



Συναρτήσεις



Κώστας Γλυκός

Άλγεβρα

Κεφάλαιο 2

63 ασκήσεις

και τεχνικές

σε 14 σελίδες

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ

Ιδιαίτερα μαθήματα

697.300.88.88

Kglykos.gr

13/8/2026

εκδόσεις

Καλό πήξιμο



Συναρτήσεις

Τα πάντα για τις
συναρτήσεις

Μετατόπιση

563. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των παρακάτω συναρτήσεων, στο ίδιο σύστημα αξόνων:

- $f(x) = x^2$, $f(x) = (x - 3)^2$, $f(x) = x^2 + 3$
- $f(x) = |x|$, $f(x) = |x + 2|$, $f(x) = |x| - 1$
- $f(x) = x^3$, $f(x) = 4x^3$, $f(x) = (x + 2)^3$

564. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των παρακάτω συναρτήσεων:

- $f(x) = (x + 1)^2 - 3$
- $f(x) = |1 - x| + 1$
- $f(x) = (x - 1)^3 - 2$

565. Έστω η συνάρτηση $f(x) = 5 - x^2$. Να βρείτε τη συνάρτηση προκύπτει $g(x)$, η οποία προκύπτει σε καθεμία από τις παρακάτω μετατοπίσεις της γραφικής παράστασης της f .

- κατά 3 μονάδες προς τα κάτω.
- κατά 2 μονάδες προς τα αριστερά.
- κατά 1 μονάδα προς τα δεξιά και 2 μονάδες προς τα πάνω.
- κατά -3 μονάδες οριζοντίως και 3 μονάδες κατακορύφως.
- κατά 1 μονάδα οριζοντίως και -1 μονάδα κατακορύφως.

566. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = \sqrt{4 - \sqrt{9 - x}}$, να βρεις

- Πεδίο ορισμού
- Μονοτονία
- Ακρότατα



567. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = \sqrt{9-x} - \sqrt{2x+4} - x$, να βρεις

- Πεδίο ορισμού
- Σημεία τομής με άξονες
- Μονοτονία
- Ακρότατα

568. Να βρεις το a ώστε η συνάρτηση να είναι :

- $f(x) = (a^2 - 1)x + 5, f \uparrow$
- $f(x) = (2|a| - 1)x - 3, f \downarrow$
- $f(x) = (|a| - 1)x + a, f \downarrow$

569. Να βρεις μονοτονία των συναρτήσεων :

- $f(x) = (|a| - 1)x + a$
- $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$
- $f(x) = \frac{x - 1}{x}$
- $f(x) = \frac{x - 3}{x - 2}$
- $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 2},$

570. Να βρεθούν το πεδίο ορισμού και τα ακρότατα της συνάρτησης $f(x) = x + 1 - 2\sqrt{x}$

571. Να μελετηθούν ως προς τη μονοτονία και τ' ακρότατα οι παρακάτω συναρτήσεις, στα αντίστοιχα διαστήματα:

- $f(x) = x^2 + 3$ στο $[-2, -1]$
- $f(x) = 2\sqrt{3 - x^2} + 3$ στο $[\sqrt{2}, \sqrt{3}]$
- $f(x) = \sqrt{7} + \sqrt{6 - x}$ στο $[2, 5]$

572. Να προσδιοριστεί ο κ , έτσι ώστε όταν η συνάρτηση $f(x) = (3\kappa + 1) \cdot x^2$ παρουσιάζει ελάχιστο, τότε για την ίδια τιμή του x , η συνάρτηση $g(x) = (3 - |\kappa + 2|) \cdot x^2$ να παρουσιάζει μέγιστο.

573. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$, να βρεις :

- Πεδίο ορισμού
- Μονοτονία



- Ακρότατα

574. Δίνεται συνάρτηση $f: [-3,4] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + 2$, γνησίως φθίνουσα, να βρεις :

- Την τιμή του a
- Τα ακρότατα της συνάρτησης

575. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = \sqrt{a-x} - 3x$, η οποία τέμνει τον κατακόρυφο άξονα στο σημείο με τεταγμένη 2, να βρεις :

- Την τιμή του a
- Πεδίο ορισμού
- Μονοτονία
- Ακρότατα

576. Να εξετάσεις αν είναι άρτια ή περιττή : $f(x) = 5x^2 - 4|x|, g(x) = \frac{x^3 - 3x}{|x|}, h(x) = \frac{2x}{|x| - 5}$

577. Ομοίως : $f(x) = |x-3| + |x+3|, g(x) = \frac{\sqrt{4-|x|}}{x^2}, h(x) = \frac{-2x^2}{x-1}$

578. Έστω μια συνάρτηση ορισμένη στο P , η οποία είναι συγχρόνως άρτια και περιττή. Να δείξετε ότι $f(x) = 0$, για κάθε $x \in P$.

579. Να δείξεις ότι μία συνάρτηση περιττή με πεδίο ορισμού όλο το $\mathbb{R}$, διέρχεται από την αρχή των αξόνων

580. Δίνεται συνάρτηση περιττή, η οποία διέρχεται από $M(2, -4)$, $f: [4a - a^2, 6 - 3a] \rightarrow \mathbb{R}$, να βρεις :

- Την τιμή του a
- $K = \sqrt{f(-2) + f(0) + f(-\sqrt{32}) + f(4\sqrt{2})}$

$$a = 3, -2$$

581. Δίνεται συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, να αποδείξεις ότι :

- $g(x) = \frac{f(x) + f(-x)}{2}$ είναι άρτια
- $g(x) = \frac{f(x) - f(-x)}{2}$ είναι περιττή

582. Δίνεται συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x+y) = f(x) + f(y), \forall x, y \in \mathbb{R}$, να βρεις :

- $f(0)$
- Συμμετρία της συνάρτησης

583. Να μελετήσεις τη μονοτονία των συναρτήσεων :

- $f(x) = 3 - \sqrt{6-x}$



- $g(x) = \frac{3}{x} - 6x^3 - \sqrt{x}$

- $f(x) = \begin{cases} 2x - \sqrt{4-x}, & x \leq 4 \\ \frac{3}{x} - 4x, & x > 4 \end{cases}$

584. Να βρεις την τιμή του a ώστε να είναι γνησίως φθίνουσες οι συναρτήσεις :

- $f(x) = (|a| - 2)x - 7$

- $f(x) = (a^2 + 2a - 3)x - 2016$

$(-2, 2), (-3, 1)$

585. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = 2x - 3\sqrt{x^2 - 4x + a}$, $f: R \rightarrow R$, να βρεις :

- Την τιμή του a
- Πεδίο ορισμού
- Να απλοποιηθεί ο τύπος της συνάρτησης
- Μονοτονία

586. Να βρεις τα ακρότατα των συναρτήσεων :

- $f(x) = -\frac{2x^2 - 7x + 2}{x}, x < 0$

- $f(x) = x^2 + 2x + 1$

- $f(x) = -x^2 + 4|x| - 1$

- $f(x) = -4x^2 + 4x - 5$

587. Να αποδείξεις ότι η συνάρτηση $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$ έχει ελάχιστη τιμή -1 και μέγιστη τιμή 1

588. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = -2x + 3$, να βρεις μονοτονία και ακρότατα όταν x ανήκει :

- $[-2, 3]$

- $(-3, 2]$

- $[-1, +\infty)$

- $(-\infty, 13]$

589. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = 7 - 2x - \sqrt{x - 2}$, να βρεις :

- Πεδίο ορισμού
- Μονοτονία
- Ακρότατα



590. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = \sqrt{a-x} - 3x$, η οποία τέμνει τον κατακόρυφο άξονα σε σημείο με τεταγμένη 2, να βρεις :

- Την τιμή του a
- Πεδίο ορισμού
- Μονοτονία
- Ακρότατα

591. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = -\sqrt{16-x^2}$, να βρεις :

- Πεδίο ορισμού
- Μονοτονία στα διαστήματα : $[-4, 0], [0, 4]$
- Ακρότατα

592. Να εξετάσεις ως προς τη συμμετρία τις συναρτήσεις :

- $f(x) = \frac{x^3 - 3x}{|x|}$

- $f(x) = \frac{2x}{|x| - 5}$

- $f(x) = \frac{-2x^2}{x-1}$

- $f(x) = \frac{x^2 + |x|}{x^3}$

- $f(x) = |x+3| - |3-x|$

- $f(x) = \frac{\sqrt{5-|x|}}{\frac{4}{x} - x}$

- $f(x) = \begin{cases} x^2 + x, & x \geq 0 \\ x - x^2, & x < 0 \end{cases}$

- $f(x) = \begin{cases} -x^3, & x < 0 \\ x^3, & x \geq 0 \end{cases}$

593. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2}{|x|-1} - 3\sqrt{a-|x|}$, της οποίας η γραφική παράσταση τέμνει τον γγ' στο

σημείο με τεταγμένη -8. Να βρεις :

- Την τιμή του a
- Άρτια ή περιττή ;



$$K = f(\sqrt{3}+2) - f\left(\frac{1}{\sqrt{3}-2}\right)$$

594. Δίνεται η $f(x) = ax^2 - 3x$, να βρεις το a ώστε να είναι περιττή

595. Δίνεται η $g(x) = |x| + ax$, να βρεις το a ώστε να είναι άρτια

596. Δίνεται συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x+y) = f(x) + f(y) + x + y$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$, να βρεις :

- $f(0)$
- Συμμετρία της συνάρτησης

597. Δίνεται συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, περιττή, να αποδείξεις ότι :

- $g(x) = xf(x) - |f(x)|$ είναι άρτια
- $g(x) = f(x) - x^4 f(x)$ είναι περιττή

598. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 3x^2 - 4x + 5$, να βρεις τον τύπο της συνάρτησης $g(x)$ η οποία προκύπτει από μετατοπίσεις της $f(x)$:

- Κατά 2 μονάδες αριστερά
- Κατά 3 μονάδες προς τα κάτω
- Κατά 1 μονάδα δεξιά και 3 μονάδες πάνω
- Κατά 3 μονάδες αριστερά και 7 μονάδες κάτω

599. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} ax-2b, & x \leq 2 \\ bc+4a+3, & x > 2 \end{cases}$, η οποία διέρχεται από τα σημεία $A(2,3), B(3,2)$

- Να βρεις τα a, b
- Να γίνει γραφική παράσταση
- Να βρεις μονοτονία
- Να βρεις ακρότατα

600. Δίνεται συνάρτηση $f: [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (a^2 + 1)x - 1 - a$, να βρεις :

- Μονοτονία
- Αν έχει ελάχιστο το -8 και μέγιστο το 7 , να βρεις την τιμή του a

601. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = (a-1)x - a^2 - 3$, γνησίως φθίνουσα και η γραφική παράσταση περνάει από $A(2, -13)$, να βρεις :

- Την τιμή του a
- Αν B το σημείο όπου η γραφική παράσταση της f έχει τεταγμένη το -4 και $g(x) = \frac{a(x-1)+20}{x^2+4}$ η οποία διέρχεται και αυτή από το σημείο B , να βρεις :



- Την τετμημένη του Β
- Να δείξεις ότι $\alpha=20$
- g άρτια ή περιττή
- Να δείξεις ότι g έχει ελάχιστο το -5 και μέγιστο το 5

602. Δίνεται $f(x) = \sqrt{x^2 + ax + a + 3} - 2$ όπου η γραφική παράσταση της f περνάει από το $M(4,1)$, να βρεις :

- Την τιμή του α
- Πεδίο ορισμού
- Γραφική παράσταση της συνάρτησης
- Μονοτονία
- Ακρότατα

603. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = -x^3 + ax$ όπου η γραφική παράσταση της συνάρτησης διέρχεται από

$M(-2,18)$, να βρεις :

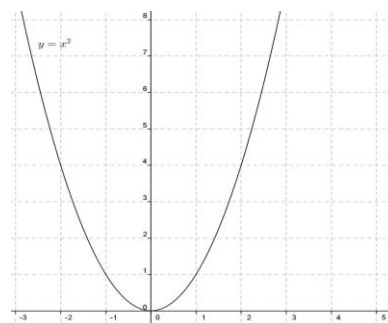
- Την τιμή του α
- Άρτια ή περιττή
- Μονοτονία



Το νου σας

604. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 4x + 5, x \in \mathbb{R}$.

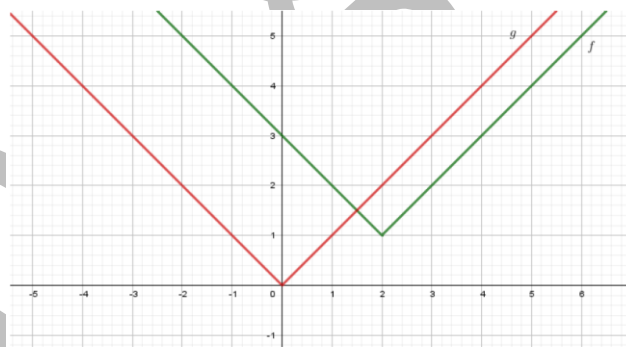
- Να αποδείξετε ότι η f γράφεται στη μορφή $f(x) = (x - 2)^2 + 1$
- Να αναφέρετε τις μετατοπίσεις της $y = x^2$ ώστε να προκύψει η γραφική παράσταση της συνάρτησης f , την οποία και να χαράξετε στο σύστημα συντεταγμένων που ακολουθεί



605. Στο παρακάτω σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g , που ορίζονται στους πραγματικούς αριθμούς. Η γραφική παράσταση της g προκύπτει από τη γραφική παράσταση της f με οριζόντια και κατακόρυφη μετατόπιση.

Από τις γραφικές παραστάσεις να βρείτε:

- Τα διαστήματα μονοτονίας της f , το είδος του ακρότατου της f και την τιμή του. (Μονάδες 15)
- Αν $g(x) = |x|$, $x \in \mathbb{R}$ να επιλέξετε ποιος από τους παρακάτω είναι ο τύπος της συνάρτησης f . Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



$$f(x) = |x + 2| + 1$$

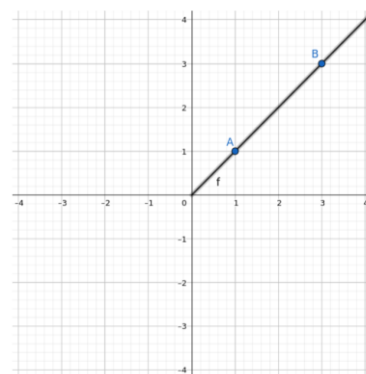
$$f(x) = |x - 2| - 1$$

$$f(x) = |x + 2| - 1$$

$$f(x) = |x - 2| + 1 \text{ (Μονάδες 10)}$$

606. Δίνονται τα σημεία $A(1,1)$, $B(3,3)$.

- Να αιτιολογήσετε ποιες από τις επόμενες ιδιότητες θα μπορούσε και ποιες δε θα μπορούσε να έχει μια συνάρτηση f , που ορίζεται σε όλους τους πραγματικούς αριθμούς και της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από τα A και B .
i) είναι σταθερή συνάρτηση ii) είναι γνησίως φθίνουσα συνάρτηση (Μονάδες 12)
- Να συμπληρώσετε την παρακάτω γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f , η οποία διέρχεται από τα A , B και είναι περιττή. (Μονάδες 13)

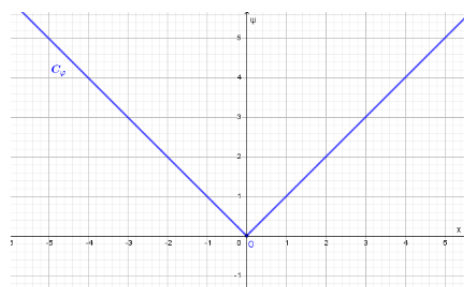


607. Δίνεται η συνάρτηση $\varphi(x) = |x|$, $x \in \mathbb{R}$ με γραφική παράσταση που φαίνεται στο σχήμα. Επιπλέον οι

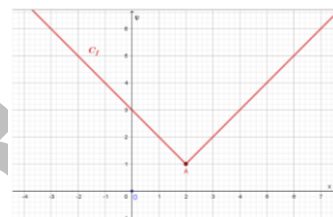
$$\text{συναρτήσεις } g(x) = |x - 2|, x \in \mathbb{R} \text{ και } f(x) = |x - 2| + 1, x \in \mathbb{R}.$$



- Να παραστήσετε γραφικά στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων τις συναρτήσεις g , f και να εξηγήσετε πως προκύπτουν μετατοπίζοντας κατάλληλα τη γραφική παράσταση της $(\text{Μονάδες } 13)$
Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της f , η οποία δίνεται παρακάτω, να βρείτε:

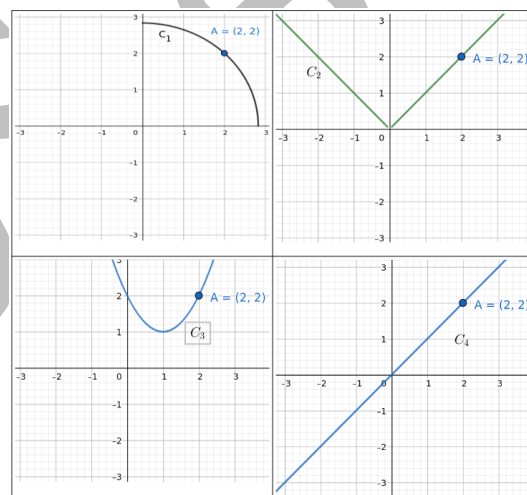


- Τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνήσια αύξουσα και γνήσια φθίνουσα. $(\text{Μονάδες } 6)$
- Το ολικό ακρότατο της f και τη θέση του. Τι είδους ακρότατο είναι; $(\text{Μονάδες } 6)$



608. Δίνονται τα παρακάτω σχήματα

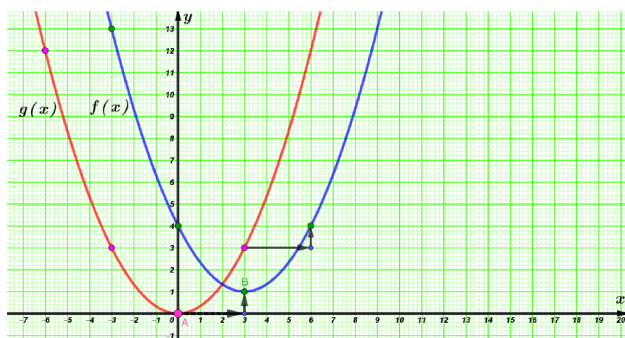
- Να αιτιολογήσετε ποιες από τις γραφικές παραστάσεις C_1, C_2, C_3, C_4 αναπαριστούν άρτιες ή περιττές συναρτήσεις, ποιες όχι και γιατί. Δίνεται ότι τουλάχιστον μια είναι άρτια και τουλάχιστον μια είναι περιττή. $(\text{Μονάδες } 12)$
- Για τις συναρτήσεις C_2, C_4 να βρείτε την τεταγμένη του σημείου τους $B(-2, \kappa)$, αιτιολογώντας την τιμή που βρήκατε από την ιδιότητα συμμετρίας καθεμίας συνάρτησης. $(\text{Μονάδες } 13)$



609. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = \frac{1}{3}x^2$, $x \in \mathbb{R}$ και η γραφική

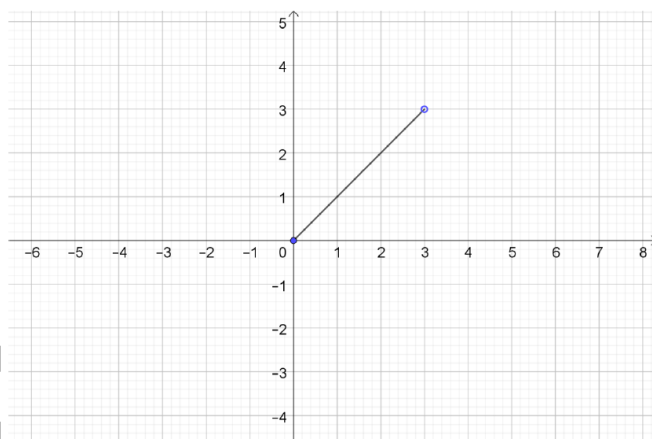
παράσταση της συνάρτησης $f(x)$ η οποία προκύπτει από μια οριζόντια μετατόπιση της $g(x)$ κατά 3 μονάδες προς τα δεξιά και μετά κατά μια μονάδα προς τα πάνω.

- Να επιλέξετε την σωστή απάντηση όσον αφορά τον τύπο της $f(x)$.
 i) $f(x) = g(x + 3) + 1$ ii) $f(x) = g(x + 3) - 1$
 iii) $f(x) = g(x - 3) + 1$ iv) $f(x) = g(x - 3) - 1$ (Μονάδες 9)
- Να βρείτε την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης $f(x)$ και την θέση ελαχίστου. (Μονάδες 8)
- Να γράψετε τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση $f(x)$ είναι γνησίως αύξουσα ή γνησίως φθίνουσα. (Μονάδες 8)



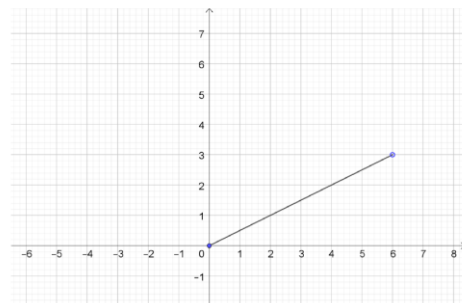
610. Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το διάστημα $(\alpha, 3)$ είναι άρτια και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $(2, 2)$.

- Να βρείτε την τιμή του α . (Μονάδες 7)
- Να βρείτε το $f(-2)$. (Μονάδες 8)
- Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f στο διάστημα $[0, 3)$. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f στο πεδίο ορισμού της. (Μονάδες 10)



611. Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το διάστημα $(\alpha, 6)$ είναι περιττή και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $(4, 2)$.

- Να βρείτε την τιμή του α . (Μονάδες 7)
- Να βρείτε το $f(-4)$. (Μονάδες 8)
- Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f στο διάστημα $[0, 6)$. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f στο πεδίο ορισμού της. (Μονάδες 10)



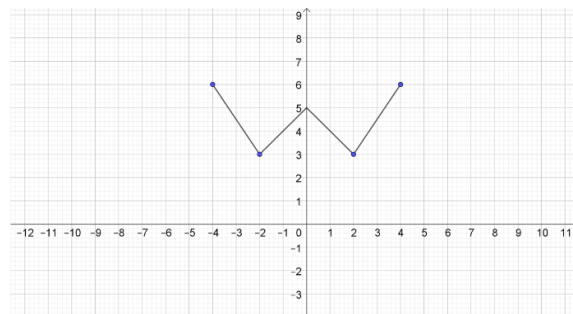
612. Δίνεται μια συνάρτηση f για την οποία ισχύει ότι $f(-1) = 2$ και $f(1) = 0$. Να αιτιολογήσετε (αλγεβρικά ή γραφικά)

- γιατί η συνάρτηση f δεν είναι άρτια. (Μονάδες 8)
- γιατί η συνάρτηση f δεν είναι περιττή. (Μονάδες 8)



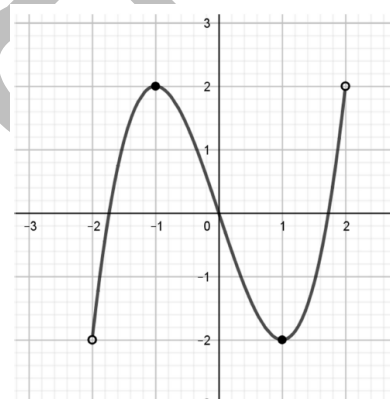
- γιατί η συνάρτηση f δεν είναι γνησίως αύξουσα. (Μονάδες 9)

613. Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το $[-4, 4]$ φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



- Να αιτιολογήσετε γιατί η συνάρτηση είναι άρτια. (Μονάδες 8)
- Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της f . (Μονάδες 8)
- Να βρείτε την ελάχιστη τιμή της f καθώς και για ποιες τιμές του x τις παρουσιάζει. (Μονάδες 9)

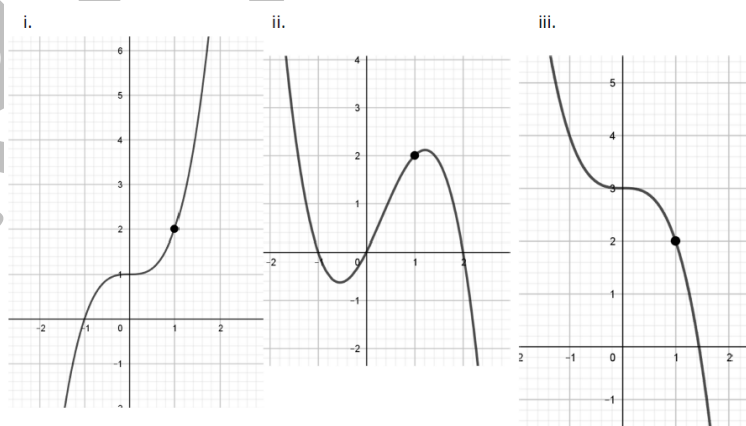
614. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το $(-2, 2)$.



- Να εξετάσετε αν η f είναι άρτια ή περιττή και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 7)
- Να γράψετε τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνησίως αύξουσα. (Μονάδες 8)
- Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f καθώς και τις θέσεις των ακρότατων αυτών. (Μονάδες 10)

615. Δίνεται μια συνάρτηση f γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$ με σύνολο τιμών το $\mathbb{R}$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(1, 2)$.

- Θα μπορούσε η γραφική παράσταση της f να διέρχεται και από το σημείο $B(2, 9)$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 13)
- Ποια από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις θα μπορούσε να είναι η γραφική παράσταση της f ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 12)



616. Δίνεται μια συνάρτηση f γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$ με σύνολο τιμών το $\mathbb{R}$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(-1, 3)$.

- Θα μπορούσε η γραφική παράσταση της f να διέρχεται και από το σημείο $B(2, 5)$; Να

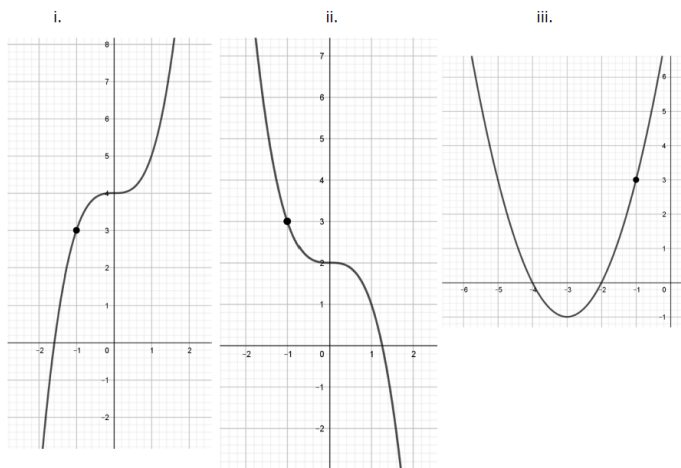


αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 13)

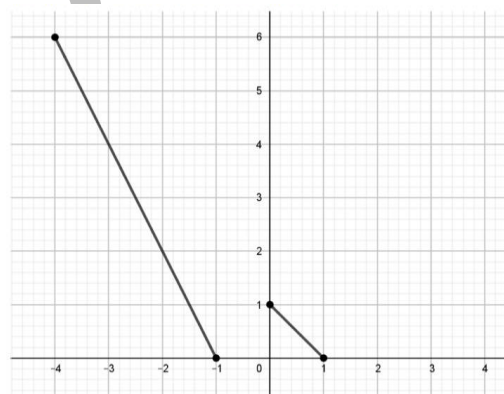
- Ποια από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις θα μπορούσε να είναι η γραφική παράσταση της f ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 12)



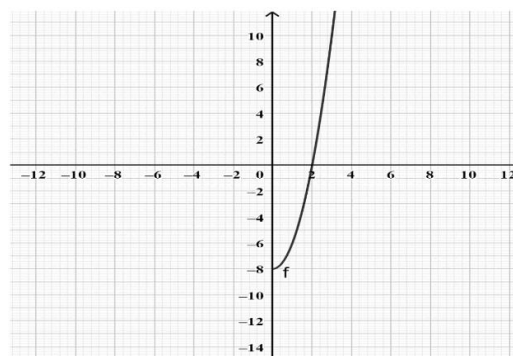
617. Στο διπλανό σχήμα δίνονται ορισμένα τμήματα της γραφικής παράστασης μιας άρτιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το διάστημα $[-4, 4]$.

- Να μεταφέρετε το σχήμα στην κόλλα σας και να χαράξετε τα υπόλοιπα τμήματα της γραφικής παράστασης της f . (Μονάδες 8)
Να βρείτε
- τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα. Να αιτιολογήσετε την απάντησή (Μονάδες 8)
- τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f καθώς και τις θέσεις των ακρότατων αυτών. (Μονάδες 9)



618. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ένα τμήμα της γραφικής παράστασης μιας άρτιας συνάρτησης με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.

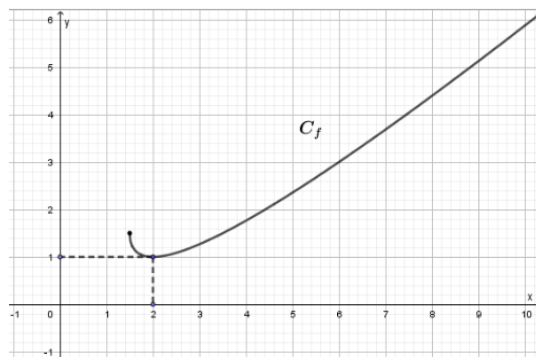
- Να μεταφέρεται το σχήμα στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τη γραφική παράσταση με το κομμάτι της καμπύλης που λείπει. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 10)
Να βρείτε:
- Τα διαστήματα μονοτονίας της συνάρτησης f . (Μονάδες 8)
- ii. Το είδος του ακροτάτου και τη θέση που το παρουσιάζει. (Μονάδες 7)





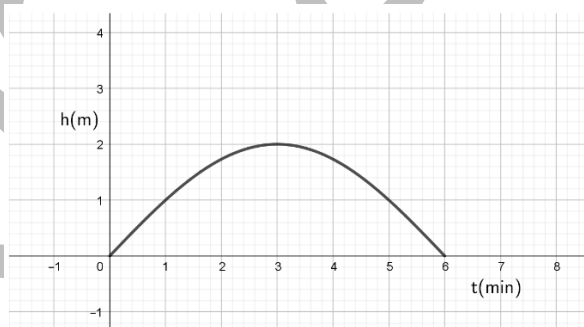
619. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x - \sqrt{2x - 3}$, της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:

- Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης. (Μονάδες 7)
- Να προσδιορίσετε το ολικό ελάχιστο της συνάρτησης, καθώς και τη θέση αυτού. (Μονάδες 8)
- Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση είναι
 - γνησίως φθίνουσα (Μονάδες 5)
 - γνησίως αύξουσα (Μονάδες 5)



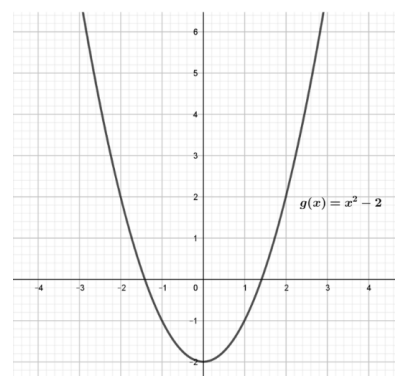
620. Αντικείμενο κινείται κατακόρυφα. Το παρακάτω σχήμα αναπαριστά το ύψος h του αντικειμένου από το έδαφος για κάθε χρονική στιγμή t . Να βρείτε:

- Ποιες χρονικές στιγμές το αντικείμενο απέχει 1m από το έδαφος. (Μονάδες 5)
- Ποια είναι η μέγιστη απόσταση του αντικειμένου από το έδαφος και ποια χρονική στιγμή την επιτυγχάνει. (Μονάδες 10)
- Ποιο χρονικό διάστημα το αντικείμενο απομακρύνεται από το έδαφος. (Μονάδες 10)



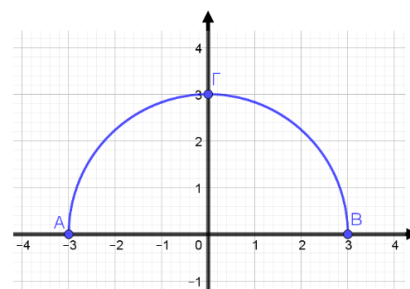
621. Στο διπλανό σύστημα συντεταγμένων δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = x^2 - 2$, $x \in \mathbb{R}$. Με βάση τη γραφική της παράσταση,

- να αιτιολογήσετε γιατί η g είναι άρτια. (Μονάδες 9)
- να βρείτε το ελάχιστο της g και τη θέση αυτού. (Μονάδες 7)
- Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της $f(x) = x^2$ μετατοπίζοντας κατάλληλα την γραφική παράσταση της g που φαίνεται στο διπλανό σχήμα. (Μονάδες 9)



622. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f(x)$.

- Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f . (Μονάδες 6)
- Να εξετάσετε αν η συνάρτηση είναι άρτια ή περιττή. (Μονάδες 9)
- Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα ακρότατα της f και τις θέσεις των ακροτάτων. (Μονάδες 10)



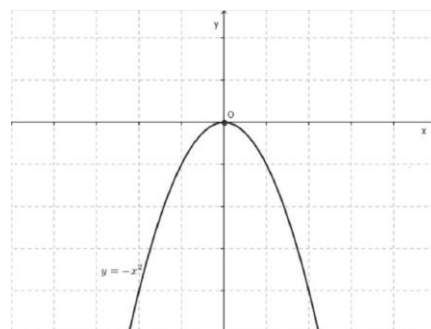


623. Δίνονται οι συναρτήσεις $\varphi(x) = -x^2$, $x \in \mathbb{R}$ και $f(x) = -x^2 + 2x + 1$, $x \in \mathbb{R}$

- Να αποδείξετε ότι $f(x) = -(x-1)^2 + 2$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και στη συνέχεια, με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης φ να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f . (Μονάδες 10)

Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της f να βρείτε:

- Τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση f είναι γνησίως μονότονη. (Μονάδες 5)
- Το ολικό ακρότατο της f καθώς και τη θέση του. (Μονάδες 5)
- Το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $f(x) = \kappa$, $\kappa < 2$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μον 5)



624. Δίνονται οι συναρτήσεις $\varphi(x) = 3x^2$, $x \in \mathbb{R}$ και $f(x) = 3x^2 - 6x + 8$, $x \in \mathbb{R}$

- Να ελέγξετε αν η συνάρτηση φ είναι άρτια ή περιττή και να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση.
- Να αποδείξετε ότι $f(x) = 3(x-1)^2 + 5$, $x \in \mathbb{R}$. Στη συνέχεια, με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης φ , να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f , αιτιολογώντας την απάντησή σας

Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f να βρείτε:

- Τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνήσια μονότονη και τον άξονα συμμετρίας της συνάρτησης f .
- Το ολικό ακρότατο της f και τη θέση του. Τι είδους ακρότατο είναι;
- Το πλήθος των κοινών σημείων της γραφικής παράστασης της f και της ευθείας με εξίσωση $y = \lambda$, $\lambda \in \mathbb{R}$ για τις διάφορες τιμές του πραγματικού αριθμού λ .

625. Θεωρούμε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το διάστημα $[-3, 3]$. Η συνάρτηση f είναι άρτια, γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[-3, 0]$ και γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[0, 3]$.

- Να αποδείξετε ότι $f(-1) < f(2)$. (Μονάδες 6)
- Να αποδείξετε ότι $f(3) \geq f(x) \geq f(0)$ για κάθε $x \in [-3, 3]$. (Μονάδες 7)
- Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f παρουσιάζει ελάχιστο και μέγιστο και να βρείτε τις θέσεις μεγίστου και ελαχίστου.. (Μονάδες 6)
- Παρακάτω δίνονται 4 τύποι, από τους οποίους ένας μόνο μπορεί να είναι ο τύπος της συνάρτησης f . Να επιλέξετε το σωτό τύπο αιτιολογώντας την απάντησή σας.

α. $f(x) = \sqrt{9-x^2}$ β. $f(x) = -\sqrt{9-x^2}$
 γ. $f(x) = \sqrt{x^2-9}$ δ. $f(x) = -\sqrt{x^2-9}$ (Μονάδες 6)

