειχθεί ότι :

- $\sigma\upsilon\nu^4x + \sigma\upsilon\nu^2x \cdot \eta\mu^2x + \eta\mu^2x = 1$
- $\sigma\upsilon\nu^4x + 2\eta\mu^2x - \eta\mu^4x = 1$
- $(\eta\mu\alpha \cdot \eta\mu\beta - \sigma\upsilon\nu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\beta)^2 + (\eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\beta + \sigma\upsilon\nu\alpha \cdot \eta\mu\beta)^2 = 1$
- $(\sigma\upsilon\nu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\beta + \eta\mu\alpha \cdot \eta\mu\beta)^2 + (\eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\beta - \sigma\upsilon\nu\alpha \cdot \eta\mu\beta)^2 = 1$
- $\frac{\eta\mu^3x - \sigma\upsilon\nu^3x}{1 + \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x} = \eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x$
- $\frac{\eta\mu^3x + \sigma\upsilon\nu^3x}{\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x} - \frac{\eta\mu^3x - \sigma\upsilon\nu^3x}{\sigma\upsilon\nu x - \eta\mu x} = 2$
- $\frac{(1 + \eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x)^2}{(1 + \eta\mu x)(1 + \sigma\upsilon\nu x)} = 2$
- $\frac{\eta\mu^2x}{\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x} - \frac{\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x}{\epsilon\phi^2x - 1} = \eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x$

755. Να αποδειχθεί ότι :

- $\sigma\upsilon\nu^2\alpha + \sigma\upsilon\nu^2\beta + 2\eta\mu\alpha \cdot \eta\mu\beta \leq 2$
- $(\eta\mu\alpha + \sigma\upsilon\nu\alpha)^2 \leq 2$
- $\left(3\sigma\upsilon\nu\alpha + \frac{1}{\sigma\upsilon\nu\alpha}\right)^2 \geq 12$
- $-\sqrt{2} \leq \eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x \leq \sqrt{2}$
- $-13 \leq 5\eta\mu x + 12\sigma\upsilon\nu x \leq 13$

756. Αν $0 < x < \frac{\pi}{2}$, να αποδείξετε ότι : $\epsilon\phi x + \sigma\phi x \geq 2$.

757. Αν $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, να αποδείξετε ότι : $\epsilon\phi x + \sigma\phi x \leq -2$.



Γραφικές παραστάσεις

758. Να σχεδιάσεις τις συναρτήσεις :

- $f(x) = 2\eta\mu x - 3$
- $g(x) = 3\sigma\upsilon\nu x - 2$
- $h(x) = 2 - 3\sigma\upsilon\nu x$

759. Να σχεδιάσεις τις συναρτήσεις :

- $f(x) = 2\eta\mu x + 3$
- $g(x) = 1 - 2\sigma\upsilon\nu x$
- $h(x) = 2\eta\mu 3x - 1$
- $k(x) = 3\sigma\upsilon\nu\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) + 5$

760. Να σχεδιάσεις τις συναρτήσεις :

- $y = 2\eta\mu 3x + 1$
- $y = 1 - 2\eta\mu\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{2}\right)$

761. Να σχεδιάσεις τις συναρτήσεις :

- $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu 2x$
- $g(x) = 3\eta\mu(x - \pi)$
- $h(x) = 2\eta\mu(2x - \pi) + 3$

762. Με μία ματιά να βρεις τα μέγιστα , ελάχιστα , περίοδο των συναρτήσεων :

- $f(x) = 2\eta\mu 3x - 1$
- $g(x) = 1 + 2\eta\mu\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$
- $h(x) = 2 - 3\sigma\upsilon\nu\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3}\right)$

$$f : 1, -3, \frac{2\pi}{3}, g : 3, -1, 2\pi, h : 4, -1, 4\pi$$

763. Να βρεις μέγιστο , ελάχιστο και περίοδο με μία ματιά στις συναρτήσεις :

- $f(x) = 3 - \sigma\upsilon\nu\left(\frac{x}{3} - \pi\right)$
- $g(x) = \eta\mu\left(5x - \frac{\pi}{6}\right)$
- $v(x) = 1 - 2\sigma\upsilon\nu 5x$



$$f : 4, 2, 6\pi, g : 1, -1, \frac{2\pi}{3}, h : 3, -1, \frac{2\pi}{5}$$

764. Να βρεις μέγιστο , ελάχιστο και περίοδο με μία ματιά στις συναρτήσεις :

- $f(x) = 2\eta\mu\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) + 1$

- $g(x) = 1 - 2\sigma\upsilon\nu\left(\frac{x}{2}\right)$

- $h(x) = 3 - \eta\mu(3\pi x - 1)$

$$f : 3, -1, \frac{2\pi}{3}, g : 3, -1, 4\pi, h : 4, 2, \frac{2}{3}$$



Τριγωνομετρικές εξισώσεις

Να λυθούν οι εξισώσεις :

765. $\eta\mu x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

766. $\sigma\upsilon\nu x = 1$

767. $\epsilon\varphi x = 1$

768. $\sigma\varphi x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

769. $1 - 2\eta\mu x = 0$

770. $2 - \eta\mu x = 0$

771. $\sigma\upsilon\nu x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

772. $\sqrt{2} - \sigma\upsilon\nu x = 0$

773. $\sigma\upsilon\nu x = -\sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{5}$

774. $\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu x - 1 = 0$

775. $\sigma\varphi x = -\sigma\varphi 17^\circ$

776. $\sqrt{3}\epsilon\varphi x - 1 = 0$

777. $\epsilon\varphi x = -\epsilon\varphi 55^\circ$

778. $\sqrt{3}\sigma\varphi x - 3 = 0$

779. $\eta\mu x = -\eta\mu \frac{\pi}{10}$

780. $\epsilon\varphi x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

781. $\eta\mu x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

782. $\sigma\upsilon\nu x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

783. $\epsilon\varphi x = -1$

784. $\sqrt{2}\epsilon\varphi x - \sqrt{6} = 0$

785. $4\sigma\upsilon\nu^2 x - 1 = 0$

786. $4\eta\mu^2 x - 3 = 0$

787. $8 - 2\sigma\upsilon\nu\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 9$

$\eta\mu x = \eta\mu\alpha$

$x = 2\kappa\pi + \alpha$

$x = 2\kappa\pi + \pi - \alpha$

$\sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu\alpha$

$x = 2\kappa\pi \pm \alpha$

$\kappa \in \mathbb{Z}$

$\epsilon\varphi x = \epsilon\varphi\alpha$

$x = \kappa\pi + \alpha$

$x = \kappa\pi + \alpha$

Ανωμαλίες σε τριγωνομετρικές εξισώσεις :

ΤΥΠΟΙ ΑΛΛΑΓΗΣ με τετράγωνο :

$\sigma\upsilon\nu^2 x = 1 - \eta\mu^2 x$,

$\eta\mu^2 x = 1 - \sigma\upsilon\nu^2 x$,

$\epsilon\varphi x = \frac{1}{\sigma\varphi x}$, $\sigma\varphi x = \frac{1}{\epsilon\varphi x}$

Χωρίς τετράγωνο :

$\eta\mu x = \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, $\sigma\upsilon\nu x = \eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

$\epsilon\varphi x = \sigma\varphi\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, $\sigma\varphi x = \epsilon\varphi\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

Με - :

$-\eta\mu x = \eta\mu(-x)$, $-\sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu(\pi - x)$

$-\epsilon\varphi x = \epsilon\varphi(-x)$, $-\sigma\varphi x = \sigma\varphi(-x)$



788. $4 - \sqrt{3}\varepsilon\varphi\left(\chi - \frac{\pi}{3}\right) = 3$

$x = k\pi + \frac{\pi}{2}$

789. $2\eta\mu^2x - (2\sqrt{2} + 1)\eta\mu x + \sqrt{2} = 0$

$x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}, x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6}$

790. $4\eta\mu^2x + 3\sigma\upsilon\nu^2x = 4$

$x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}, x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2}$

791. $\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x = 0, x \in [0, 2\pi)$

$x = \frac{3\pi}{4}, x = \frac{7\pi}{4}$

792. $\eta\mu 3x = -\frac{1}{2}, x \in [0, 2\pi)$

793. $\eta\mu\chi = \eta\mu\frac{\pi}{7}$

794. $\eta\mu x \cdot (\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu x - 1) = 0$

795. $\sigma\upsilon\nu x \cdot (2\eta\mu x - \sqrt{3}) = 0$

796. $\varepsilon\phi x \cdot (\sqrt{3}\sigma\phi x + 1) = 0$

797. $\sigma\phi x \cdot (\varepsilon\phi x - 1) = 0$

798. $(1 - \eta\mu x) \cdot (\sqrt{2} + 2\sigma\upsilon\nu x) = 0$

799. $(\varepsilon\phi x + \sqrt{3}) \cdot (\sigma\phi x + 1) = 0$

800. $\varepsilon\varphi 4x = \varepsilon\varphi x$

801. $\sigma\varphi(x - \pi) = \sigma\varphi(x + \pi)$

802. $\sigma\upsilon\nu(3\chi - \frac{\pi}{4}) = \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4}$

803. $\sigma\phi(3\chi - \frac{\pi}{5}) = \sigma\phi(\frac{2\pi}{5} - 2\chi)$

804. $\sqrt{3} - \varepsilon\phi\chi = 0$

805. $\sigma\phi(2\chi - \frac{\pi}{6}) = 1$

806. $\sqrt{3} + \varepsilon\phi\chi = 0$

807. $\sqrt{3} - 2\sigma\upsilon\nu\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3}\right) = 0$

808. $(\sigma\varphi^2x - 3)(2\sigma\upsilon\nu x + 1) = 0$

809. $(1 - \eta\mu x)(2 - \sigma\upsilon\nu x) = 0$

810. $(3\varepsilon\varphi x - \sqrt{3})(1 - \sigma\upsilon\nu x) = 0$



$$811. (1 - \sigma \nu \nu x) \left(\frac{1}{\eta \mu x} - 1 \right) = 0$$

$$812. \eta \mu^2 x - \eta \mu x = 0$$

$$813. \sigma \nu \nu^2 x - 2 \sigma \nu \nu x = 0$$

$$814. \varepsilon \varphi^2 x - \sqrt{3} \varepsilon \varphi x = 0$$

$$815. \eta \mu^2 x - 2 \eta \mu x + 1 = 0$$

$$816. \sigma \nu \nu^2 x - 3 \sigma \nu \nu x + 2 = 0$$

$$817. \varepsilon \varphi^2 x - 4 \varepsilon \varphi x + 3 = 0$$

$$818. \sigma \nu \nu^2 x - 2 \eta \mu x = 1$$

$$x = k\pi$$

$$819. \eta \mu x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$820. \frac{1}{2 \eta \mu x} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$821. \frac{1}{\sigma \nu \nu x} = -1$$

$$822. \sigma \varphi x = -\sqrt{3}$$

$$823. \sqrt{3} \sigma \varphi x = 0$$

$$824. \sqrt{6} + \sqrt{2} \varepsilon \varphi x = 0$$

$$825. 1 + \sigma \varphi x = 0$$

$$826. \sqrt{3} \sigma \varphi x + 1 = 0$$

$$827. \sqrt{3}(1 + \eta \mu x)(2 + \sigma \nu \nu x) = 0$$

$$828. \eta \mu x = \sigma \nu \nu x$$

$$829. \varepsilon \phi x = \sigma \phi x$$

$$830. \eta \mu 2x = \sigma \nu \nu \left(x - \frac{\pi}{3} \right)$$

$$831. \sigma \nu \nu 2x = \eta \mu \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$832. \varepsilon \phi(\pi + 2x) = \sigma \phi \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$833. \sigma \phi \left(2x - \frac{\pi}{5} \right) - \varepsilon \phi \left(x + \frac{\pi}{10} \right) = 0$$

$$834. \eta \mu \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) = -\sigma \nu \nu \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$$



$$835. \text{ συν} \left(x - \frac{\pi}{3} \right) = -\eta\mu \left(\frac{\pi}{4} - x \right)$$

$$836. \text{ εφ} \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = -\sigma\phi \left(2x - \frac{\pi}{6} \right)$$

$$837. \sigma\phi \left(x - \frac{\pi}{4} \right) + \text{εφ} \left(x + \frac{\pi}{8} \right) = 0$$

$$838. 2\eta\mu^2 x - 2 = 0$$

$$839. \sigma\upsilon\nu^2 x - 1 = 0$$

$$840. \text{εφ}^2 x - 1 = 0$$

$$841. (1 - 2\eta\mu^2 x)(1 + 2\sigma\upsilon\nu^2 x) = 0$$

$$842. \eta\mu 3x - \eta\mu x = 0$$

$$x = k\pi, x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

$$843. \eta\mu 3x - \sigma\upsilon\nu x = 0$$

$$x = k\pi + \frac{\pi}{4}, x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$$

$$844. \eta\mu \left(x - \frac{\pi}{4} \right) - \sigma\upsilon\nu \left(\frac{\pi}{6} + x \right) = 0$$

$$845. \sigma\upsilon\nu 2x - \eta\mu \left(5x - \frac{\pi}{6} \right) = 0$$

$$846. 2\eta\mu^2 x + 1 = 3\eta\mu x$$

$$847. 3\eta\mu^2 x + 4\sigma\upsilon\nu x = 3$$

$$848. \eta\mu^2 x - 2\eta\mu x + 1 = 0$$

$$849. 2\eta\mu^2 x + \eta\mu x - 1 = 0$$

$$850. 4\sigma\upsilon\nu^2 x - 4\sigma\upsilon\nu x + 1 = 0$$

$$851. \sigma\upsilon\nu^2 x - 2\sigma\upsilon\nu x - 3 = 0$$

$$852. \eta\mu^2 x - \frac{4 + \sqrt{3}}{2} \eta\mu x + \sqrt{3} = 0$$

$$853. \sigma\upsilon\nu^2 x - \frac{3\sqrt{2}}{2} \sigma\upsilon\nu x + 1 = 0$$

$$854. 4\sigma\upsilon\nu^2 x - 2(\sqrt{3} + 1)\sigma\upsilon\nu x + \sqrt{3} = 0$$

$$855. \text{εφ}^2 x - (1 - \sqrt{3})\text{εφ} x - \sqrt{3} = 0$$

$$856. 3\sigma\phi^2 x - 4\sqrt{3}\sigma\phi x + 3 = 0$$

$$857. \eta\mu^4 x - \sigma\upsilon\nu^4 x = \frac{1}{2}$$

$$858. 2\eta\mu x \sigma\upsilon\nu x = \sqrt{2}\sigma\upsilon\nu x$$



$$x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}, x = 2k\pi + \frac{\pi}{4}, x = 2k\pi + \frac{3\pi}{4}$$

859. $2\eta\mu^3 x = \eta\mu x$

$$x = k\pi \pm \pi, x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4}, + \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$$

860. $2\sigma\upsilon\nu 2x - \sqrt{2} = 0, x \in [2\pi, 4\pi]$

$$x = \frac{17\pi}{8}, x = \frac{19\pi}{8}, x = \frac{25\pi}{8}, x = \frac{27\pi}{8}$$

861. $2\eta\mu x \sigma\upsilon\nu x + 2\eta\mu x = \sigma\upsilon\nu x + 1$

$$x = 2k\pi, x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}, x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6}$$

862. $\frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x} = 1 + \epsilon\phi x$

$$x = k\pi, x = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

863. $\epsilon\phi x \sigma\phi 2x = 1$

$$x = k\pi$$

864. $\epsilon\phi x \epsilon\phi 3x = 1$

$$x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$$

865. $\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x = 1$

$$x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}, x = 2k\pi \pm \pi$$

866. $\eta\mu x = \sigma\upsilon\nu x$

$$x = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

867. $|\sigma\upsilon\nu 2x| = |\eta\mu 2x|$

$$x = \frac{k\pi}{2} \pm \frac{\pi}{8}$$

868. $\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x + \eta\mu x \sigma\upsilon\nu x = 1$

$$x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}, x = 2k\pi$$

869. $1 + \sigma\upsilon\nu x + \sigma\upsilon\nu^2 x + \sigma\upsilon\nu^3 x = \eta\mu^2 x$

$$x = 2k\pi \pm \pi$$

870. $2\sigma\upsilon\nu^3 x + 2\sigma\upsilon\nu^2 x = \sigma\upsilon\nu x + 1$

$$x = 2k\pi \pm \pi, x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4}, x = 2k\pi \pm \frac{3\pi}{4}$$

871. $\sqrt{2}\eta\mu^3 x + 1 = \eta\mu^2 x + \sqrt{2}\eta\mu x$



$$x = k\pi + \frac{\pi}{2}, x = 2k\pi + \frac{\pi}{4}, x = 2k\pi + \frac{3\pi}{4}$$

872. $\sigma\phi\chi\sigma\upsilon\nu\chi - 1 = \sigma\upsilon\nu\chi - \sigma\phi\chi$

873. $1 + 2\eta\mu\chi\sigma\upsilon\nu\chi + \sigma\upsilon\nu^2\chi = \eta\mu^2\chi$

$$x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}, x = k\pi - \frac{\pi}{4}$$

874. Να λυθεί η εξίσωση $\epsilon\phi(\chi + \frac{\pi}{3}) + \epsilon\phi\chi = 0$

$$x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{6}$$

875. Ομοίως η $\sigma\upsilon\nu\chi + \sigma\upsilon\nu^2\chi = 0$

$$x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}, x = 2k\pi \pm \pi$$

876. $\epsilon\phi^3\chi + \epsilon\phi\chi = 0$

$$x = k\pi$$

877. $\eta\mu 3\chi = \sigma\upsilon\nu(\chi - \frac{\pi}{3})$

$$x = k\pi + \frac{\pi}{12}, x = -\frac{k\pi}{2} - \frac{5\pi}{12}$$

878. $\eta\mu 3\chi + \sigma\upsilon\nu \frac{5\chi}{2} = 0$

$$x = 2k\pi - \pi, x = \frac{4}{11}k\pi - \frac{\pi}{11}$$

879. $\epsilon\phi 3\chi + \sigma\phi \frac{5\chi}{2} = 0$

$$x = 2k\pi + \pi$$

880. $2\sigma\phi\chi - 3\sigma\upsilon\nu\chi = \sigma\upsilon\nu\chi\sigma\phi\chi - 6$

$$x = k\pi + a$$

881. $2\eta\mu^2\chi + 5\eta\mu\chi - 3 = 0$

$$x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}, x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6}$$

882. $2\sigma\upsilon\nu^2\chi + 1 = 5\eta\mu\chi$

$$x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}, x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6}$$

883. $2 - \eta\mu^2\chi = 5\eta\mu\chi - \sigma\upsilon\nu^2\chi$

884. Να λύσεις την εξίσωση στο $[0, \pi]$: $2\sigma\upsilon\nu\left(2\chi - \frac{\pi}{5}\right) = 1$

$$x = \frac{8\pi}{30}, x = \frac{28\pi}{30}$$

885. $\epsilon\phi 5\chi\sigma\phi 10\chi = 1$

$$x = \frac{k\pi}{5}$$

886. $\sqrt{3}(1 + \eta\mu\chi)(2 + \sigma\upsilon\nu\chi) = 0$

887. $\eta\mu\chi = \sqrt{3}\sigma\upsilon\nu\chi$



888. $2\eta\mu x + \sqrt{12} \sigma\upsilon\nu x = 0$

889. $\eta\mu\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \sigma\upsilon\nu\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$

890. $\sqrt{3} \eta\mu 3x = \sigma\upsilon\nu 3x$

891. $(3\varepsilon\phi x + 3)(1 - \sigma\upsilon\nu 2x) = 0$

892. $2 \eta\mu 3x \sigma\upsilon\nu 2x = \sigma\upsilon\nu 2x$

$x = \frac{2}{3}k\pi + \frac{\pi}{18}, x = k\pi \pm \frac{\pi}{4}, x = \frac{2}{3}k\pi + \frac{5\pi}{18}$

893. $\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x = 1 + \eta\mu x \sigma\upsilon\nu x$

$x = 2k\pi, x = k\pi + \frac{\pi}{2}$

894. $\varepsilon\phi^2 2x - \sigma\phi^2 2x = 0$

$x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$

895. $\eta\mu x = \sqrt{3} \sigma\upsilon\nu x$ $x = k\pi + \frac{\pi}{3}$

896. $3 - \varepsilon\phi^2 x = 0$

897. $4\sigma\upsilon\nu^4 x - 1 = 0$

898. $2\sigma\upsilon\nu x + 1 = 0$

899. $\eta\mu 2x + \eta\mu x = 0$

900. $\sigma\upsilon\nu 3x + \sigma\upsilon\nu 2x = 0$

901. $\varepsilon\phi 3x = \sigma\phi 5x$

902. $\sigma\phi 3x + \sigma\phi 4x = 0$

903. $\sigma\upsilon\nu x - \sigma\upsilon\nu 5x = 0$

904. $\sigma\phi\left(x - \frac{\pi}{5}\right) = \varepsilon\phi 2x$

905. $\sigma\phi\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \varepsilon\phi 2x$

906. $\frac{\sigma\upsilon\nu 2x}{\sigma\upsilon\nu x} = 1$

907. $\varepsilon\phi\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \varepsilon\phi\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$

908. $\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x = 0$

909. $\varepsilon\phi x + \sigma\phi 2x = 0$

910. $\frac{\varepsilon\phi 2x}{\sigma\phi x} = -1$

911. $\varepsilon\phi^2 2x + \varepsilon\phi 2x = 0$



912. $2\eta\mu^2x + \sqrt{5}\eta\mu x = 0$

913. $3\sigma\upsilon\nu^2 2x + 5\sigma\upsilon\nu 2x = 0$

914. $\sigma\varphi^2 x = \sigma\varphi x$

915. $2\eta\mu 3x \sigma\upsilon\nu 2x = \sigma\upsilon\nu 2x$

916. $\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x = 1 + \eta\mu x \sigma\upsilon\nu x$

917. $\varepsilon\varphi x - \eta\mu x = 1 - \varepsilon\varphi x \eta\mu x$

918. $\varepsilon\varphi^2 2x - \sigma\varphi^2 2x = 0$

919. $\sigma\upsilon\nu^2 x = \sigma\upsilon\nu^2 2x$

920.

921. $\varepsilon\varphi x = \frac{\sqrt{3}}{3}, x \in [0, 2\pi]$

922. $3\sigma\upsilon\nu x + \sqrt{3} = 0, x \in (-\pi, \pi)$

923. $\varepsilon\varphi\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 1, x \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right)$

924. $\sqrt{2} \eta\mu(\pi x) - 1 = 0, x \in [-1, 2]$

925. $2\eta\mu\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + 1 = 0$

$x = k\pi - \frac{\pi}{6}, x = k\pi + \frac{\pi}{2}$

926. $\sqrt{3} - 2\sigma\upsilon\nu\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = 0$

$x = k\pi + \frac{\pi}{2}$

927. $\eta\mu\left(2x + \frac{\pi}{5}\right) - \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{5} = 0$

$x = k\pi + \frac{\pi}{4}, x = k\pi + \frac{\pi}{20}$

928. $\eta\mu\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \sigma\upsilon\nu\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$

929. $\varepsilon\varphi x - \sigma\varphi x = 0$

930. $\varepsilon\varphi x \sigma\varphi 2x = 0$

931. $\varepsilon\varphi x \varepsilon\varphi 2x = 0$

932. $\frac{1}{\eta\mu^2 x} - \sigma\varphi x = 1$

933. $2\eta\mu x \sigma\upsilon\nu x = \sqrt{2} \sigma\upsilon\nu x$

934. $3\eta\mu^2 x + 4\sigma\upsilon\nu x = 3$



935. $2\eta\mu\chi\sigma\upsilon\nu\chi - \sqrt{3}\eta\mu\chi = 0$

936. $2\eta\mu^2\chi - 3 = 3\sigma\upsilon\nu\chi, \chi \in (90, 270)$

937. $|\sigma\upsilon\nu\chi| = |\eta\mu\chi|$

938. $2\eta\mu^3\chi = \eta\mu\chi$

939. $6\eta\mu^2\chi = 5 - \sigma\upsilon\nu\chi$

940. $4\sigma\upsilon\nu^2\chi - (2 + 2\sqrt{3})\sigma\upsilon\nu\chi + \sqrt{3} = 0$

941. $\sigma\upsilon\nu\frac{\chi}{2} - \eta\mu\frac{\chi}{2} = 0$

942. $\sigma\upsilon\nu\frac{\chi}{2} - \eta\mu\frac{\chi}{3} = 0$

943. $(1 + \sigma\upsilon\nu\chi)\left(\frac{1}{\eta\mu\chi} - 1\right) = 0$

944. $\eta\mu 2\chi - \sigma\upsilon\nu 3\chi = 0, |x| < \pi$

945. $\eta\mu^4\chi - \sigma\upsilon\nu^4\chi = \frac{1}{2}$

946. $\varepsilon\varphi\chi = 3\sigma\varphi\chi$

947. $\eta\mu^3\chi + \sigma\upsilon\nu^3\chi = \eta\mu\chi + \sigma\upsilon\nu\chi$

948. $\sigma\upsilon\nu^4\chi - \eta\mu^4\chi = \sigma\upsilon\nu\chi$

949. $\eta\mu\left(\frac{\pi}{3} - \chi\right) = \sqrt{3}\sigma\upsilon\nu\left(\chi - \frac{\pi}{3}\right)$

950. $\varepsilon\varphi^2\chi + \sigma\varphi^2\chi = \varepsilon\varphi\chi + \sigma\varphi\chi$

951. $\eta\mu^3\chi + \sigma\upsilon\nu^3\chi = \eta\mu\chi$

952. $\eta\mu^2\frac{5\pi}{18} + \eta\mu\chi = \sigma\upsilon\nu\chi + \sigma\upsilon\nu^2\frac{7\pi}{9}$

953. $2\sigma\upsilon\nu^2\frac{\chi}{2} + \eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\chi}{2}\right) = 0$

954. Να βρεις τη σχέση των α, β αν γνωρίζεις ότι οι συναρτήσεις έχουν την ίδια περίοδο :

$$f(x) = \eta\mu(ax), g(x) = \varepsilon\varphi(bx)$$

955. Να βρεις τις τιμές του χ ώστε $\eta\mu\chi > \sigma\upsilon\nu\chi$

956. Να λυθεί η εξίσωση : $\sigma\upsilon\nu 2 \cdot \chi^2 + 2 \cdot \sigma\upsilon\nu 2 \cdot \chi + 1 + \sigma\upsilon\nu 2 = 0$

957. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sigma\upsilon\nu\alpha \cdot \eta\mu\left(2x + \frac{5\pi}{2}\right) + 3$ με μέγιστη τιμή το $\frac{7}{2}$. Να βρεις τη γωνία α .



$$a = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

958. Σε τρίγωνο ΑΒΓ με γωνίες $A < B < \Gamma = 3A$, ισχύει $\sin(3(A + \pi)) > 0$, να βρεις το είδος του τριγώνου ως προς

τις γωνίες του και ν.δ.ο. $\frac{1}{2} < \sin A < \frac{\sqrt{3}}{2}$

959. Να λυθούν οι εξισώσεις :

- $\eta\mu x = \frac{1}{2}$
- $\sqrt{2} \cdot \sigma\upsilon\nu x - 1 = 0$
- $\eta\mu x = 0$
- $\sigma\upsilon\nu x = 0$
- $\eta\mu x = 1$
- $\Sigma\upsilon\nu x = 1$
- $\eta\mu x = -1$
- $\sigma\upsilon\nu x = -1$

960. Να λυθούν οι εξισώσεις :

- $\sigma\upsilon\nu x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\eta\mu x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\sigma\upsilon\nu x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
- $\epsilon\phi x = \sqrt{3}$
- $\sigma\phi x = -\sqrt{3}$
- $\epsilon\phi x = -1$
- $2\sqrt{3} \cdot \sigma\upsilon\nu x + 3 = 0$
- $\frac{\sqrt{3} \cdot \sigma\phi x + 7}{3} = 2$



- $2\eta\mu x = \sqrt{2}$
- $\epsilon\phi^2 x - 3 = 0$
- $\sigma\phi^2 x - 3 = 0$
- $2\sigma\upsilon\nu x + 1 = 0$

961. Να λυθούν οι εξισώσεις

- $(2\sigma\upsilon\nu x - 1)(2\eta\mu x - 1) = 0$
- $(\epsilon\phi x - 1)\sigma\phi x = 0$
- $2\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x - 1 = 2\sigma\upsilon\nu x - \eta\mu x$
- $(\sqrt{2}\eta\mu x - 1)(\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu x - 1) = 0$
- $(2\sqrt{3} \cdot \eta\mu x + 3)(2\sigma\upsilon\nu x + \sqrt{5}) = 0$
- $\sigma\phi x \cdot \sigma\upsilon\nu x + 1 = \sigma\upsilon\nu x + \sigma\phi x$

962. Να λυθούν οι εξισώσεις

- $(2\eta\mu x + 1)(\eta\mu x - 1) = 0$
- $(4\eta\mu^2 x - 1)(2\sigma\upsilon\nu x + 1) = 0$
- $2\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x + \sqrt{3} - 2\sigma\upsilon\nu x - \sqrt{3}\eta\mu x = 0$
- $1 + 2\sigma\upsilon\nu x(\eta\mu^2 x - 1) = \eta\mu^2 x + 2\sigma\upsilon\nu^2 x$

963. Να λυθούν οι εξισώσεις

- $6\eta\mu\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) - 3 = 0$
- $\sigma\upsilon\nu\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \sigma\upsilon\nu\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$
- $\epsilon\phi 4x = \epsilon\phi x$
- $\sigma\upsilon\nu x + \sigma\upsilon\nu 2x = 0$
- $\sigma\upsilon\nu\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{4}$
- $\sqrt{3} \cdot \epsilon\phi\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = 1$



- $\epsilon\phi\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + \epsilon\phi x = 0$
- $\sigma\phi\left(3x - \frac{\pi}{5}\right) = \sigma\phi\left(\frac{2\pi}{5} - 2x\right)$
- $2\eta\mu(2x - \pi) - 1 = 0$
- $2\eta\mu\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$
- $\eta\mu 2x = -\frac{1}{2}$
- $\sigma\upsilon\nu 3x + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$

964. Να λυθούν οι εξισώσεις:

- $\eta\mu\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sigma\upsilon\nu\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$
- $\epsilon\phi\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \sigma\phi\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$
- $\eta\mu 2x = \sigma\upsilon\nu\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$
- $\sigma\upsilon\nu\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \eta\mu\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$
- $\eta\mu(x - \pi) = -\sigma\upsilon\nu(x - 3\pi)$
- $\sigma\upsilon\nu \frac{x}{3} + \eta\mu(x - \pi) = 0$
- $\sigma\phi\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \epsilon\phi x$
- $\eta\mu 3x = \sigma\upsilon\nu\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$
- $\eta\mu x - \sqrt{3} \cdot \sigma\upsilon\nu x = 0$
- $\eta\mu x + \epsilon\phi \frac{3\pi}{8} \cdot \sigma\upsilon\nu x = 0$

965. Να λυθούν οι εξισώσεις

- $2\eta\mu^2 x - 3\eta\mu x + 1 = 0$
- $2\eta\mu^2 x - 5\eta\mu x + 2 = 0$
- $4\sigma\upsilon\nu^2 x - 4\sigma\upsilon\nu x + 1 = 0$



- $2\eta\mu^2x + 3\sigma\upsilon\nu x = 0$
- $2\eta\mu^2x = 3(1 - \sigma\upsilon\nu x)$
- $16\sigma\upsilon\nu^4x - 25\sigma\upsilon\nu^2x + 9 = 0$
- $2 - \eta\mu^2x = 5\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu^2x$
- $2\sigma\upsilon\nu^2x + 1 = 5\eta\mu x$
- $\eta\mu^2x + 7\sigma\upsilon\nu^2x = 1$
- $5\sigma\upsilon\nu^2x - \eta\mu x = 5$

966. Να λυθούν οι εξισώσεις

- $2\eta\mu^2x + \sqrt{5}\eta\mu x = 0$
- $3\sigma\upsilon\nu^22x + 5\sigma\upsilon\nu2x = 0$
- $\sigma\phi^2x = \sigma\phi x$
- $\text{iv. } \epsilon\phi^22x + \epsilon\phi2x = 0$

967. Να λυθούν οι εξισώσεις:

- $\sqrt{2}\eta\mu x = 1$ στο $[-\pi, \pi]$
- $4\eta\mu^2x - 3 = 0$ στο $[0, 2\pi]$
- $3\sigma\upsilon\nu^2x - 4\sigma\upsilon\nu x = \eta\mu^2x - 2$ στο $[0, 4\pi]$
- $\eta\mu x = \eta\mu\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ στο $(-\pi, \pi)$

968. Να λυθούν οι εξισώσεις:

- $\frac{1+\eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu x} + \frac{\sigma\upsilon\nu x}{1+\eta\mu x} = 4$
- $\epsilon\phi x - 1 + 2\frac{\eta\mu^2x}{\sigma\upsilon\nu x} = 2\eta\mu x$
- $\eta\mu x \cdot \epsilon\phi x = 1 + \sigma\upsilon\nu x + \frac{1}{\sigma\upsilon\nu x}$
- $\frac{\sigma\upsilon\nu x}{1-\eta\mu x} - \epsilon\phi x = 2$



Περίεργα



969. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = 2\eta\mu^2 x + 5\sigma\nu x + 1$

- Να αποδείξεις ότι η συνάρτηση είναι περιοδική με περίοδο 2π
- Να βρεις τα σημεία τομής της με τους άξονες
- Να λύσεις την εξίσωση : $(f(x) + 2\sigma\nu^2 x)^2 - 8(f(x) + 2\sigma\nu^2 x) - 20 = 0$

970. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = a + 2\eta\mu 2bx$, $g(x) = a + b + \sigma\nu(a+b)x$, $a > 0, b > 0$, όπου έχουν την ίδια μέγιστη τιμή και την ίδια περίοδο, να βρεις:

- α, β
- $A = f\left(\frac{\pi}{3}\right) + g\left(\frac{\pi}{4}\right)$
- Να λύσεις την εξίσωση : $f(x) + 3 = 2g(x)$ στο διάστημα $\left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$

$$a = 1, b = 1, A = 3 + \sqrt{3}, x = \frac{9\pi}{8}$$

971. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2 - \sigma\nu 2x$, $x \in \mathbb{R}$

- Να βρεις μέγιστη, ελάχιστη τιμή της συνάρτησης και την περίοδο
- Να σχεδιάσεις τη C_f
- Να βρεις τα σημεία τομής της C_f με την ευθεία $y = \frac{5}{2}$
- Να λύσεις την εξίσωση : $(f(x) - 2)^2 + 2f(x) - 3 = 0$

$$\Gamma : x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}, \Delta : x = k\pi$$

972. Δίνεται συνάρτηση : $f(x) = \rho\eta\mu\omega x$, $\omega > 0, T = \pi$ και C_f διέρχεται από το σημείο $A\left(\frac{\pi}{4}, 2\right)$

- Να βρεις τη συνάρτηση
- Να βρεις μέγιστη και ελάχιστη τιμή
- Να σχεδιάσεις τη C_f

$$\omega = 2, \rho = 2$$

973. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{1}{\eta\mu x} + \sigma\phi x - 1\right)\left(\frac{1}{\eta\mu x} - \sigma\phi x + 1\right)$

- Να βρεις πεδίο ορισμού
- Να απλοποιήσεις τον τύπο της συνάρτησης
- Να βρεις πότε η C_f βρίσκεται πάνω από την $y = 2$, $x \in (0, \pi)$



$$x \neq k\pi + \pi, f(x) = 2\sigma\varphi x, x \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$$

974. Δίνεται συνάρτηση : $f(x) = \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) - \eta\mu(\pi + 2x)$

- Να γίνει C_f
- Να βρεις μέγιστη, ελάχιστη τιμή και περίοδο
- Να βρεις πότε C_f βρίσκεται κάτω από $y = 1, x \in [0, \pi)$

$$f(x) = 2\eta\mu 2x, x \in \left(0, \frac{\pi}{12}\right) \cup \left(\frac{5\pi}{12}, \pi\right)$$

975. Δίνεται συνάρτηση : $f(x) = \frac{\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \sigma\upsilon\nu(20\pi - x) + 2}{\eta\mu\left(\frac{7\pi}{2} + x\right) + \eta\mu(5\pi - x) + 4}$

- Να βρεις πεδίο ορισμού της
- Ν.δ.ο. είναι περιοδική με περίοδο 2π
- Να λύσεις την εξίσωση : $f(x) = \frac{1}{2}$

976. Δίνεται συνάρτηση : $f(x) = \frac{1 + \sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu x}$

- Να βρεις πεδίο ορισμού
- Να βρεις συμμετρία C_f
- Να λύσεις την εξίσωση : $f(x) = \eta\mu x$

$$x \neq k\pi + \pi, O(0, 0), x = 2k\pi, x = 2k\pi \pm \pi$$

977. Δίνεται συνάρτηση : $f(x) = \eta\mu^2 x - 2\sigma\upsilon\nu x + 2$

- Να παραγοντοποιήσεις τη συνάρτηση
- Ν.δ.ο. η C_f βρίσκεται πάνω από τον οριζόντιο άξονα
- Να βρεις που τέμνει τους άξονες η C_f
- Ν.δ.ο. είναι άρτια
- Ν.δ.ο. είναι περιοδική με περίοδο 2π
- Ν.δ.ο. έχει μέγιστο το 4

978. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = \sqrt{3}\varepsilon\varphi^2 x - (\sqrt{3} + 1)\varepsilon\varphi x + 1, x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

- Να βρεις που τέμνει τους άξονες η C_f

- Αν α η μεγαλύτερη ρίζα της εξίσωσης, ν.δ.ο. $A = \frac{\sigma\upsilon\nu(2\pi + a)\varepsilon\varphi(\pi - a)\sigma\upsilon\nu\left(\frac{9\pi}{2} + a\right)}{\eta\mu(1821\pi + a)\sigma\upsilon\nu(-a)\sigma\varphi\left(\frac{17\pi}{2} - a\right)} = -1$



979. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\eta\mu x$

- Να βρεις πεδίο ορισμού και σύνολο τιμών της
- Για ποιες τιμές του x παίρνει ελάχιστη τιμή
- Να λύσεις την εξίσωση : $f(x) + \eta\mu^2 x = 3 + \sigma\upsilon\nu^2 x$

- Ν.δ.ο. είναι ανεξάρτητη του x η ποσότητα : $A = \frac{f(8\pi - x) f\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) f\left(\frac{9\pi}{2} - x\right) f(7\pi + x)}{f^2\left(\frac{13\pi}{2} + x\right) f^2(x)}$

980. Δίνεται συνάρτηση : $f(x) = \frac{\eta\mu x \epsilon\phi x}{1 - \sigma\upsilon\nu x}$

- Να βρεις πεδίο ορισμού
- Ν.δ.ο. $f(x) = 1 + \frac{1}{\sigma\upsilon\nu x}$
- Ν.δ.ο. η C_f παρουσιάζει συμμετρία ως προς τον κατακόρυφο άξονα
- Ν.δ.ο. $f\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = f\left(\frac{(4k-1)\pi}{2} - x\right)$
- Να λύσεις την εξίσωση : $f\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 3$

981. Έστω η εξίσωση $\sigma\upsilon\nu x + \eta\mu x \epsilon\phi x = 1$, να βρεις τότε ορίζεται η εξίσωση αυτή. Να λύσεις για $x \in [0, 3\pi)$

$$x \neq 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}, x = 0, \pi, 2\pi$$

982. Το βάθος νερού σε λιμάνι κατά τη διάρκεια της ημέρας δίνεται από τύπο : $h(t) = 35 + 10\eta\mu \frac{\pi t}{6}$ σε μέτρα

$$0 \leq t \leq 24,$$

- να βρεις ποια ώρα της ημέρας το βάθος του νερού είναι 40 μέτρα
- ποιο το μέγιστο και ποιο το ελάχιστο βάθος του νερού.
- ποια ώρα της ημέρας το νερό έχει το μέγιστο βάθος

$$t = 1, 13, 5, 17, \max = 45, \min = 25, t = 3, 15$$



Δύσκολες



983. Να μελετήσεις της τριγωνομετρικές συναρτήσεις ως προς περίοδο , άρτια και περιττή .

984. Να σχεδιάσεις $f(x) = \eta\mu 3x$

- σε διάστημα πλάτους μιας περιόδου
- σε πλάτος 2π .

Άρτια συμμετρία	ΧΧ'
Περιττή συμμετρία	Αρχή των αξόνων

985. Αν $f(x) = 2\eta\mu \frac{x}{2} + 1$ να βρεις :

- μέγιστο
- ελάχιστο
- περίοδο
- γραφική παράσταση

3, -1, 4π

986. Να μελετήσεις τη συνάρτηση $f(x) = 2\eta\mu 2x - 1$

987. Να βρεις τη χρονική στιγμή όπου η συνάρτηση

$$x(t) = \frac{1}{4}\eta\mu 3t \text{ παίρνει την τιμή } 1/8$$

$\frac{\pi}{18}, \frac{5\pi}{18}$

Περιοδική	$f(x+T) = f(x)$
Άρτια	$f(-x) = f(x)$
Περιττή	$f(-x) = -f(x)$

988. Να βρεις τα εύρος της συνάρτησης $y = 3\eta\mu 2t$

6

989. Η θερμοκρασία σε πλανήτη t ώρες μετά τα μεσάνυχτα δίνεται από τύπο $\Theta(t) = k\eta\mu \frac{\pi t}{12}, t \in [0, 24]$.

- Να βρεις το k αν στις 8 το πρωί η θερμοκρασία είναι $5\sqrt{3}$.
- Πότε έχει ελάχιστη θερμοκρασία ο πλανήτης
- Ποια η μέγιστη θερμοκρασία του .

$k = 10, t_{\min} = 18, t_{\max} = 6$

990. Δίνεται η εξίσωση : $\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu 2x - 1 = 0$

- Να λυθεί στο $x \in [0, 2\pi]$
- Να παραστήσεις τη λύση σε τριγωνομετρικό κύκλο
- Να βρεις το είδος και το εμβαδό του σχήματος που δημιουργείται .

$x = \frac{\pi}{8}, x = \pi \pm \frac{\pi}{8}, x = 2\pi - \frac{\pi}{8}, E = \sqrt{2}$

991. Αν $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 1$, να βρεις τότε η f παίρνει τη μέγιστη και ελάχιστη τιμή .



992. Να βρεις για ποιο x η ποσότητα $3\eta\mu\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$, $0 \leq x \leq 2\pi$ έχει τη μέγιστη τιμή.

993. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = a\eta\mu\frac{2x}{3} + b$, $a > 0$, η οποία έχει μέγιστο το 3 και η C_f τέμνει τον κατακόρυφο άξονα στο 1

- Να βρεις a, b
- Να βρεις που τέμνει η C_f τους άξονες
- Να βρεις $(f(x) - 1)^2 + \left(f\left(\frac{3\pi}{4} - x\right) - 1\right)^2 = c$
- Να λύσεις την εξίσωση : $f(6x) = f(3x)$, $x \in [0, \pi]$

$$a = 2, b = 1, c = 4, x = \kappa\pi, x = \frac{\kappa\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$$

994. Δίνονται οι συναρτήσεις : $f(x) = \eta\mu\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$, $g(x) = \sigma\upsilon\nu\left(2x - \frac{\pi}{8}\right)$

- Ν.δ.ο. οι συναρτήσεις έχουν την ίδια περίοδο
- Να βρεις τα σημεία τομής των C_f, C_g
- Να βρεις $f(\pi) + f\left(\frac{\pi}{2}\right) + f\left(\frac{\pi}{4}\right) + f\left(\frac{3\pi}{4}\right)$
- Να υπολογίσεις : $f^2(x) + g^2\left(-x - \frac{\pi}{16}\right)$

$$T = \pi, x = \frac{\kappa\pi}{2} + \frac{3\pi}{32}, 0, 1$$

995. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = a\eta\mu\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + b$, όπου η C_f διέρχεται από $A\left(-\frac{\pi}{4}, -1\right), B\left(\frac{\pi}{4}, 1\right)$

- Να βρεις τα a, b
- Να βρεις μέγιστη και ελάχιστη τιμή και περίοδο
- Να γίνει η C_f

$$\bullet \text{ Να λύσεις : } f\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 2$$

$$\bullet \text{ Να υπολογίσεις : } A = f\left(\frac{\pi}{4}\right) - f\left(\frac{3\pi}{4}\right) + f\left(\frac{5\pi}{4}\right) - f\left(\frac{7\pi}{4}\right) + f\left(\frac{9\pi}{4}\right)$$

$$a = 2, b = 1, \max = 3, \min = -1, T = 2\pi, A = 1$$

996. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = -\eta\mu^2 x + \eta\mu x + 2$

- Ν.δ.ο. είναι περιοδική
- Ν.δ.ο. κανένα σημείο της C_f δεν βρίσκεται κάτω από τον οριζόντιο άξονα
- Να βρεις τα σημεία της C_f στο $(0, \pi)$ με τεταγμένη 2



- Να λύσεις : $f(x) = f\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

$$T = 2\pi, x = \frac{\pi}{2}, x = \kappa\pi + \frac{\pi}{4}, x = \kappa\pi, x = \kappa\pi + \frac{\pi}{2}$$

997. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = \sigma\upsilon\nu^2 x - \eta\mu^2 x - 3\sigma\upsilon\nu x + 2$

- Να αποδείξεις ότι $f(x) = 2\left(\sigma\upsilon\nu x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{1}{8}$
- Ν.δ.ο. είναι περιοδική
- Ν.δ.ο. η C_f έχει ελάχιστο το $-\frac{1}{8}$
- Να βρεις τα κοινά σημεία της C_f με τον οριζόντιο άξονα
- Να βρεις τα κοινά σημεία της C_f με τη $C_g, g(x) = 2 - 3\sigma\upsilon\nu x$
- Να λύσεις : $f(x) = f(\pi - x), x \in [0, \pi]$

998. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = 1 - \frac{\sigma\upsilon\nu^2 x}{1 + \eta\mu x}$

- Να βρεις πεδίο ορισμού
- Να αποδείξεις ότι $f(x) = \eta\mu x$
- Να γίνει η C_f
- Να υπολογίσεις $\eta\mu^2\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \eta\mu^2(31\pi + x)$
- Να λύσεις την εξίσωση : $2f^2(x) + \eta\mu x - 1 = 0$

999. Το βάθος του νερού σε μέτρα κάτω από γέφυρα της Χαλκίδας δίνεται από τη συνάρτηση :

$$f(t) = 20 + 4\sigma\upsilon\nu \frac{\pi t}{3}, t \in [0, 24] \text{ σε ώρες.}$$

- Να βρεις περίοδο συνάρτησης
- Να βρεις μέγιστο και ελάχιστο βάθος νερού και σε ποια ώρα
- Αν το ύψος της γέφυρας από πυθμένα θάλασσας είναι 30μ, να εξετάσεις αν ένα σκάφος ύψους 8μ από την επιφάνεια της θάλασσας μπορεί να περάσει κάτω από τη γέφυρα στις 12 το μεσημέρι
- Να βρεις το βάθος του νερού 1πμ και 5πμ. Ποιες άλλες ώρες της ημέρας το νερό θα έχει το ίδιο βάθος

1000. Οι μηνιαίες πωλήσεις προϊόντος σε χιλιάδες κομμάτια δίνονται από τύπο : $x(t) = 75 + 50\eta\mu \frac{\pi t}{6}$,

όπου το χρόνος σε μήνες.

- Να βρεις σε πόσους μήνες θα έχω 100000 πωλήσεις.
- Να βρεις τις μέγιστες πωλήσεις.
- Να βρεις το μήνα με τις μέγιστες πωλήσεις.

$$t = 1, 5, \max = 125000, t = 3$$



1001. $\eta\mu^3 x + \sigma\upsilon\nu^3 x = \eta\mu x$

1002. $\eta\mu^2 \frac{5\pi}{18} + \eta\mu x = \sigma\upsilon\nu x + \sigma\upsilon\nu^2 \frac{7\pi}{9}$

1003. $2\sigma\upsilon\nu^2 \frac{x}{2} + \eta\mu \left(\frac{3\pi}{2} + \frac{x}{2} \right) = 0$

1004. Να βρεις τη σχέση των α, β αν γνωρίζεις ότι οι συναρτήσεις έχουν την ίδια περίοδο :

$$f(x) = \eta\mu(ax), g(x) = \varepsilon\varphi(bx)$$

1005. Να βρεις τις τιμές του x ώστε $\eta\mu x > \sigma\upsilon\nu x$

1006. Να λυθεί η εξίσωση : $\sigma\upsilon\nu 2 \cdot x^2 + 2 \cdot \sigma\upsilon\nu 2 \cdot x + 1 + \sigma\upsilon\nu 2 = 0$

1007. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sigma\upsilon\nu \alpha \cdot \eta\mu \left(2x + \frac{5\pi}{2} \right) + 3$ με μέγιστη τιμή το $\frac{7}{2}$. Να βρεις τη γωνία α .

$$\alpha = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

1008. Σε τρίγωνο ABΓ με γωνίες $A < B < \Gamma = 3A$, ισχύει $\sigma\upsilon\nu(3(A + \pi)) > 0$, να βρεις το είδος του τριγώνου

ως προς τις γωνίες του και ν.δ.ο. $\frac{1}{2} < \sigma\upsilon\nu A < \frac{\sqrt{3}}{2}$



Επαναληπτικές δύσκολες



1009. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = \eta\mu^3 x \sigma\upsilon\nu x + \eta\mu x \sigma\upsilon\nu^3 x, x \in \mathbb{R}$

- Ν.δ.ο. $f(x) = \frac{1}{2} \eta\mu 2x$
- Ν.δ.ο. η παράσταση $4f^2\left(\frac{\pi-x}{2}\right) + \sigma\upsilon\nu(\pi-x)\sigma\upsilon\nu(2\pi-x) + 8f^2\left(\frac{\pi-2x}{4}\right)$ έχει σταθερή τιμή
- Ν.δ.ο. $f^2\left(\frac{\pi}{4}-x\right) + f^2\left(\frac{\pi}{4}-y\right) + 2f(x)f(y) \leq \frac{1}{2}$
- Να λύσεις την εξίσωση : $|f(x)-2| + 3\eta\mu^3 x \sigma\upsilon\nu x = 1 - \eta\mu x \sigma\upsilon\nu^3 x$

1010. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = \sqrt{3}\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x, x \in \mathbb{R}$

- Ν.δ.ο. η συνάρτηση είναι περιοδική με περίοδο 2π
- Ν.δ.ο. $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$
- Να σχεδιάσεις στο ίδιο σύστημα αξόνων : $C_f, C_g, g(x) = 2\sigma\upsilon\nu x$
- Να λύσεις την εξίσωση : $\sqrt{3}\sigma\upsilon\nu x = 1 - \eta\mu x$
- Ν.δ.ο. $f^2\left(\frac{\pi}{2}+x\right) = (2+f(x))(2-f(x))$

1011. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = \frac{\eta\mu 2x}{1+\sigma\upsilon\nu 2x}$

- Να βρεις το A_f
- Ν.δ.ο. $f(x) = \varepsilon\varphi x$
- Αν $f\left(\frac{\pi}{3}-x\right) + f\left(\frac{\pi}{6}+x\right) = 5 \Rightarrow f^2\left(\frac{\pi}{3}-x\right) - f^2\left(\frac{\pi}{6}+x\right) = ;$
- Αν $f(x) = -\frac{3}{4}, \frac{3\pi}{2} < x < 2\pi \Rightarrow x = ;$

1012. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = \eta\mu\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \eta\mu\left(x - \frac{\pi}{3}\right), x \in \mathbb{R}$

- Ν.δ.ο. $f(x) = \eta\mu x$



- Να λύσει την εξίσωση : $2f^2\left(\frac{5\pi}{2} - x\right) = 1 + f(x)$
- Να βρεις την περίοδο της $g(x) = f(2x)$
- Να σχεδιάσεις στο ίδιο σύστημα αξόνων $C_f, C_g, x \in [0, 2\pi]$
- Ν.δ.ο. $\frac{f(2x)}{1 - f^2(x)} = 2\epsilon\phi x$
-

1013. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $A = x, 0 < x < \frac{\pi}{2}$, ν.δ.ο.

- $f(A) = f(B + \Gamma)$
- $f\left(\frac{A}{2}\right) = \sigma\nu\nu \frac{B + \Gamma}{2}$

1014. Αν εφά,εφβ οι ρίζες της εξίσωσης : $x^2 - (3 - \sqrt{3})x + 2 - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow \epsilon\phi(a + b) = ;$

1015. Να λύσεις το σύστημα : $\begin{cases} \eta\mu x \sigma\nu y = -\frac{3}{4} \\ \sigma\nu x \eta\mu y = \frac{1}{4} \end{cases}$

1016. Να λύσεις την εξίσωση : $2\eta\mu\omega = \sigma\nu\nu\left(\omega - \frac{\pi}{6}\right)$

1017. Ν.δ.ο. $\epsilon\phi 5\omega - \epsilon\phi 3\omega - \epsilon\phi 2\omega = \epsilon\phi 5\omega \epsilon\phi 2\omega \epsilon\phi 3\omega$

1018. $\epsilon\phi\left(\frac{\pi}{4} + \omega\right) = \frac{1 + \eta\mu 2\omega}{\sigma\nu\nu 2\omega}$

1019. Να λυθεί η εξίσωση : $\epsilon\phi 2x + 2\eta\mu x = 0$

1020. Ποιο το είδος του τριγώνου ΑΒΓ όπου : $1 - 2\eta\mu^2 \frac{A}{2} = 0$

1021. Ποιο το είδος του τριγώνου ΑΒΓ όπου : $2\sigma\nu\nu^2 \frac{A}{2} - 1 = 1 - 2\eta\mu^2 \frac{B}{2}$

1022. Να λυθεί η εξίσωση : $\epsilon\phi x \epsilon\phi 2x = -3$

1023. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει : $\frac{\eta\mu B + \eta\mu(\Gamma - A)}{\sigma\nu\nu(\Gamma - A)} = \epsilon\phi\Gamma \Rightarrow B = 90$

1024. Ν.δ.ο .σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ : $\frac{\sigma\nu\nu A}{\eta\mu B \eta\mu\Gamma} + \frac{\sigma\nu\nu B}{\eta\mu A \eta\mu\Gamma} + \frac{\sigma\nu\nu\Gamma}{\eta\mu A \eta\mu B} = 2$

1025. Ν.δ.ο. $\frac{2\eta\mu x - \eta\mu 2x}{2\eta\mu x + \eta\mu 2x} = \epsilon\phi^2 \frac{x}{2}$



1026. Ν.δ.ο. $\eta\mu^2 \frac{\pi}{12} - \sigma\upsilon\nu^4 \frac{5\pi}{12} = \frac{1}{16}$
1027. Ν.δ.ο. $\frac{3-4\sigma\upsilon\nu\omega + \sigma\upsilon\nu 2\omega}{3+4\sigma\upsilon\nu\omega + \sigma\upsilon\nu 2\omega} = \varepsilon\varphi^4 \frac{\omega}{2}$
1028. Να λύσεις εξίσωση : $\varepsilon\varphi 2x = 2\eta\mu x$
1029. Να λύσεις εξίσωση : $\varepsilon\varphi x \varepsilon\varphi 2x = -3$
1030. Να λύσεις την εξίσωση : $1 - \sigma\upsilon\nu x = \eta\mu x \eta\mu \frac{x}{2}$
1031. Ν.δ.ο. $\frac{1}{\eta\mu 10} - \frac{\sqrt{3}}{\sigma\upsilon\nu 10} = 4$
1032. Να λύσεις την εξίσωση : $\varepsilon\varphi x + \sigma\varphi x = 8\sigma\upsilon\nu 2x$
1033. Να συγκρίνεις :
- $\eta\mu 130 \dots \eta\mu 140$
 - $\sigma\upsilon\nu 210 \dots \sigma\upsilon\nu 220$



Το νου σας

1034. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{2}\sin 2x$, $x \in \mathbb{R}$.

- Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης; Ποια είναι η περίοδος της f ; (Μον 9)
- Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f σε διάστημα πλάτους μιας περιόδου. (Μονάδες 10)
- Να εξετάσετε αν η συνάρτηση μπορεί να πάρει την τιμή 1. (Μονάδες 6)

1035. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\sin x + 1$, $x \in \mathbb{R}$.

- Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης f (Μονάδες 10)
- Για ποια τιμή του $x \in [0, 2\pi]$ η συνάρτηση παρουσιάζει μέγιστη τιμή; (Μονάδες 15)

1036. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -3\sin 2x$, $x \in \mathbb{R}$.

- Να βρείτε την περίοδο, τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f (Μονάδες 12)
- Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα και να παραστήσετε γραφικά την f σε διάστημα μιας περιόδου. (Μονάδες 13)

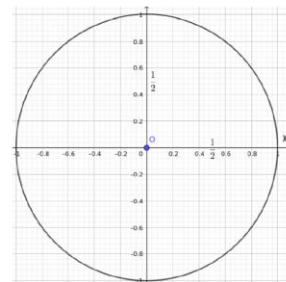
x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2x$					
$\sin 2x$					
$f(x) = -3\sin 2x$					

1037. Έστω γωνία x για την οποία ισχύουν: $0 < x < \frac{\pi}{2}$ και $\sin x + \sin(\pi - x) = 1$

- Να αποδείξετε ότι $\sin x = \frac{1}{2}$ (Μονάδες 12)
- Να βρείτε την γωνία x . (Μονάδες 13)

1038.

α) Στον παρακάτω τριγωνομετρικό κύκλο να σημειώσετε τις τελικές πλευρές δύο γωνιών που ανήκουν στο διάστημα $[0, 2\pi)$, με αρχική πλευρά την ημιευθεία Ox , οι οποίες να έχουν ημίτονο ίσο με $\frac{1}{2}$ και άλλες δύο οι οποίες να έχουν συνημίτονο ίσο με $\frac{1}{2}$ (Μονάδες 12)





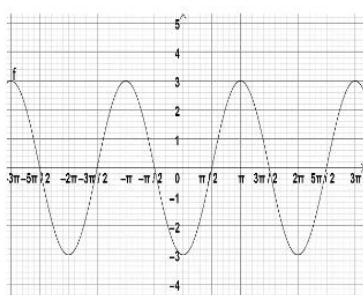
β) Να λύσετε την εξίσωση $\eta\mu x = \frac{1}{2}$ για $x \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 13)

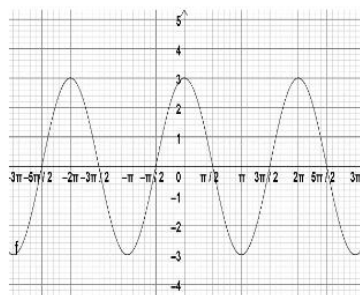
1039. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -3\sigma\upsilon\nu x$, $x \in \mathbb{R}$.

- Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης f . (Μονάδες 8)
- Να βρείτε την περίοδο της συνάρτησης f . (Μονάδες 7)
- Από τις παρακάτω τέσσερις γραφικές παραστάσεις μια μόνο αντιστοιχεί στη γραφική παράσταση της f , να επιλέξετε αυτή που αντιστοιχεί στη συνάρτηση $f(x) = -3\sigma\upsilon\nu x$ και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

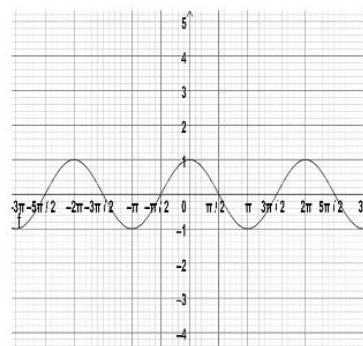
A)



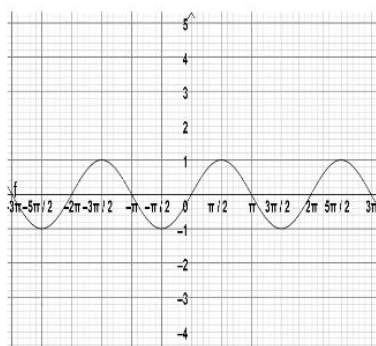
B)



Γ)



Δ)



(Μονάδες 10)

1040. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 3\sigma\upsilon\nu 2x$, $x \in \mathbb{R}$.

- Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης f . (Μονάδες 10)
- Να βρείτε την περίοδο της συνάρτησης f . (Μονάδες 5)
- Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = -3$ στο $\mathbb{R}$. (Μονάδες 10)

1041. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει $\sigma\upsilon\nu A = -\frac{3}{5}$.

- Να αιτιολογήσετε γιατί το τρίγωνο είναι αμβλυγώνιο. (Μονάδες 10)
- Να βρείτε το $\eta\mu A$. (Μονάδες 15)



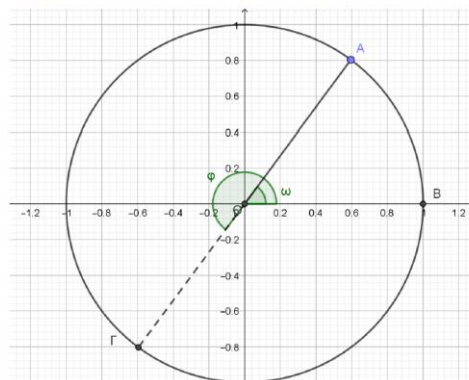
1042. Στον παρακάτω κύκλο σχεδιάσαμε γωνία $\hat{\omega} = \text{BOA}$.

- Με βάση το σχήμα, να αιτιολογήσετε γιατί $\sin \omega = \frac{3}{5}$

(Μονάδες 8)

Η προέκταση του τμήματος ΑΟ τέμνει τον τριγωνομετρικό κύκλο στο σημείο Γ, όπως φαίνεται στο σχήμα.

- Να εκφράσετε τη γωνία $\hat{\phi} = \text{BOG}$ με την βοήθεια της γωνίας $\hat{\omega}$. (Μονάδες 8)
- Με τη βοήθεια του τριγωνομετρικού κύκλου ή με οποιονδήποτε άλλο τρόπο θέλετε να υπολογίσετε το $\sin \phi$. (Μονάδες 9)



1043. Θεωρούμε τη συνάρτηση $f(x) = \sqrt{2} \cdot \sin x$, $x \in \mathbb{R}$.

- Να βρείτε την περίοδο της συνάρτησης.
- Να βρείτε την μέγιστη και ελάχιστη τιμή της.
- Να υπολογίσετε τον αριθμό $f(2025\pi)$

(Μονάδες 7)

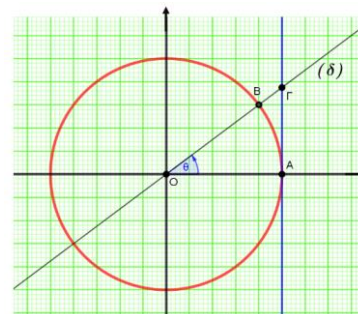
(Μονάδες 10)

(Μονάδες 8)

1044. Στο διπλανό σχήμα έχει σχεδιαστεί ο τριγωνομετρικός κύκλος και η ευθεία (δ) η οποία είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Α. Η τελική πλευρά ΟΒ της θετικής γωνίας $\text{AOB} = \hat{\theta}$, αν προεκταθεί τέμνει την ευθεία (δ) στο σημείο Γ. Γνωρίζουμε ότι $\eta \mu \theta = \frac{3}{5}$.

- Με τη βοήθεια του σχήματος ή με όποιο άλλο τρόπο θέλετε, να βρείτε τον αριθμό $\sin \theta$ και στη συνέχεια τον αριθμό $\epsilon \phi \theta$. (Μονάδες 13)

- Να βρεθούν οι συντεταγμένες των σημείων Β και Γ. (Μον 12)



1045. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 4\eta \mu(11\pi - x)$, $x \in \mathbb{R}$. Να δείξετε ότι:

- $\eta \mu(11\pi - x) = \eta \mu x$, $x \in \mathbb{R}$.

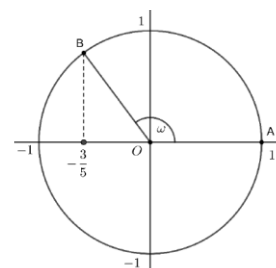
(Μονάδες 6)

- $f(x) = 4\eta \mu x$, $x \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 4)

- Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 4\eta \mu x$, όταν $x \in [0, 2\pi]$. (Μονάδες 15)

1046. α) Να βρείτε το συνημίτονο της γωνίας ω του διπλανού σχήματος και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 11)

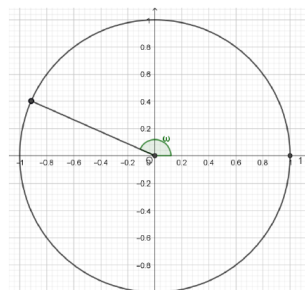




β) Αν $\sin \omega = -\frac{3}{5}$, να βρείτε το $\eta\mu\omega$. (Μονάδες 14)

1047. Στον διπλανό τριγωνομετρικό κύκλο σχεδιάσαμε γωνία $\hat{\omega}$, με $\eta\mu\omega = 0,4$.

- Να μεταφέρετε στην κόλλα σας το σχήμα και να σχεδιάσετε την γωνία $-\hat{\omega}$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 12)
- Με τη βοήθεια του τριγωνομετρικού κύκλου ή με όποιο άλλο τρόπο θέλετε, να βρείτε το $\eta\mu(-\omega)$. (Μονάδες 13)

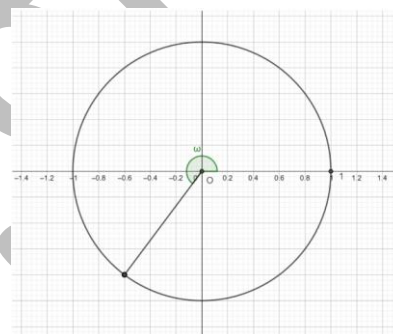


1048. Στον παρακάτω τριγωνομετρικό κύκλο σχεδιάσαμε γωνία $\vec{\omega}$.

- Να αιτιολογήσετε με βάση το σχήμα γιατί $\sin \omega = -\frac{3}{5}$. (Μον 12)

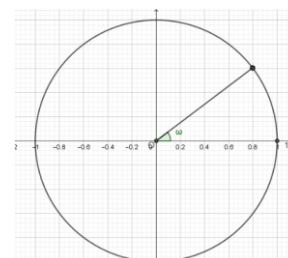
Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς

- $\eta\mu\omega$
- $\epsilon\phi\omega$ (Μονάδες 6+7)



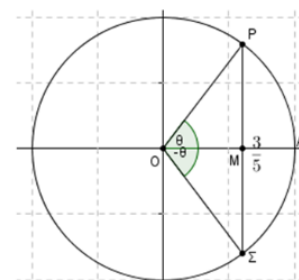
1049. Στον παρακάτω τριγωνομετρικό κύκλο σχεδιάσαμε γωνία $\vec{\omega}$, με $\sin \omega = 0,8$.

- Να μεταφέρετε στην κόλλα σας το σχήμα και να σχεδιάσετε τις γωνίες στο διάστημα $[0, 2\pi]$, των οποίων το συνημίτονο είναι $-0,8$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 12)
- Να βρείτε την σχέση των γωνιών που βρήκατε στο α) ερώτημα με την γωνία $\vec{\omega}$. (Μονάδες 13)



1050. Στον διπλανό σχήμα δίνεται ο τριγωνομετρικός κύκλος και οι γωνίες θ και $-\theta$.

- Να αιτιολογήσετε γιατί $\sin \theta = \frac{3}{5}$. (Μονάδες 8)
- Να βρείτε το $\eta\mu\theta$. (Μονάδες 9)
- Να βρείτε το $\eta\mu\theta$ και το συνημίτονο της γωνίας $-\theta$. (Μονάδες 8)

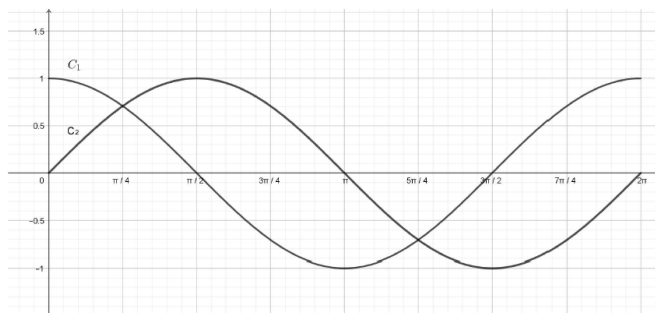


1051.

- Να αποδείξετε ότι $\eta\mu 476^\circ = \eta\mu 16^\circ$. (Μονάδες 11)
- Αν γνωρίζουμε ότι το $\eta\mu 16^\circ$ είναι περίπου $\frac{9}{10}$, να υπολογίσετε το $\sin 116^\circ$. (Μονάδες 14)



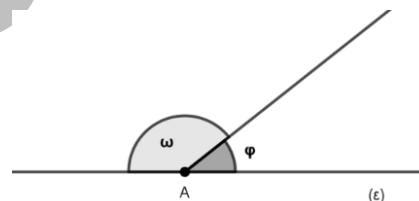
1052. Στο παρακάτω σύστημα συντεταγμένων έχουμε σχεδιάσει δύο γραφικές παραστάσεις C_1 και C_2 για $x \in [0, 2\pi]$.



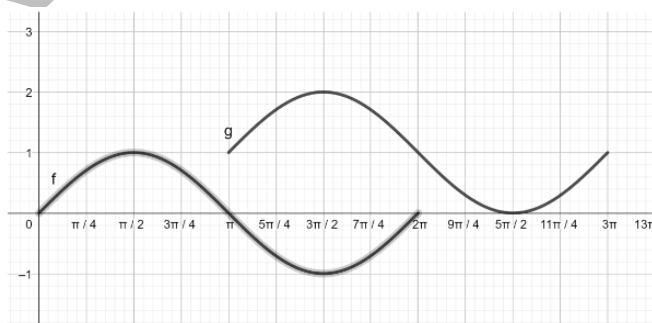
- Αν οι γραφικές παραστάσεις είναι των συναρτήσεων $f(x) = \sin x$ και $g(x) = \eta \mu x$ για κάθε $x \in [0, 2\pi]$, ποια από τις C_1 και C_2 είναι η γραφική παράσταση της $f(x) = \sin x$ και ποια της $g(x) = \eta \mu x$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 10)
- Με τη βοήθεια του σχήματος να λύσετε την εξίσωση $\eta \mu x = \sin x$ στο διάστημα $[0, 2\pi]$. (Μον 15)

1053. Δίνεται $\eta \mu \phi = \frac{3}{5}$, όπου ϕ η οξεία γωνία που σχηματίζεται με κορυφή το σημείο A της ευθείας (ε) του παρακάτω σχήματος.

- Να βρείτε το συνημίτονο της γωνίας ϕ . (Μονάδες 13)
- Να βρείτε το ημίτονο και το συνημίτονο της αμβλείας γωνίας ω . (Μονάδες 12)

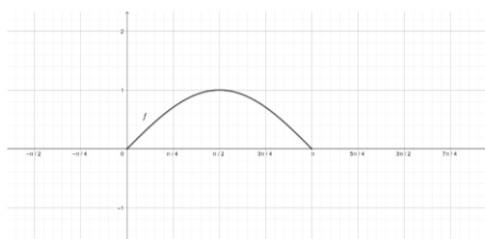


1054. Στο παραπάνω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \eta \mu x$ στο διάστημα $[0, 2\pi]$ και η γραφική παράσταση της συνάρτησης g που προέκυψε από την f με δύο διαδοχικές μετατοπίσεις. Με τη βοήθεια του σχήματος να βρείτε:



- το πεδίο ορισμού της συνάρτησης g , την μέγιστη τιμή της και σε ποια θέση την αποκτά. (Μον 13)
- τις δύο διαδοχικές μετατοπίσεις της f από τις οποίες προέκυψε η g (Μονάδες 6)
- τον τύπο της g . (Μονάδες 6)

1055. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \eta \mu x$ με $x \in [0, \pi]$.





- Να μεταφέρετε στην κόλλα σας το σχήμα και μετατοπίζοντας κατάλληλα την f να σχεδιάσετε την

συνάρτηση $g(x) = f\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$. (Μονάδες 8)

- Ποιος είναι ο τύπος της f και σε ποιο διάστημα ορίζεται; (Μονάδες 8)
- Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = g(x)$. (Μονάδες 9)

1056. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu 2x$, $x \in \mathbb{R}$.

- Να βρείτε την περίοδο καθώς και τη μέγιστη και ελάχιστη τιμή της f . (Μονάδες 6)

- Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών: (Μονάδες 10)

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2x$					
$f(x) = \eta\mu 2x$					

- Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f σε διάστημα μιας περιόδου. (Μονάδες 9)

1057. Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = \sigma\upsilon\nu 2x$, $x \in \mathbb{R}$.

- Να βρείτε την περίοδο καθώς και τη μέγιστη και ελάχιστη τιμή της g . (Μονάδες 6)

- Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών: (Μονάδες 10)

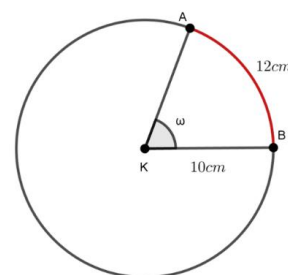
x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2x$					
$g(x) = \sigma\upsilon\nu 2x$					

- Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της g σε διάστημα μιας περιόδου. (Μονάδες 9)

1058. Δίνεται ο κύκλος του διπλανού σχήματος με κέντρο K και ακτίνα 10cm.

Επίσης δίνεται το τόξο AB με μήκος 12cm και η αντίστοιχη επίκεντρη γωνία ω .

- Να αιτιολογήσετε γιατί το μέτρο της γωνίας ω είναι 1,2 rad. (Μον 6)
- να αιτιολογήσετε γιατί η γωνία ω είναι οξεία. (Μονάδες 6)
- Αν $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{9}{25}$, να βρείτε το $\eta\mu\omega$. (Δίνεται ότι $\sqrt{544} = 4\sqrt{34}$) (Μονάδες 13)



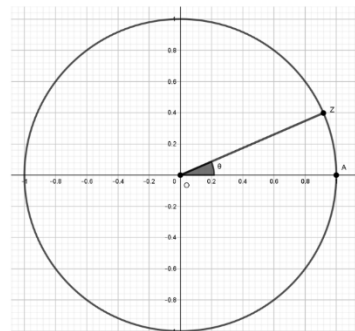
1059. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu(13\pi + x) - 2\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

- Να δείξετε ότι $\sigma\upsilon\nu(13\pi + x) = -\sigma\upsilon\nu x$ (Μονάδες 5)
- Να δείξετε ότι $f(x) = -4\sigma\upsilon\nu x$. (Μονάδες 8)
- Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = -2$. (Μονάδες 12)



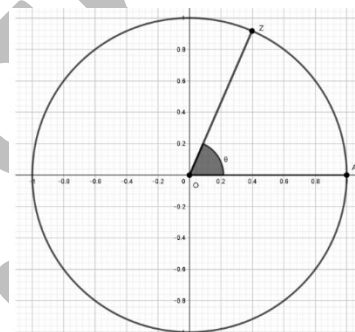
1060. Στον παρακάτω τριγωνομετρικό κύκλο δίνεται η γωνία $\text{AOZ} = \theta$.

- Να μεταφέρετε τον κύκλο στην κόλλα σας και να φέρετε σε αυτόν τις τελικές πλευρές των γωνιών $3\pi + \theta$ και $4\pi - \theta$. (Μονάδες 9)
- Να αιτιολογήσετε γιατί $\eta\mu\theta = 0,4$. (Μονάδες 7)
- να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς: $\eta\mu(3\pi + \theta)$ και $\eta\mu(4\pi - \theta)$. (Μονάδες 9)



1061. Στον παρακάτω τριγωνομετρικό κύκλο δίνεται η γωνία $\text{AOZ} = \theta$.

- Να μεταφέρετε τον κύκλο στην κόλλα σας και να φέρετε σε αυτόν τις τελικές πλευρές των γωνιών $3\pi + \theta$ και $\frac{\pi}{2} + \theta$. (Μονάδες 9)
- Να αιτιολογήσετε γιατί $\sigma\upsilon\nu\theta = 0,4$. (Μονάδες 7)
- Με χρήση του βι) ή με όποιον άλλο τρόπο θέλετε να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς: $\sigma\upsilon\nu(3\pi + \theta)$ και $\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$. (Μονάδες 9)

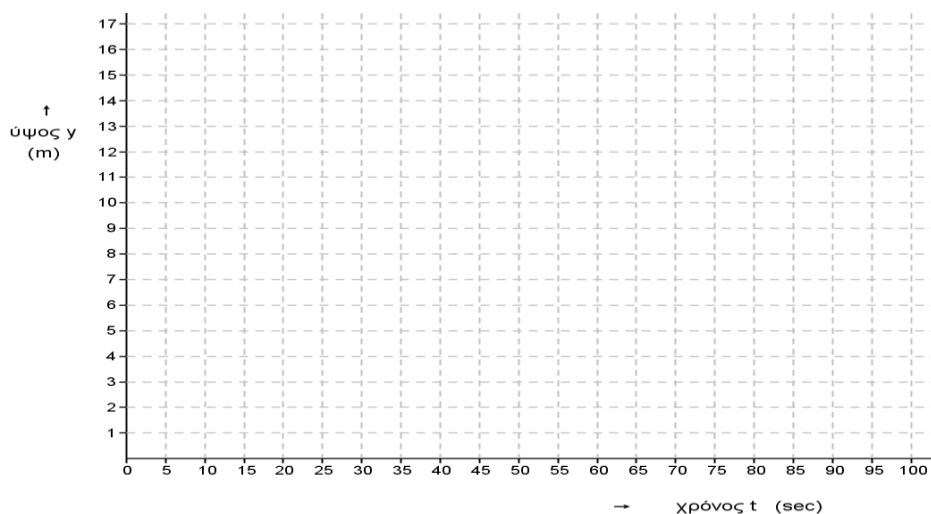


1062. Η Αλίκη και η Αθηνά διασκεδάζουν στη ρόδα του λούνα παρκ. Η απόσταση, σε μέτρα, του καθίσματός τους από το έδαφος τη χρονική στιγμή t sec δίνεται από τη συνάρτηση

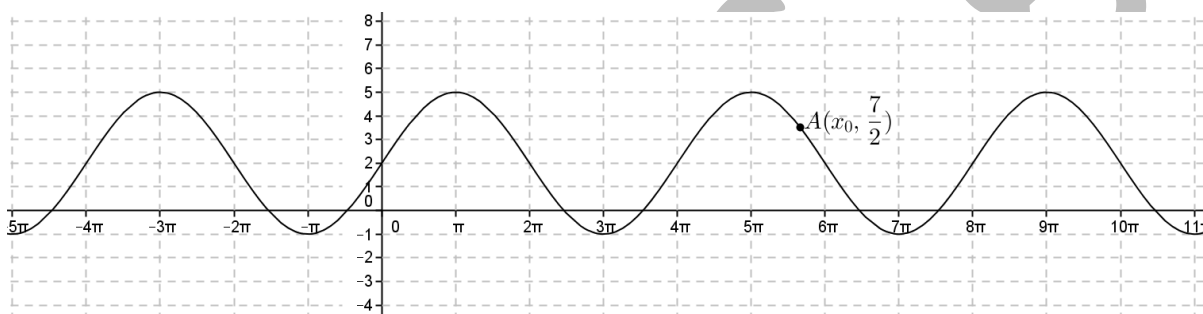
$$h(t) = 8 + 6 \cdot \eta\mu\left(\frac{\pi \cdot t}{30}\right) \text{ και } 0 \leq t \leq 180$$

- Να βρείτε το ελάχιστο και το μέγιστο ύψος στο οποίο φτάνει το κάθισμα, καθώς και τις στιγμές κατά τις οποίες το κάθισμα βρίσκεται στο ελάχιστο και στο μέγιστο ύψος. (Μονάδες 8)
- Να υπολογίσετε την ακτίνα της ρόδας. (Μονάδες 3)
- Να βρείτε την περίοδο της κίνησης, δηλαδή το χρόνο στον οποίο η ρόδα ολοκληρώνει μια περιστροφή. Πόσους γύρους έκαναν οι δύο φίλες στο διάστημα από 0 έως 180 sec; (Μονάδες 4+2)
- Να μεταφέρετε στην κόλλα σας τον πίνακα τιμών και το σύστημα συντεταγμένων που δίνονται παρακάτω και να συμπληρώσετε τον πίνακα τιμών της συνάρτησης του ύψους $h(t)$ (Μονάδες 3)
- να σχεδιάσετε στο σύστημα συντεταγμένων το τμήμα της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $h(t)$ με $0 \leq t \leq 90$ (Μονάδες 5)

t	0	15	30	45	60	75	90
h(t)							



1063. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f η οποία είναι της μορφής $f(x) = \rho \cdot \eta\mu(\omega x) + k$, με ρ, k πραγματικές σταθερές και $\omega > 0$.



Με βάση τη γραφική παράσταση, να βρείτε:

- τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης f . (Μονάδες 3)
- την περίοδο T της συνάρτησης f . (Μονάδες 3)
- Να προσδιορίσετε τις τιμές των σταθερών ρ , k και ω . Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας (Μον 9)
- Θεωρώντας γνωστό ότι $\rho = 3$, $\omega = \frac{1}{2}$ και $k = 2$ να προσδιορίσετε αλγεβρικά την τετμημένη x_0 του σημείου A της γραφικής παράστασης, που δίνεται στο σχήμα. (Μονάδες 10)

1064.

- Να λύσετε το σύστημα: $\begin{cases} x + y = -1 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$ (Μονάδες 12)
- Με τη βοήθεια του ερωτήματος (α) και του τριγωνομετρικού κύκλου, να βρείτε όλες τις γωνίες ω με $0 \leq \omega \leq 2\pi$, που ικανοποιούν τη σχέση $\sigma\upsilon\nu\omega + \eta\mu\omega = -1$ και να τις απεικονίσετε πάνω στον τριγωνομετρικό κύκλο. (Μονάδες 13)

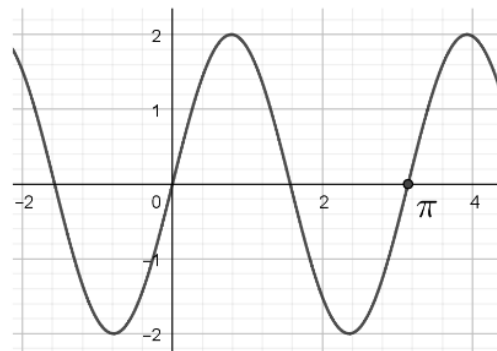
1065.

Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \eta\mu\alpha x \cdot \left[\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - \alpha x\right) + 2 \right] - \sigma\upsilon\nu\alpha x \cdot \sigma\upsilon\nu(\pi - \alpha x) - 1, \text{ με } \alpha \in \mathbb{R}.$$



- Να δείξετε ότι $f(x) = 2 \cdot \eta\mu ax$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. (Μονάδες 10)
- Δίνεται επιπλέον ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης f είναι αυτή που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Να δείξετε ότι $a = 2$. (Μονάδες 6)
- Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με την ευθεία $\varepsilon : y = 1$ και για κάθε $x \in [0, \pi]$. (Μονάδες 9)



1066. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha \cdot \eta\mu\beta x$, με α, β ακέραιους θετικούς αριθμούς.

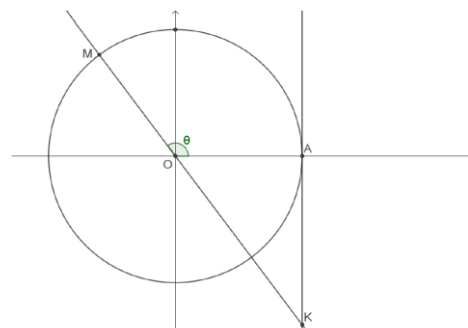
- Να βρείτε την τιμή του α , αν η μέγιστη τιμή της συνάρτησης είναι 2. (Μονάδες 6)
- Αν $\alpha = 2$, να δείξετε ότι η μικρότερη τιμή του β για την οποία είναι $f\left(\frac{\pi}{16}\right) = 2$ είναι $\beta = 8$. (Μονάδες 10)
- Αν $\alpha = 2$ και $\beta = 8$, να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 1$ στο διάστημα $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ (Μονάδες 9)

1067. Στο διπλανό σχήμα δίνεται μια γωνία $\theta = \angle AOM$ με

$$\eta\mu\theta = \frac{4}{5}, \text{ της οποίας η τελική πλευρά τέμνει τον τριγωνομετρικό}$$

κύκλο στο σημείο M και την ευθεία $x = 1$ στο σημείο K.

- Να βρείτε τους τριγωνο-μετρικούς αριθμούς $\sin\theta$, $\cos\theta$, $\tan\theta$. (Μονάδες 8)
- Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων M (Μον 6)



Έστω μια γωνία $\phi \in [0, 2\pi]$ για την οποία ισχύει $\eta\mu\phi = \frac{3}{5}$ και $\sin\phi < 0$.

- Να αιτιολογήσετε γιατί η γωνία ϕ έχει την τελική πλευρά της στο 2ο τεταρτημόριο. (Μονάδες 5)
- Να αιτιολογήσετε γιατί $\theta < \phi$. (Μονάδες 6)

1068. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 1 + 2\eta\mu\left(\frac{\pi x}{2}\right)$, $x \in \mathbb{R}$.

- Να βρείτε την περίοδο της συνάρτησης f . (Μονάδες 5)
- Να βρείτε τα ακρότατα της συνάρτησης f . (Μονάδες 6)
- Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων στα οποία η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα $x'x$. (Μονάδες 7)



- Να αποδείξετε ότι $(f(x)-1)^2 + (f(1-x)-1)^2 = 4$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$. (Μονάδες 7)

1069. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \eta\mu(\pi + x)$, $x \in \mathbb{R}$.

- Να αποδείξετε ότι $f(x) = \sigma\upsilon\nu x - \eta\mu x$. (Μονάδες 6)
- Να αποδείξετε ότι $-2 \leq f(x) \leq 2$. Κατόπιν να εξετάσετε αν ο αριθμός 2 είναι η μέγιστη τιμή της συνάρτησης. (Μονάδες 10)

Να βρείτε:

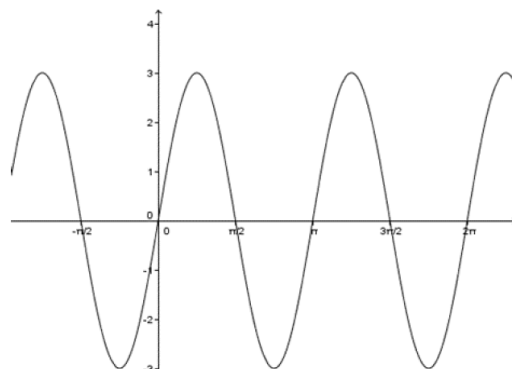
- Το σημείο τομής της γραφικής παράστασης C_f της f με τον άξονα $y'y$. (Μονάδες 3)
- Δυο σημεία τομής της C_f με τον $x'x$. (Μονάδες 6)

1070. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu x$, $x \in \mathbb{R}$.

- Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της. (Μονάδες 8)
- Να βρείτε δυο κοινά σημεία της γραφικής παράστασης C_f της f με την ευθεία $y = 1$. (Μονάδες 5)
- Να συγκρίνετε τους αριθμούς $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ και $f\left(\frac{2\pi}{5}\right)$. (Μονάδες 6)
- Να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση, στο διάστημα $[0, 2\pi]$. (Μονάδες 6)

1071. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f που είναι της μορφής $f(x) = \rho\eta\mu(\alpha x)$, $x \in \mathbb{R}$ και $\alpha, \rho > 0$.

- Να βρείτε, με βάση το σχήμα, την περίοδο της, την μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της. (Μονάδες 6)
- Με βάση τις απαντήσεις στο προηγούμενο ερώτημα, να βρείτε τους αριθμούς α και ρ . (Μονάδες 6)



Έστω $\rho = 3$ και $\alpha = 2$. Θεωρούμε επίσης τη συνάρτηση $g(x) = x^4 - 2x^2 + 5$, $x \in \mathbb{R}$.

- Να αποδείξετε ότι η ελάχιστη τιμή της είναι ίση με 4. (Μονάδες 7)
- Να αιτιολογήσετε γιατί οι γραφικές παραστάσεις των f , g δεν έχουν κοινό σημείο. (Μονάδες 6)

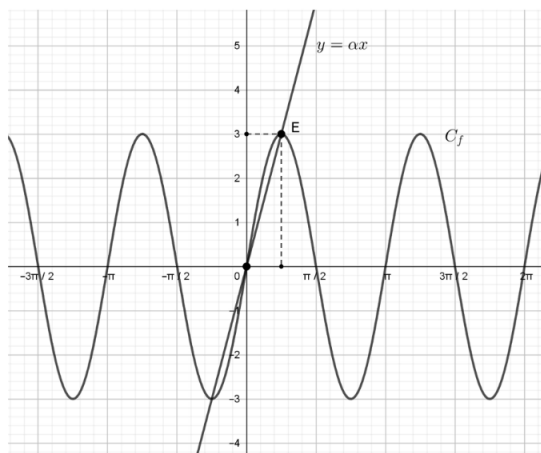
1072. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η ευθεία $y = \alpha x$, $\alpha \in \mathbb{R}$, $x \in \mathbb{R}$ και η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \rho\eta\mu(\omega x)$, όπου $\omega > 0$, $\rho > 0$ και $x \in \mathbb{R}$. Με βάση το σχήμα,

- Να δείξετε ότι $\rho = 3$ και $\omega = 2$. (Μονάδες 6)
- Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό α . (Μονάδες 9)



- Να βρείτε τις λύσεις της εξίσωσης $3\eta\mu(2x) - \frac{12}{\pi}x = 0$.

(Μονάδες 10)



1073. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\eta\mu 3x + 1, x \in \mathbb{R}$.

- Να βρείτε την περίοδο T , τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f .

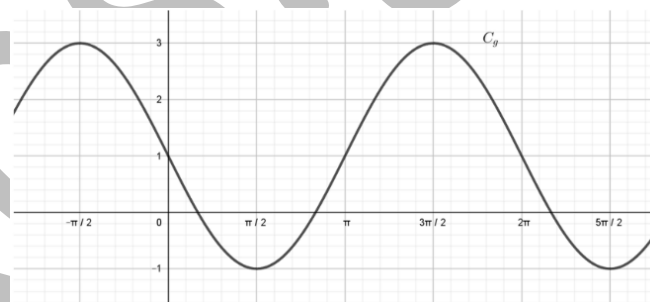
(Μονάδες 3)

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$g(x) = \alpha\eta\mu\beta x + \gamma, \text{ με } \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}, \beta > 0 \text{ και}$$

πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.

- Με βάση το σχήμα, να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς α , β και γ . Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



(Μονάδες 12)

- Για $\alpha = -2$, $\beta = 1$ και $\gamma = 1$, να λύσετε την εξίσωση $f(x) = g(x)$ στο διάστημα $[0, \pi)$. (Μον 10)

1074.

Δίνεται το σύστημα: $(\Sigma): \begin{cases} -x + 2y = 1 \\ x + \lambda y = \lambda \end{cases}$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

- Αν $\lambda = -1$, να λύσετε το σύστημα. (Μονάδες 2)
- Αν (x_0, y_0) είναι η λύση του συστήματος για $\lambda = -1$, να βρείτε γωνία $\theta \in [0, 2\pi)$ τέτοια ώστε $x_0 = \sigma\upsilon\nu\theta$ και $y_0 = \eta\mu\theta$. (Μονάδες 4)
- Αν $\lambda = 1$ και (x_1, y_1) είναι η αντίστοιχη λύση του συστήματος, να δείξετε ότι δεν υπάρχει γωνία ω , τέτοια ώστε $x_1 = \sigma\upsilon\nu\omega$ και $y_1 = \eta\mu\omega$. (Μονάδες 7)

Αν γνωρίζουμε ότι το σύστημα (Σ) έχει μοναδική λύση την (x_2, y_2) με $x_2 = \sigma\upsilon\nu\varphi$ και $y_2 = \eta\mu\varphi$,

$$\varphi \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right),$$



- Να δείξετε ότι $\sin \varphi = \frac{3}{5}$ και $\eta \mu \varphi = \frac{4}{5}$. (Μονάδες 6)

- Να υπολογίσετε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$. (Μονάδες 6)

1075. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\sin^2(\pi - x) - 3\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \alpha$, με $\alpha \in \mathbb{R}$.

- Να δείξετε ότι $f(x) = 2\sin^2 x - 3\sin x + \alpha$. (Μονάδες 8)
- Να εξετάσετε αν η συνάρτηση f είναι άρτια ή περιττή. (Μονάδες 5)
- Να βρείτε το α αν είναι γνωστό ότι η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $M\left(\frac{\pi}{3}, 1\right)$. (Μονάδες 5)

- Για $\alpha = 2$ και $g(x) = 2\eta\mu^2 x + 9\sin x - 9$, να εξετάσετε (αν υπάρχουν) κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων f και g . (Μονάδες 7)

1076. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) - 2\eta\mu(\pi + 2x)$, με $\alpha > 0$.

- Να δείξετε ότι $f(x) = (\alpha + 2)\eta\mu 2x$. (Μονάδες 5)
- Αν η μέγιστη τιμή της f είναι 4, να δείξετε ότι $\alpha = 2$. (Μονάδες 5)
- Να βρείτε την περίοδο της f . (Μονάδες 5)
- Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f σε διάστημα μιας περιόδου. (Μονάδες 5)
- Αν $g(x) = 5 - \sin^2 2x$, να βρείτε, αν υπάρχουν, τα κοινά σημεία της C_f με την C_g , όπου C_f, C_g οι γραφικές παραστάσεις των f, g αντίστοιχα. (Μονάδες 5)

1077. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \rho \eta\mu x$, $g(x) = \eta\mu(\omega x)$, όπου $\rho, \omega > 0$.

- Να βρεθούν οι τιμές των ρ, ω , αν είναι γνωστό ότι η ελάχιστη τιμή της f είναι -2 και η περίοδος της g είναι π . Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας. (Μονάδες 6)
- Να κάνετε, στο ίδιο σύστημα αξόνων, τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = 2\eta\mu x$, $x \in [0, \pi]$ και $g(x) = \eta\mu(2x)$, $x \in [0, \pi]$. (Μονάδες 10)

Χρησιμοποιώντας τις παραπάνω γραφικές παραστάσεις των δύο συναρτήσεων ή με οποιονδήποτε άλλο

τρόπο, να αποδείξετε ότι $2\eta\mu \frac{5\pi}{9} > \eta\mu \frac{10\pi}{9}$. (Μονάδες 9)

