



Συστήματα



Κώστας Γλυκός

Άλγεβρα

κεφάλαιο 1

139 ασκήσεις

και τεχνικές σε 19 σελίδες

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ

Ιδιαίτερα μαθήματα

697.300.88.88

Kglykos.gr

13/8/2026

εκδόσεις

Καλό πήξιμο



Τα πάντα για τα
συστήματα

Συστήματα

Να λυθούν τα συστήματα :

$$424. \begin{cases} x = 3 \\ 2x + 5y = 1 \end{cases}$$

$$425. \begin{cases} y = -2 \\ 2x + 3y = 4 \end{cases}$$

$$426. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 0 \\ 2x + 5y = 12 \end{cases}$$

$$427. \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \\ x - \frac{y}{2} = 3 \end{cases}$$

$$428. \begin{cases} 2x - y = 4 \\ 4x + y = 5 \end{cases}$$

$$429. \begin{cases} -4x + 9y = 6.6 \\ 10x + y = 54 \end{cases}$$

$$(x, y) = (-5.1, 3)$$

$$430. \begin{cases} \frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{3} \\ 3x + 5y = 59 \end{cases}$$

Να λυθεί το σύστημα :

Λύση:

Μέθοδος αντικατάστασης :
Λύσε την πιο εύκολη εξίσωση ως προς έναν άγνωστο και αντικατέστησε στην άλλη

Μέθοδος αντιθέτων συντελεστών :
Στοχεύω σε έναν άγνωστο και πολ/ζω την πάνω εξίσωση με το συντελεστή του κάτω αγνώστου και την κάτω εξίσωση με τον συντελεστή του πάνω αγνώστου (το νου σου, ίσως χρειαστεί να αλλάξεις πρόσημα σε μία απ τις δύο) και προσθέτεις κατά μέλη

Μέθοδος γραφική : Σχεδίασε τις δύο εξισώσεις και βρες τα κοινά σημεία στο σχήμα

Μέθοδος οριζουσών : Αναλύεται παρακάτω



$$431. \begin{cases} 3x - 5 = 2(y + 1) - 8 \\ 2(x - 1) = 3(1 - 2y) + 9 \end{cases}$$

$$432. \begin{cases} x + 0.3y = 7 \\ 2x + 0.7y = 39 \end{cases}$$

$$(x, y) = (-68, 250)$$

$$433. \begin{cases} \frac{1-2x}{3} + \frac{1+y}{2} = \frac{5}{12} \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = x + 2 \end{cases}$$

$$434. \begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 0 \end{cases}$$

$$(x, y) = (2, 2)$$

$$435. \begin{cases} \frac{x-2}{4} + \frac{y+1}{2} = \frac{3(y-3)}{2} + 11 - 3x \\ \frac{4x - (2y - x)}{2} = \frac{1-y}{10} - \left(\frac{x}{5} - \frac{23}{4} \right) \end{cases}$$

$$436. \begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ 2x + 5y = -1 \end{cases}$$

$$(x, y) = (2, -1)$$

$$437. \begin{cases} \frac{4x+15}{3} = x + \frac{3y-5}{5} \\ \frac{3x+2y}{4} + \frac{y+15}{5} = y \end{cases}$$

$$438. \begin{cases} 6x - 5y = 1 \\ -5x + 6y = 12 \end{cases}$$

$$(x, y) = (6, 7)$$

$$439. \begin{cases} \frac{2}{3}(2x + y) = \frac{1}{2} \\ \frac{x+y}{3} = 2 - 3y \end{cases}$$

$$440. \begin{cases} \frac{2x-y}{3} + \frac{x+1}{2} = 1 \\ \frac{2-x}{3} - \frac{1-y}{3} = -2 \end{cases}$$

$$441. \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ |3x - 5y| = 1 \end{cases}$$



442.
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 8 \\ \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = 3 \end{cases}$$

443.
$$\begin{cases} 5x\sqrt{3} - 6y\sqrt{2} = 9 \\ -3\sqrt{3}x + 4y\sqrt{2} = -5 \end{cases}$$

$$(x, y) = \left(\sqrt{3}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

444.
$$\begin{cases} 3|x+1| - |y-2| = 3 \\ |x+1| + 2|y-2| = 8 \end{cases}$$

445.
$$\begin{cases} 2x + 5y = 0 \\ 7x - 10y = 0 \end{cases}, \begin{cases} \frac{x}{5} - \frac{y}{3} = 0 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{7} = 0 \end{cases}$$

$$(x, y) = (0, 0), (x, y) = (0, 0)$$



446. Συμπλήρωσε την εξίσωση που λείπει ώστε να είναι αδύνατο το σύστημα :
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y = 2 \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

447. Συμπλήρωσε την εξίσωση που λείπει ώστε να είναι αδύνατο το σύστημα :
$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

448. Συμπλήρωσε την εξίσωση που λείπει ώστε να είναι αδύνατο το σύστημα :
$$\begin{cases} 5x + 4y = 10 \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

449. Συμπλήρωσε την εξίσωση που λείπει ώστε να είναι αδύνατο το σύστημα :
$$\begin{cases} \dots\dots\dots \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$$

450. Συμπλήρωσε την εξίσωση που λείπει ώστε να έχει άπειρες λύσεις το σύστημα (να βρεις τις άπειρες λύσεις):
$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

451. Συμπλήρωσε την εξίσωση που λείπει ώστε να έχει άπειρες λύσεις το σύστημα (να βρεις τις άπειρες λύσεις):
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y = 2 \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$



452. Συμπλήρωσε την εξίσωση που λείπει ώστε να έχει άπειρες λύσεις το σύστημα (να βρεις τις άπειρες λύσεις)

$$\begin{cases} 5x+4y=10 \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

453. Συμπλήρωσε την εξίσωση που λείπει ώστε να έχει άπειρες λύσεις το σύστημα (να βρεις τις άπειρες λύσεις):

$$\begin{cases} \dots\dots\dots \\ 3x-2y=5 \end{cases}$$

454. Το σύστημα $\begin{cases} x+2y=8 \\ \dots\dots\dots \end{cases}$ έχει λύση το ζεύγος (2, 3).

455. Το σύστημα $\begin{cases} 2x+y=12 \\ \dots\dots\dots \end{cases}$ έχει λύση, πάνω στη διχοτόμο της γωνίας του πρώτου τεταρτημορίου, ενός συστήματος αξόνων.

456. Συμπλήρωσε την εξίσωση που λείπει ώστε να έχει μοναδική λύση το κάθε σύστημα :

$$\begin{cases} \dots\dots\dots \\ 3x-2y=5 \end{cases}, \begin{cases} 5x+4y=10 \\ \dots\dots\dots \end{cases}, \begin{cases} \frac{1}{2}x-\frac{1}{3}y=2 \\ \dots\dots\dots \end{cases}.$$

457. 4. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό ή Λάθος.

- Η εξίσωση $\frac{a}{x} + by = \gamma$ είναι γραμμική.
- Η εξίσωση $ax + by = \gamma$ παριστάνει κατ' ανάγκη ευθεία.
- Οι ευθείες $x = \kappa$ και $y = \lambda$ είναι κάθετες.
- Η ευθεία $x = \kappa$ είναι γραφική παράσταση συνάρτησης.

458. 5. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω εξισώσεις με Σωστό, αν παριστάνουν ευθεία ή ευθείες πάντοτε και με Λάθος, αν δεν παριστάνουν.

- $|x - 3y| = 0$
- $ax + by = \gamma$
- $ax + (a - 1)y = 2$
- $\lambda x + (\lambda^2 - \lambda)y = 5$
- $\frac{y}{x-1} = 2$



- $x^2 - 2xy = -y^2$
- $y^2 - x^2 = 0$
- $x^2 - xy = 0$
- $x^2 + y^2 = 0$

459. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό ή Λάθος. Έστω (Σ) το σύστημα δυο γραμμικών εξισώσεων με δυο αγνώστους.

- Αν οι ευθείες με εξισώσεις τις εξισώσεις του (Σ) τέμνονται, τότε το (Σ) έχει μοναδική λύση.
- Αν το (Σ) έχει δυο λύσεις, τότε έχει άπειρες λύσεις.
- Αν το (Σ) είναι αδύνατο, τότε οι ευθείες με εξισώσεις τις εξισώσεις του (Σ) ταυτίζονται.
- Αν το (Σ) έχει ως λύση το ζεύγος $(0,0)$, τότε οι σταθεροί όροι των εξισώσεων του (Σ) είναι μηδέν.

460. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις.

- Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων $M(3, y)$, $y \in \mathbb{R}$ είναι η ευθεία
- Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων $M(x, 2)$, $x \in \mathbb{R}$ είναι η ευθεία
- Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων $M(x, x - 2)$, $x \in \mathbb{R}$ είναι η ευθεία
- Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων $M(0, y)$, $y \in \mathbb{R}$ είναι ο άξονας
- Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων $M(x, 0)$, $x \in \mathbb{R}$ είναι ο άξονας

461. Δίνεται η εξίσωση $(\alpha^2 - 2)x - |\beta - 1|y + 2 = 0$. Να βρείτε τις τιμές των α, β ώστε το ζεύγος $(1, -1)$ να είναι λύση της εξίσωσης.

462. Να βρείτε τις τιμές του λ , ώστε η εξίσωση $(|\lambda| - 1)x + (\lambda^2 - \lambda)y + 5 = 0$ να παριστάνει ευθεία.

463. Να λύσετε γραφικά το σύστημα $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + y = 3 \end{cases}$

464. Να λύσετε γραφικά το σύστημα $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$

465. Να λύσετε γραφικά το σύστημα $\begin{cases} 3x - y = 2 \\ 6x - 2y = 4 \end{cases}$

466. Να λύσετε το σύστημα: $\begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ 7x - y = 13 \end{cases}$



467. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} 3x - 5y = 8 \\ 4x + 7y = -3 \end{cases}$$

468. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} \frac{x-2y}{2} - \frac{3y-1}{4} = -x + 5 \\ 1 - 2x(y-1) = 3x - y(2x-1) \end{cases}$$

469. Να βρείτε τις τιμές των α και β , ώστε η εξίσωση $(\alpha - 2\beta - 1)x + (2\alpha - \beta - 5)y + \alpha - 1 = 0$ να παριστάνει ευθεία.

470. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε ,

- που διέρχεται από τα σημεία $A(1,2)$ και $B(2,-1)$.
- Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η , που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και είναι παράλληλη στην ευθεία ε .

471. Να εξετάσετε, ποια από τα ζεύγη $(1,2)$, $(0,-3)$ και $(\alpha, 2\alpha - 3)$ είναι λύσεις της εξίσωσης $2x - y = 3$

472. Να δείξετε ότι η εξίσωση $(\lambda + 2)x + (\lambda - 1)y + 3 = 0$, παριστάνει ευθεία, για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

473. Να βρείτε τις τιμές του λ , ώστε η εξίσωση $(\lambda^2 - 4)x + (\lambda - 2)y + 5 = 0$, να παριστάνει ευθεία.

474. Να λύσετε γραφικά τα συστήματα:

- $$\begin{cases} y = x + 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

- $$\begin{cases} y = 2x \\ x - y = 3 \end{cases}$$

- $$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

475. Να λύσετε γραφικά τα συστήματα:

- $$\begin{cases} x - 2y = 4 \\ x - 2y = 6 \end{cases}$$

- $$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ -4x + 2y = -2 \end{cases}$$

476. Να λύσετε με την μέθοδο της αντικατάστασης τα συστήματα:

- $$\begin{cases} x - 3y = 2 \\ 2x + 4y = 14 \end{cases}$$



- $$\begin{cases} 3x - 2y = 3 \\ 9x - y = 4 \end{cases}$$

- $$\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 2x + 3y = -1 \end{cases}$$

477. Να λύσετε με την μέθοδο των αντίθετων συντελεστών τα συστήματα:

- $$\begin{cases} 3x + 2y = -1 \\ -3x + 5y = -6 \end{cases}$$

- $$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 4x + 2y = -2 \end{cases}$$

- $$\begin{cases} 3x - 5y = -2 \\ 4x - 7y = -3 \end{cases}$$

478. 24. Να λύσετε τα συστήματα:

- $$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = \frac{5}{2} \end{cases}$$

- $$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases}$$

- $$\begin{cases} x + 2y = 0 \\ -2x + y = 1 \end{cases}$$

479. 25. Να λύσετε τα συστήματα:

- $$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x - 4y = 3 \end{cases}$$

- $$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ -x + \frac{y}{2} = -2 \end{cases}$$

480. Να λύσετε τα συστήματα:

- $$\begin{cases} \frac{x}{2} - 1 = \frac{y}{4} \\ \frac{x-1}{2} - \frac{x-2y}{3} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

- $$\begin{cases} x - 2(x - y) = 3 - (2x - y) \\ y - x(1 - 2y) = 1 + 2y(x - 1) \end{cases}$$

481. Αν τα συστήματα: $\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$ και $\begin{cases} ax + y = 7\beta \\ 5x - \beta y = 3\alpha \end{cases}$ έχουν κοινή λύση, να βρείτε τα α και β .



482. Να βρείτε τις τιμές των α και β , ώστε η εξίσωση $(\alpha - 3\beta + 1)x + (3\alpha - \beta - 5)y + \beta - 3 = 0$ να παριστάνει ευθεία.
483. Να βρείτε το σημείο τομής των ευθειών: $\varepsilon_1: x - 3y + 1 = 0$ και $\varepsilon_2: 2x - y - 3 = 0$
484. Αν οι ευθείες $\varepsilon_1: 2\alpha x + \beta y = \alpha + 39$ και $\varepsilon_2: x + (\alpha - \beta)y = \beta - 2$ τέμνονται στο σημείο $A(5,3)$, να βρείτε τα α και β .
485. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: 2x - y = -4$ και $\varepsilon_2: x + 2y = 3$.
- Να βρείτε το σημείο τομής A , των ευθειών ε_1 και ε_2
 - Να βρείτε την ευθεία ε , που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και από το σημείο A .
486. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε ,
- που διέρχεται από τα σημεία $A(2, -3)$ και $B(-2,5)$.
 - Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η , που τέμνει τον άξονα $y'y$ στο -1 και είναι παράλληλη στην ευθεία ε .
487. Να δείξετε ότι η εξίσωση $y^2 - x^2 = 2x + 1$ παριστάνει δυο ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ και να βρείτε το σημείο τομής τους.
488. Αν η εξίσωση $(\alpha - 2\beta - 1)x = 2\alpha - \beta - 5$ έχει άπειρες λύσεις, να βρείτε τις τιμές των α και β .
489. Αν ισχύει $x - 2y + 1 + \lambda(x - y) = 0$, για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$, να βρείτε τα x και y .
490. Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 8x^3 - 4\alpha x^2 - 2\beta x + 2\alpha - 3\beta$ τέμνει τον άξονα των $x'x$ στο σημείο -1 και διέρχεται από το σημείο $A\left(-\frac{1}{2}, -20\right)$, να βρείτε τα α και β .
491. Να λύσετε το σύστημα
$$\begin{cases} 2x - y + w = -5 \\ y + 3w = 7 \\ w = 2 \end{cases}$$
492. Να λύσετε το σύστημα
$$\begin{cases} 2x - y + 3w = 4 \\ 3x + 2y - w = -7 \\ x - 3y + 2w = 1 \end{cases}$$
493. Να λύσετε το σύστημα
$$\begin{cases} 2x + 3y - 7w = 0 \\ 3x - y - 5w = 0 \\ 5x + 2y - 12w = 0 \end{cases}$$



494. Να λύσετε το σύστημα
$$\begin{cases} x - 2y + \omega = 1 \\ 2x - y - 3\omega = 2 \\ 3x - 3y - 2\omega = 4 \end{cases}$$

495. Να λύσετε το σύστημα
$$\begin{cases} x - y - 2\omega = 4 \\ 2x - 3y + \omega = 2 \\ x - 2y + 3\omega = -2 \end{cases}$$

496. Να λύσετε τα συστήματα:

•
$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 3 \\ x + 2y - z = 2 \end{cases}$$

•
$$\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ 3x + y + 2z = 1 \\ 4x - y + 3z = 1 \end{cases}$$

•
$$\begin{cases} 2x - y - 3z = 2 \\ x + y + 2z = 1 \\ 3x - z = 4 \end{cases}$$

•
$$\begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ 2x - y - 2z = -2 \\ 3x - 3y - z = 0 \end{cases}$$

497. Να λύσετε τα συστήματα:

•
$$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x - y - z = -2 \\ 3x - 2y = -1 \end{cases}$$

•
$$\begin{cases} 2x - y + z = -2 \\ x + 2y - z = 0 \\ x - 3y + 2z = -2 \end{cases}$$

•
$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x + y - z = 0 \\ x - 2y + z = 0 \end{cases}$$

•
$$\begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 0 \end{cases}$$

498. Να λύσετε τα συστήματα:

•
$$\begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 2x - y + z = 0 \\ x - 3y + 2z = 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ x - y + 2z = 0 \\ x + 2y - 3z = 0 \end{cases}$$

499. Να λύσετε τα συστήματα:

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ y + w = -1 \\ w + x = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ y + \omega = 0 \\ \omega + x = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ y + \omega = 2 \\ x + \omega = -1 \end{cases}$$

500. Να λύσετε τα συστήματα:

$$\begin{cases} \frac{5}{x} + \frac{7}{y} = -2 \\ \frac{8}{x} - \frac{9}{y} = 17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{2}{y} = -2 \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 9 \end{cases}$$

501. Να λύσετε τα συστήματα:

$$\begin{cases} \frac{3}{x-2y} - \frac{5}{2x-y} = 2 \\ \frac{4}{x-2y} + \frac{15}{2x-y} = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3}{2x-y+1} - \frac{2}{x-3y+4} = \frac{13}{6} \\ \frac{2}{2x-y+1} - \frac{4}{x-3y+4} = \frac{7}{6} \end{cases}$$

502. Να λύσετε τα συστήματα:

$$\begin{cases} 3|x| - 4|y| = -6 \\ 4|x| + |y| = 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3|x| + 4|y - 2| = 5 \\ 5|x| + 9|y - 2| = 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4|x - 1| - 3|y + 1| = 3 \\ 5|x - 1| - 4|y + 1| = -1 \end{cases}$$



$$\begin{cases} |2x - 1| - |3y - 2| = 2 \\ |1 - 2x| - |6y - 4| = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x + y| = 2 \\ \sqrt{4x^2 - 4xy + y^2} = 1 \end{cases}$$

Μη γραμμικά συστήματα

$$503. \begin{cases} 3x + y = 6 \\ xy = 3 \end{cases}$$

$$504. \begin{cases} x + y = 1 \\ 2x^2 + y^2 = 6 \end{cases}$$

$$(x, y) = (1, -2), \left(\frac{5}{3}, -\frac{2}{3}\right)$$

$$505. \begin{cases} x - 3y = 1 \\ x^2 + y^2 = 17 \end{cases}$$

$$506. \begin{cases} x + 2y = -1 \\ x^2 - 4y^2 = 5 \end{cases}$$

$$(x, y) = (-3, 1)$$

$$507. \begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x^2 - y^2 = 3 \end{cases}$$

$$(x, y) = (2, 3)$$

$$508. \begin{cases} x - 3y = 2 \\ x^2 - 5y^2 = -4 \end{cases}$$

$$509. \begin{cases} (3x + 2) \cdot (x - y) = 0 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

$$510. \begin{cases} x + y + xy = 7 \\ xy(x + y) = 12 \end{cases}$$

$$511. \begin{cases} x^2 + y^2 - xy = 57 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

$$512. \begin{cases} x^2 - 3y^2 = 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$

$$(x, y) = (\pm 2, \pm 1)$$



$$513. \begin{cases} -4x^2 + y^2 = 5 \\ 2x^2 - y^2 = -7 \end{cases}$$

$$(x, y) = (\pm 1, \pm 3)$$

$$514. \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = -\frac{5}{2} \\ x + y = 1 \end{cases}$$

$$515. \begin{cases} x^3 + 8y^4 = 0 \\ \frac{3}{2}x^3 + 10y^4 = -2 \end{cases}$$

$$516. \begin{cases} 2x^2 - 5y^2 = -3 \\ -x^2 + 2y^2 = 7 \end{cases}$$

$$(x, y) = \text{αδύνατη}$$

$$517. \begin{cases} -x + 2|y| = 5 \\ x - y = -2 \end{cases}$$

$$518. \begin{cases} -x^3 + 2y^2 = 16 \\ 2x^3 + 3y^2 = -4 \end{cases}$$

$$519. \begin{cases} \frac{4}{x-2} + \frac{6}{2y-5} = 1 \\ \frac{8}{2-x} - \frac{3}{5-2y} = 3 \end{cases}$$

$$520. \begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{8}{y} = -1 \\ \frac{3y+2x}{xy} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$521. \begin{cases} |x-2| - |2y-1| = 1 \\ |6-3x| - |4y-2| = 6 \end{cases}$$

$$522. \begin{cases} \sqrt{2x+1} + \sqrt{y-3} = 5 \\ \sqrt{2x+1} - \sqrt{4y-12} = -1 \end{cases}$$

$$523. \begin{cases} x - 2y + 2z = 3 \\ x + y - 2z = -1 \\ -x + 2y + 2z = 1 \end{cases}$$



$$524. \begin{cases} 3x + y - z = 11 \\ 4y + 3z = 10 \\ 2z = 4 \end{cases}$$

$$525. \begin{cases} 2x - y - z = 2 \\ 4x - y - 3z = -2 \\ 2x + 2y - \frac{2}{3}z = 9 \end{cases}$$

$$526. \begin{cases} x + 2y + 8z = 0 \\ x + 3y + 7z = 0 \\ x + 5y + 5z = 0 \end{cases}$$

$$527. \begin{cases} x + 2y + 3z = 5 \\ x - y - z = 0 \\ 4x + 5y + 6z = 11 \end{cases}$$

$$528. \begin{cases} x - 2y + z = -3 \\ 2x + y + 2z = 4 \\ x + 2y + z = 3 \end{cases}$$

$$529. \begin{cases} 4x - y - z = 0 \\ 3x + y + z = 0 \\ 4x + y + 3z = 0 \end{cases}$$

$$530. \begin{cases} x + 2y + 4\omega = 1 \\ -x + 3y + 6\omega = 2 \\ -2x + y + 2\omega = 3 \end{cases}$$

$$531. \begin{cases} -x + y - z = 1 \\ 2x + 4z = 3 \\ 2y + 2z = 5 \end{cases}$$

$$532. \begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ 3x - y - z = 2 \\ x + 2y + 6z = -1 \\ 5x + 2y + 3z = -6 \end{cases}$$



$$533. \begin{cases} x + y + \varphi + \omega = 12 \\ x + \varphi = 1 \\ y + x = 2 \\ y + \omega = 3 \end{cases}$$

$$534. \begin{cases} x + y = 1 \\ y + z = 2 \\ z + x = 3 \end{cases}$$

$$535. \begin{cases} 2x - 3y + 2\omega = 9 \\ 4x + y - 3\omega = 11 \end{cases}$$

536. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα :

$$\bullet \begin{cases} 2x + y = 1 \\ x^2 - 2xy - y^2 = 7 \end{cases}$$

$$\bullet \begin{cases} x + 3y + 1 = 0 \\ xy = -2 \end{cases}$$

$$\bullet \begin{cases} x^2 + y^2 - 2x + 2y = 3 \\ x^2 + y^2 - x = 3 \end{cases}$$

$$\bullet \begin{cases} x^2 + y^2 - xy = 3 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

537. Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} x + y = 4 \\ xy = 3 \end{cases}$

• Αλγεβρικά

• Γραφικά

538. Να λύσετε τα συστήματα:

$$\bullet \begin{cases} x - y = -2 \\ 4x - y^2 + 5 = 0 \end{cases}$$

$$\bullet \begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 + xy = 60 \end{cases}$$

$$\bullet \begin{cases} 2x + y = -3 \\ x^2 - xy = 6 \end{cases}$$



539. Να λύσετε αλγεβρικά και γραφικά τα συστήματα:

- $\begin{cases} x + y = 5 \\ xy = 4 \end{cases}$
- $\begin{cases} x + y = -1 \\ xy = -2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x^2 + y^2 = 17 \\ xy = -4 \end{cases}$

540. Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} y = 2x^2 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ και να ερμηνεύσετε γεωμετρικά το αποτέλεσμα.

541. Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} y = 2x^2 \\ x + y = 3 \end{cases}$ και να ερμηνεύσετε γραφικά το αποτέλεσμα.

542. Να βρείτε τα κοινά σημεία της παραβολής (C): $y = 3x^2$ και της ευθείας (ε): $y = 2x + 1$. Στη συνέχεια να σχεδιάσετε την παραβολή και την ευθεία στο ίδιο σύστημα αξόνων.

543. Να βρείτε τα κοινά σημεία της παραβολής (C_1): $y = 2x^2$ και της υπερβολής (C_2): $y = \frac{27}{4x}$. Στη συνέχεια να σχεδιάσετε την παραβολή και την υπερβολή στο ίδιο σύστημα αξόνων.

544. Να λύσετε τα συστήματα:

- $\begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ xy - 1 = 0 \end{cases}$
- $\begin{cases} 5x^2 - y^2 = 19 \\ xy = 2 \end{cases}$

545. Να λύσετε το σύστημα: $\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x - 2y = -1 \\ 2x^2 + 2y^2 + 3x - 3y = 1 \end{cases}$

546. Να λύσετε τα συστήματα:

- $\begin{cases} 5\sqrt{x} - 3\sqrt{y} = 3 \\ 25x - 9y = 81 \end{cases}$
- $\begin{cases} \frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{13}{6} \\ xy = 5 \end{cases}$
- $\begin{cases} x + xy + y = 5 \\ x^2y + xy^2 = 6 \end{cases}$



$$\begin{cases} \sqrt{\frac{3x-2y}{2x}} + \sqrt{\frac{2x}{3x-2y}} = 2 \\ x^2 - 4xy + 12y = 8 \end{cases}$$

547. Να λύσετε τα συστήματα : (Μετατροπή μη γραμμικού συστήματος σε γραμμικό με αντικατάσταση)

$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = -2 \\ \frac{4}{x} - \frac{3}{y} = 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{4}{y} = -5 \\ \frac{2}{x} + \frac{6}{y} = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{4}{x-2} + \frac{6}{2y-5} = 1 \\ \frac{8}{2-x} - \frac{3}{5-2y} = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{8}{y} = -1 \\ \frac{3y+2x}{xy} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Προβλήματα

548. Ορθογώνιο τρίγωνο έχει υποτείνουσα 5 και εμβαδό 6. Να βρεις τις κάθετες πλευρές του τριγώνου

549. Ορθογώνιο τρίγωνο έχει υποτείνουσα 13 και περίμετρο 30. Να βρεις τις κάθετες πλευρές του τριγώνου

550. Να βρεις τα κοινά σημεία της ευθείας $x + y = 2$ και του κύκλου με κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνα $\sqrt{2}$

551. Να βρεις τα κοινά σημεία της ευθείας $x + 3y = 1$ και του κύκλου με κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνα $\sqrt{5}$



Το νου σας

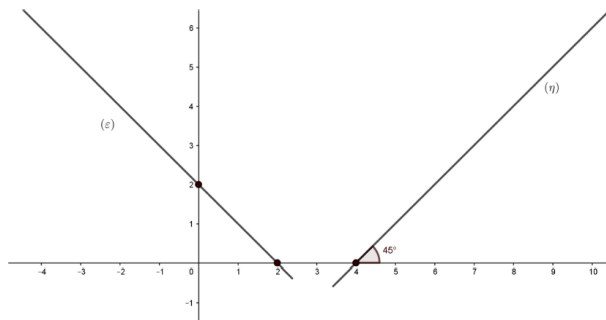
552. Με βάση τα δεδομένα του διπλανού σχήματος,

- να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών (ε) και (η).

(Μονάδες 12)

- Να βρείτε το σημείο τομής των ευθειών (ε) και (η).

(Μονάδες 13)



553. Για τις ηλικίες των μελών μιας τριμελούς οικογένειας ισχύουν τα παρακάτω:

Η ηλικία της μητέρας είναι τριπλάσια από την ηλικία του παιδιού. Ο λόγος της ηλικίας του πατέρα προς την ηλικία του παιδιού ισούται με $\frac{11}{3}$ και επιπλέον το άθροισμα των ηλικιών και των τριών ισούται με 115 χρόνια.

- Να εκφράσετε τα δεδομένα με ένα σύστημα τριών εξισώσεων με τρεις αγνώστους. (Μονάδες 13)
- Να βρείτε την ηλικία του καθενός. (Μονάδες 12)

554. Δίνονται οι ευθείες: $\varepsilon_1 : 2x + y = 6$, $\varepsilon_2 : x - 2y = -2$

- Να προσδιορίσετε αλγεβρικά το κοινό τους σημείο Μ. (Μονάδες 13)
- Ναδειχθεί ότι η ευθεία $\varepsilon_3 : 3x + y = 8$ διέρχεται από το Μ. (Μονάδες 12)

555. Δίνεται το σύστημα (Σ):
$$\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = \frac{1}{x} \end{cases}$$

- Να λύσετε το σύστημα (Σ). (Μονάδες 12)
- Να ερμηνεύσετε γεωμετρικά, σε κατάλληλο σχήμα, τις λύσεις του συστήματος (Σ) που βρήκατε στο ερώτημα α. (Μονάδες 13)

556. Να λύσετε το σύστημα
$$\begin{cases} 2x - 4y = -2 \\ 5x - 10y = 3 \end{cases}$$
 και να δώσετε γραφική ερμηνεία

- Ο Κώστας καταθέτει σε μια τράπεζα 15 χαρτονομίσματα των 20€ και 50€. Συμβολίζουμε με x και y το πλήθος των χαρτονομισμάτων των 20€ και 50€ αντίστοιχα. Δίνονται οι εξισώσεις: $y = 15 - x$ και $y - x = 15$.
- Να επιλέξετε ποια από τις δύο παραπάνω εξισώσεις περιγράφει την σχέση των x και y. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 7)

Η συνολική αξία των χρημάτων είναι 480€. Δίνονται, ακόμα, οι εξισώσεις:

$$50y - 20x = 480 \quad \& \quad 20x + 50y = 480$$



- Να επιλέξετε ποια από τις δύο παραπάνω εξισώσεις περιγράφει την συνολική αξία των χρημάτων σε σχέση με τα x και y . Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 7)
- Επιλύοντας το σύστημα των δύο εξισώσεων που επιλέξατε στα ερωτήματα αι) και αιι) να βρείτε πόσα χαρτονομίσματα των 20€ και 50€ κατάθεσε ο Κώστας. (Μονάδες 11)

557. Δίνεται το γραμμικό σύστημα:
$$\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$

- Να αιτιολογήσετε γιατί το ζεύγος $(0,4)$ δεν αποτελεί λύση του παραπάνω συστήματος. (Μονάδες 8)
- Να λύσετε το παραπάνω σύστημα. (Μονάδες 10)
- Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής των ευθειών $(\epsilon_1): 3x + 2y = 8$ και $(\epsilon_2): 2x - y = 3$. (Μονάδες 7)

558. Να λύσετε το σύστημα
$$\begin{cases} 5x - y = -1 \\ 3x + y = 2 \end{cases}$$
 και να ερμηνεύσετε γραφικά το αποτέλεσμα του α) ερωτήματος.

559. Σε μια συνεστίαση μεταξύ συγγενών παρευρίσκονται οι γονείς με τα παιδιά τους. Στο τραπέζι υπάρχουν 5 παιδιά επιπλέον από τους γονείς. Κάθε γονιός πλήρωσε 12€ και κάθε παιδί τα μισά. Ο συνολικός λογαριασμός ήταν 300€.

- Αν x το πλήθος των γονιών και y το πλήθος των παιδιών, να διαλέξετε από τις παρακάτω επιλογές, ένα σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους που εκφράζει τα δεδομένα του παραπάνω προβλήματος.

A.
$$\begin{cases} x + y + 5 = 0 \\ 12x + 6y = 300 \end{cases}$$
 B.
$$\begin{cases} x - y = 5 \\ 6x + 12y = 300 \end{cases}$$

Γ.
$$\begin{cases} y = x + 5 \\ 12x + 6y = 300 \end{cases}$$
 Δ.
$$\begin{cases} y = x + 5 \\ 6x + 12y = 300 \end{cases}$$

(Μονάδες 10)

- Από τη λύση του συστήματος που επιλέξατε στο α) ερώτημα να βρείτε πόσοι γονείς και πόσα παιδιά υπήρχαν στο τραπέζι. (Μονάδες 15)

560. Ο Κώστας έχει τρία παιδιά. Δύο δίδυμα κορίτσια και ένα αγόρι. Στην ερώτηση πόσων χρονών είναι τα παιδιά του απάντησε ως εξής.

1. Το άθροισμα των ηλικιών και των τριών παιδιών είναι 14
2. Το γινόμενο της ηλικίας της κόρης μου επί την ηλικία του γιου μου είναι 24
3. Το άθροισμα των ηλικιών των κοριτσιών είναι μικρότερο από την ηλικία του αγοριού.

- Να γράψετε τις εξισώσεις που περιγράφουν τα στοιχεία 1. και 2. Που έδωσε ο Κώστας. (Μονάδες 10)
- Να βρείτε τις ηλικίες των παιδιών του Κώστα. (Μονάδες 15)

561. Μια παρέα τεσσάρων φίλων παραγγέλνει σάντουιτς. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η παραγγελία τους. Τα συστατικά των σάντουιτς είναι βιολογικά και το ψωμί είναι ολικής άλεσης (βιολογικό). Το ψωμί για κάθε



σάντουιτς έχει κόστος 0,3 ευρώ. Το πρώτο σάντουιτς έχει 2 φέτες ζαμπόν, 4 φέτες τυρί, δεν έχει γαλοπούλα και κοστίζει 3,8 ευρώ. Το δεύτερο έχει 1 φέτα ζαμπόν, 2 φέτες τυρί, 3 φέτες γαλοπούλα και κοστίζει 3,55 ευρώ. Το τρίτο έχει 3 φέτες ζαμπόν, δεν έχει τυρί, έχει 3 φέτες γαλοπούλα και κοστίζει 4,05 ευρώ. Ο σερβιτόρος δεν έχει προλάβει να συμπληρώσει το κόστος του τελευταίου σάντουιτς.

σάντουιτς	φέτες ζαμπόν	φέτες τυρί	φέτες γαλοπούλα	ψωμί	κόστος
1 ^ο	2	4	0	0,3 €	3,8 €
2 ^ο	1	2	3	0,3 €	3,55 €
3 ^ο	3	0	3	0,3 €	4,05 €
4 ^ο	2	2	1	0,3 €	
				Σύνολο	

- Να εκφράσετε τα δεδομένα του προβλήματος με ένα σύστημα τριών εξισώσεων με τρεις αγνώστους.
- Να βρείτε πόσο κοστίζει η μια φέτα τυρί, η μια φέτα γαλοπούλα και η μια φέτα ζαμπόν.
- Πόσα χρήματα θα πληρώσουν συνολικά οι τέσσερις φίλοι για την παραγγελία τους;

562. Να λύσετε το σύστημα $(\Sigma_1): \begin{cases} xy = 6 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$ (Μονάδες 8)

- Είναι όλες οι λύσεις του συστήματος (Σ_1) , λύσεις και του $(\Sigma_2): \begin{cases} |xy| = 6 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 5)
- Η γεωμετρική αναπαράσταση του συστήματος (Σ_2) φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Με βάση το σχήμα, να βρείτε τις λύσεις του (Σ_2) . (Μονάδες 4)
- να παραστήσετε γεωμετρικά το σύστημα (Σ_1) σημειώνοντας τις λύσεις του. (Μονάδες 8)

