



Πολυώνυμα



Κώστας Γλυκός

Άλγεβρα

Κεφάλαιο 4

392 ασκήσεις

και τεχνικές

σε 41 σελίδες

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ

Ιδιαίτερα μαθήματα

697.300.88.88

Kglykos.gr

19/8/2026

εκδόσεις

Καλό πήξιμο



kglykos.gr

Πολυώνυμα

1483. Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x) = 2x^3 - 3x + 5$, $Q(x) = -x^2 + 3x - 1$, να βρεις :

- $P(x) - Q(x)$
- $2P(x) + 3Q(x)$
- $P(x)Q(x)$
- $P^2(x)$

1484. Να βρεις τα $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ώστε να είναι μηδενικό το πολυώνυμο :

$$P(x) = (\alpha - 1)x^3 + (2\beta - \alpha + 1)x^2 + (\alpha + \beta - \gamma)x + 2\alpha + \beta - \gamma + \delta$$

$$a=1, b=0, c=1, d=-1$$

1483. Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x) = x^3 - 2x$, $Q(x) = x^2 - 3x - 1$, να βρεις :

- $P(x) + Q(x)$
- $P(x) - Q(x)$
- $P(x)Q(x)$
- $P^2(x)$

1484. Να βρεις την τιμή του α ώστε το πολυώνυμο $P(x) = (a+2)x^3 - (a^2 + a - 2)x + a^2 - 4$ να είναι το μηδενικό

$$a = -2$$

1485. Ν.δ.ο. το πολυώνυμο είναι διάφορο του μηδενικού : $P(x) = (a-2)x^3 + (2b+6)x + a + b - 3$

1486. Αν

$$P(x) = (\alpha - \beta)x^2 + \gamma x - 2\alpha + \beta - 1, Q(x) = (\alpha + \beta + 3)x^2 + (2 - \gamma)x + 3\alpha - 2, P(x) = Q(x) \Rightarrow \alpha, \beta, \gamma = ;$$



$$a = -\frac{1}{10}, b = -\frac{3}{2}, c = 1$$

1487. Να βρεις το βαθμό του $P(x) = (a^2 - 4a)x^3 - 4ax^2 + (a - 2)x - 2$

$$3ου, \alpha = 4; 2ου, \alpha = 0; 1ου$$

1488. Αν το πολυώνυμο έχει ρίζα το $-\frac{1}{2}$, $P(x) = (3a - 2)x^4 - 5ax^3 + (3 - 4a)x^2 - 3x + 1 \Rightarrow a =$;

$$a = -\frac{38}{3}$$

1489. Αν $P(1) = 5$, $P(x) = (3a - 2)x^4 - 5ax^3 + (3 - 4a)x^2 - 3x + 1 \Rightarrow a =$;

$$a = -1$$

1490. Αν $x^2 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \alpha, b, c =$;

$$a = 1, b = 2, c = 1$$

1491. Αν το πολυώνυμο έχει ρίζες τα 2, -3 ,

$$P(x) = (2a - b)x^3 - 3ax^2 + (2b - 3a)x - 4b \Rightarrow a, b =$$
;

$$a = 0, b = 0$$

1492. Αν $P(x) = Q(x)$, $P(x) = 5 + 11x - 19x^2$, $Q(x) = (a + 2b) + (b + 3c)x - (2b + 5c)x^2 \Rightarrow a, b, c =$;

$$a = 1, b = 2, c = 3$$

1493. Αν $f(x) = x^3 - 8$, $g(x) = x + 2$, $h(x) = x^2 - 2x + 2$, $f(x) = g(x)h(x) + m(x) \Rightarrow m(x) =$;

$$m(x) = 4x - 2$$

1494. Αν $f(x) = 4x^2 + 3x - 1$, $g(x) = 4x - 1$, $h(x) = ax + b$, $f(x) = g(x)h(x) \Rightarrow a, b =$;

$$a = 1, b = 1$$

1495. Να γράψεις το $P(x) = 3x^2 + 11x - 6$ στη μορφή $a(x + 1)(x - 2) + b(x + 1) + c$

$$a = 3, b = 14, c = -14$$

1496. Να γράψεις το $P(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ στη μορφή $a + b(x - 1) + c(x - 1)(x - 2) + d(x - 1)(x - 2)(x - 3)$

$$a = 0, b = 1, c = 3, d = 1$$

1497. Αν $x^3 + ax + \beta = (x + 1)^2(x + \gamma) \Rightarrow \alpha, \beta, \gamma =$;

$$a = -3, b = -2, c = -2$$

Βαθμός πολυωνύμου : κοιτάξε τη μεγαλύτερη δύναμη του x , η οποία έχει συντελεστή διάφορο του μηδέν .

Τι βαθμού είναι το πολυώνυμο

$P(x) = (a - 1)x^3 + ax^2 + (a^2 - 1)x + a - 2$:
είναι 3^{ου} βαθμού εκτός αν $a - 1 = 0$ δηλαδή $a = 1$ οπότε θα πρέπει να αντικαταστήσεις όπου $a = 1$ για να δεις τι βαθμού είναι .

Αν $P(x) = ax^3 + \beta x^2 + \gamma x + \delta$ να βρεις **πότε είναι βαθμού :**

2^{ου} : $a = 0, \beta \neq 0$, 3^{ου} : $\alpha \neq 0$

1^{ου} : $\alpha = \beta = 0, \gamma \neq 0$, 0^{ου} : $\alpha = \beta = \gamma = 0, \delta \neq 0$

χωρίς βαθμό : $\alpha = \beta = \gamma = \delta = 0$



1498. Να βρεις τα $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ώστε : $x^4 + x^2 + 1 = (x^2 + \alpha x + \beta)(x^2 + \gamma x + \delta)$

1499. Να γράψεις το $x^4 + 1$ ως γινόμενο δύο δευτεροβάθμιων πολυωνύμων

1500. Να βρεις τα α, β, γ ώστε : $x^4 - 2x^3 + \alpha x^2 + \beta x + 4 = (x^2 - x + \gamma)^2$

1501. Ν.δ.ο. είναι σταθερό το $P(x) = (x - \alpha)^2 (\beta - \gamma) + (x - \beta)^2 (\gamma - \alpha) - (x - \gamma)^2 (\alpha - \beta)$

1502. Να βρεις τα α, β ώστε να είναι ανεξάρτητο του x το κλάσμα : $\frac{x^3 - bx^2 + \alpha x + a + b}{2ax^3 - (5a + b - 1)x^2 + 4ax + 20}$

1503. Να βρεις το $P(x) : [P(x)]^2 = 4x^2 - 12x + 9$

$2x - 3, -2x + 3$

1504. Να βρεις το $P(x) : [P(x)]^2 = 4x^4 + 12x^3 + x^2 - 12x + 4$

1505. Να βρεις το $P(x) : [P(x)]^3 = 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$

1506. Ν.δ.ο. γράφεται ως τέλειο τετράγωνο το $P(x) = x^4 - 4x^3 + 10x^2 - 12x + 9$

1507. Να βρεις τις τιμές των $a, b, c : P(x) = ax^2 - (a - b)x + c - 2b, Q(x) = (c - a)x^2 + 4x + a + b$ να είναι ίσα

$a = -6, b = -2, c = -12$

1508. Να βρεις το a ώστε το $P(x) = 9x^3 - 3x^2 + 8x - 27$ να πάρει μορφή

$a(x^3 + x) - 3x^2 + (x - 3)(x^2 + 3x + 9)$

$a = 8$

1509. Να βρεις το πολυώνυμο $K(x)$ ώστε : $K^2(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4$

1510. Να βρεις πολυώνυμο δευτέρου βαθμού ώστε να ισχύει : $P(x - 1) = P(x)$

1511. Να βρεις τα πολυώνυμα $P, Q : P(x) + Q(x) = P(x)Q(x)$

σταθερά

1512. Ν.δ.ο. για κάθε a το πολυώνυμο δεν έχει ρίζα το $\frac{1}{2}, P(x) = (a - 1)x^5 + (3a^2 + 2)x^3 + ax$

1513. Να βρεις το πολυώνυμο $P(x) : (x^2 + 1)P(x) = 3x^5 + 2x^4 + x^3 - x^2 - 2x - 3$

1514. Δίνεται το $P(x) = x^2 + 2x + 5, P(a - 1) = 13 \Rightarrow a = ;$

$a = \pm 3$





1515. Για ποιο λόγο οι παρακάτω παραστάσεις δεν είναι πολυώνυμα του x ;

i. $5 + 2\sqrt{x}$ ii. $\eta\mu x + 7$ iii. $6 \cdot \frac{1}{x} + 4$ iv. $5x^3 + 3|x| - 7$

1516. Να εξετάσετε ποιες από τις ακόλουθες παραστάσεις είναι μονώνυμα και ποιες πολυώνυμα :

i. $P(x) = \frac{5}{3}x^4$ ii. $Q(x) = -2\sqrt{x^3}$ iii. $A(x) = 4x^{-7}$

iv. $E(x) = 11x^4 - 3x^3$ v. $H(x) = 12x^7 - 3x^{\frac{1}{2}}$

1517. Δίνονται τα πολυώνυμα : $P(x) = 4x^3 + 5x^2 - 6x + 7$ και $Q(x) = x^2 + 2$. Να βρείτε τα πολυώνυμα:

- $P(x) + Q(x)$
- $P(x) - 5Q(x)$
- $P(x) \cdot Q(x)$
- $(Q(x))^2 - P(x)$

1518. Να βρεθούν οι τιμές της παραμέτρου λ για τις οποίες το πολυώνυμο $P(x) = (\lambda^3 - 4\lambda)x^4 + (\lambda^2 + 2\lambda)x + \lambda + 2$ είναι το μηδενικό πολυώνυμο.

1519. Για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ το πολυώνυμο $P(x) = (\lambda^2 - 2\lambda)x^3 + (\lambda^2 - 5\lambda + 6)x + \frac{\lambda}{2} - 1 = 0$ είναι το μηδενικό πολυώνυμο.

1520. Να βρεθούν οι τιμές του λ ώστε να είναι ίσα τα πολυώνυμα $P(x) = (\lambda^2 - 4)x^3 + (\lambda^2 + 2\lambda)x^2 - \lambda x^2 + 3\lambda - 8$ και $Q(x) = (3\lambda + 2)x^2 - 2\lambda x + \lambda - \lambda^2$.

1521. Να βρεθούν οι τιμές των κ, λ, μ ώστε να είναι ίσα τα πολυώνυμα $P(x) = (2\kappa - 2\lambda)x^2 + (\kappa + \lambda)x + (2\mu - 2)$ και $Q(x) = (\mu + \lambda + 1)x^2 + \mu x + 2\lambda$.

1522. Να βρείτε τα α, β, γ έτσι ώστε το πολυώνυμο $P(x) = 4x^2 - 2x + 1$ να παίρνει τη μορφή $P(x) = \alpha x(x - 3) + (\beta + 2)x + \gamma - 1$.

1523. Να προσδιοριστεί ο βαθμός του πολυώνυμου $P(x) = (\lambda^2 + 5\lambda + 9)x^2 + (\lambda - 3)x + (\lambda^2 - 1)$ για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$.

1524. Να προσδιοριστεί, για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, ο βαθμός του πολυώνυμου : $P(x) = (\lambda^3 - 4\lambda)x^3 + (\lambda^2 - 5\lambda + 6)x^2 + (\lambda^2 + 1)x + 2$

1525. Δίνεται το πολυώνυμο : $P(x) = (\lambda^2 - \lambda)x^2 + (\lambda^2 + \lambda)x + \lambda^2 - 2\lambda - 3$. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ το $P(x)$ είναι :

- είναι σταθερό πολυώνυμο,
- είναι μηδενικό πολυώνυμο,
- έχει βαθμό μηδέν.

1526. 19. Έστω τα πολυώνυμα $P(x) = 4x^3 - 6x^2 + 4x - 8$ και $Q(x) = \alpha x^3 - \beta x^2 + \gamma x - \delta$. Να βρείτε τι πρέπει να ισχύει για τους αριθμούς $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, ώστε το πολυώνυμο $P(x) - Q(x)$ να είναι :



- 3^{ου} βαθμού
- το πολύ 2^{ου} βαθμού
- Μηδενικό πολυώνυμο.

1527. Να βρείτε τα $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η αριθμητική τιμή του πολυώνυμου $P(x) = (\lambda^2 + 4\lambda)x^3 - (1 + \lambda)x^2 + (3\lambda + 2)x + 3$ για $x=-2$ να είναι 5.
1528. Αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει ρίζα τον αριθμό 4, να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο $Q(x) = P(1 - 3x)$ έχει ρίζα τον αριθμό -1.
1529. Να εξετάσετε αν οι αριθμοί -3 και 2 είναι ρίζες του πολυώνυμου $P(x) = -3x^2 + 5x + 2$.
1530. Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς κ, λ για τους οποίους το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + \kappa x^2 + (\lambda - 2)x + 6$ έχει ρίζες τους αριθμούς -1 και 2.
1531. Να αποδειχθεί ότι για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ το πολυώνυμο $P(x) = (2\lambda^2 - 3)x^3 + 4\lambda x^2 - (\lambda - 5)x + 2005$ δεν έχει ρίζα τον αριθμό 1.
1532. Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς α, β για τους οποίους το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + \alpha x^2 + \beta x + 4$ έχει ρίζα τον αριθμό 2 και το άθροισμα των συντελεστών του είναι 8. (Υπόδειξη : Για να βρούμε το άθροισμα των συντελεστών του $P(x)$, υπολογίζουμε το $P(1)$).
1533. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (x - 1)^{2017} - x^{2018}$. Να βρείτε :
- τον σταθερό όρο του $P(x)$
 - το άθροισμα των συντελεστών του $P(x)$.
1534. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (\kappa - 1)x^4 + \kappa x^2 - (3\kappa - 4)x + 3\lambda$. Να βρείτε τα $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$, ώστε το $P(x)$ να έχει ρίζα το 2 και η αριθμητική τιμή του για $x=-1$ να είναι 0.
1535. Να βρείτε το πολυώνυμο $P(x)$ για το οποίο ισχύει : $(3x - 1) \cdot P(x) = 3x^3 - 13x^2 + 13x - 3$.
1536. Έστω το πολυώνυμο $P(x)$, για το οποίο γνωρίζουμε ότι :
- $$P(2x + 1) = 3P(x) + 2 \text{ για κάθε } x \text{ και } P(0) = 0. \text{ Να δείξετε ότι } P(15) = 80.$$



Διαίρεση πολυωνύμων

Να γίνουν οι διαιρέσεις :

1537. $(2x^5 - 11x^4 + 3x^3 + 31x^2 + 2x + 5) : (2x^3 - 5x^2 - 4x + 1)$

1538. $(6x^4 - 19x^3 + 15x^2 - x - 6) : (2x^2 - 3x + 2)$

1539. $(x^4 - 3x^2 + 5x - 1) : (2x - 1)$

1540. $(x^6 - 1) : (x + 1)$

1541. $x^4 : (x + 1)^3$

1542. $(x^3 - 3x + 2) : (x - 1)^2$

$$u = -2x^2 - 9x + 9, u = 0, u = \dots, u = 0, u = \dots, u = x^2 + 8x + 3$$

1543. Αν $P(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 4 \Rightarrow P(2x) : (x^2 - 3x + 2) =$

1544. Αν $f(x) = x^2 + x - 2 \Rightarrow [f^2(x) - f(x+1)] : f(1-x) =$

1545. Να γίνουν οι διαιρέσεις :

• $(2x^3 - 3ax^2 + 5a^2x - 3a^3) : (x^2 - 2ax + 3a^2)$

• $(x^6 + a^6) : (x + a)$

$$u = a^2x - 6a^3, u = a^6$$

Με τη χρήση του Horner να γίνουν οι διαιρέσεις :

1546. $(2x^3 - 5x^2 + 6x - 1) : (x - 2)$

1547. $(x^8 + 1) : (x + 1)$

1548. $(x^3 - x^2 + 1) : (x + 3)$

1549. $(x^4 - 3a^2x^2 + 5a^4) : (x + 2a)$

$$u = 7, u = 2, u = -35, u = 9a^4$$

1550. Αν $P(x) = 2x^5 - 50x^4 + 70x^3 - 60x^2 + 40x - 3027 \Rightarrow P(10), P(-12) =$

1551. Να βρεις το a ώστε η διαίρεση να είναι τέλεια, $(x^3 - ax + 2) : (x + 2)$

Ταυτότητα της διαίρεσης : πολυώνυμο $P(x)$, διαιρέτης το $\delta(x)$, πηλίκο το $\pi(x)$ και υπόλοιπο το $\nu(x)$ τότε

$$P(x) = \delta(x)\pi(x) + \nu(x)$$

 , όπου ο βαθμός του υπολοίπου μικρότερος του βαθμού του διαιρέτη .

Τέλεια διαίρεση : το $\nu(x) = 0$



$$a=3$$

1552. Να βρεις το a ώστε το $x+1$ να είναι παράγοντας του : $P(x) = (2a-1)x^3 - 5ax^2 + 6x - 2a + 1$

$$a = -\frac{4}{9}$$

1553. Να βρεις το a ώστε το υπόλοιπο της διαίρεσης να είναι 5. $[2x^3 - (a+1)x^2 + (5a-2)x - 7] : (x-2)$

$$a = \frac{4}{6}$$

1554. Αν το $P(x) = (a^2 - 4)x^2 + (a-2)x - (a+2)$ είναι πρώτου βαθμού, να βρεις το a

$$a = -2$$

1555. Αν $P(x) = (a^2 - 4)x^3 + (2-a)x^2 - (a+2)x + a + 8$ είναι σταθερό, να βρεις το a .

$$\emptyset$$

1556. Αν $P(x) = (a^3 - 1)x^3 + (a^2 - 3a + 2)x + a - 1$, να βρεις το βαθμό του

$$3, a=1 \Rightarrow \emptyset$$

1557. Αν $P(x) = x^3 - ax + 6, Q(x) = x^3ax^2 + 6 - a, P(x) = Q(x) \Rightarrow a =$;

$$a=0$$

1558. Αν $(x^2 - 1)P(x) = x^6 - 2x^4 + 5x - 8 \Rightarrow P(x) =$;

1559. Αν $P(x) = ax^2 + (\beta - a)x + \gamma - 2\beta, Q(x) = (\gamma - \alpha)x^2 + 4x + a + \beta$, να βρεις α, β, γ ώστε να είναι ίσα

$$a = -6, b = -2, c = -12$$

1560. Αν $P(x) = (a-2)x^2 + (2\beta+6)x + a + b - 3$, να βρεις τα α, β ώστε να είναι μηδενικό

$$a=2, b=-3$$

1561. Αν $P(x) = 9x^3 - 3x^2 + 8x - 27, Q(x) = a(x^3 + x) - 3x^2 + (x-3)(x^2 + 3x + 9)$, να βρεις το a ώστε να είναι ίσα

$$a=8$$

1562. Αν $P(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4, Q^2(x) = P(x) \Rightarrow Q(x) =$;

1563. Αν $P(x) = x^2 + 2x + 5, P(a-2) = 13 \Rightarrow a =$;

$$a=4, -2$$

1564. Ν.δ.ο. αν το πρώτο πολυώνυμο έχει ρίζα το -1 τότε το ίδιο ισχύει και για το δεύτερο, όπου

$$P(x) = x^2 + (a-1)x + 2a, Q(x) = x^3 + 4x^2 + (a^2 - 1)x$$



1565. Να αποδείξεις ότι το $g(x) = x^2 - 3x + 2$ διαιρεί το πολυώνυμο

$$P(x) = (x-2)^{2v} + (x-1)^v - 1, v \in \mathbb{N}^*$$

1566. Να αποδείξεις ότι το $g(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2$ διαιρεί το πολυώνυμο

$$P(x) = (x-1)^{2v} - x^{2v} + 2x - 1, v \in \mathbb{N}^*$$

1567. Να βρεις τα α, β ώστε το $P(x) = 2x^{v+1} + (\alpha-1)x + 2\beta$ να διαιρείται με το $(x+1)^2$

1568. Να αποδείξεις ότι οι καμπύλες της μορφής : $(k+1)x + (k-1)y + 4k - 2 = 0, k \in \mathbb{R}$ διέρχονται από σταθερό σημείο

1569. Να αποδείξεις ότι οι καμπύλες $(k^2 + k + 1)x + (k^2 - 2k)y - 3k - 1 = 0, k \in \mathbb{R}$ διέρχονται από σταθερό σημείο

1570. Να αποδείξεις ότι οι καμπύλες $(k+1)x^2 + (k+1)y^2 - 2x - k = 0, k \in \mathbb{R}$ διέρχονται από δύο σταθερά σημεία

1571. Να βρεις τα A, B : $\frac{2x+3}{x^2-7x+12} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x-4}$

1572. Να βρεις τα A, B : $\frac{12}{x^2-4} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$

1573. Να βρεις τα A, B : $\frac{3x+1}{x^2-3x+2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2}$

1574. Να βρεις τα A, B, C : $\frac{12}{x^3-x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{x+1}$

1575. Να γίνουν οι ακόλουθες διαιρέσεις :

- $(2x^3 + 5x^2 - 6x - 1) : (x - 1)$
- $(10x^4 + 7x^2 - 3x + 5) : (2x^2 - 1)$
- $(8x^4 + x^3 + 5x^2 + 3x + 2) : (x^2 + x + 2)$

1576. Ομοίως :

- $(x^4 - 11x^2 + 6x - 3) : (x^2 - 3x)$
- $(7x^3 - 2x^2 + 9) : (x^2 + 2)$
- $x^5 : (x^2 - x + 1)$

1577. Να βρεθεί με τη βοήθεια του σχήματος Horner, το πηλίκο, το υπόλοιπο και η ταυτότητα της διαίρεσης του πολυώνυμου $\Delta(x) = 7x^4 - 5x^2 - x - 1$ με τα πολυώνυμα :



- $x - 1$
- $x + 2$

1578. Με τη βοήθεια του σχήματος Horner να βρεθούν τα πηλικά και τα υπόλοιπα των διαιρέσεων :

- $(x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 6x - 8) : (x - 2)$
- $(5x^3 - 2ax^2 - 3ax^2) : (x - a)$

1579. 10. Έστω το πολυώνυμο $P(x) = 3x^4 - 6x^2 + 7x + 62$. Να βρεθεί το $P(2)$ με τη βοήθεια του σχήματος Horner.

1580. 11. Να βρεθεί το υπόλοιπο της διαίρεσης του $\Delta(x) = 5x^3 - 4x^2 - x + 3$ με τα πολυώνυμα :

- $x - 2$
- $x + 1$
- $2x - 3$

1581. Να βρεθεί το υπόλοιπο της διαίρεσης : $(x^{2017} + 4x^{1942} - x^{1821} + 2004x + 1) : (x - 1)$.

1582. Να αποδείξετε ότι το $(x - 2)$ είναι παράγοντας του πολυώνυμου $P(x) = 3x^3 - 5x^2 + x - 6$.

1583. Να βρείτε τα $\alpha \in \mathbb{R}$ έτσι ώστε το πολυώνυμο $P(x) = (\alpha - 2)x^3 + \alpha x^2 + 3x - 6$ να διαιρείται με το $(x + 2)$.

1584. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = \lambda x^3 + (2\mu - 1)x^2 + (\lambda - \mu)x + 1$. Να βρείτε τα $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$, ώστε το $P(x)$ να έχει παράγοντα το $x - 1$ και το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x + 1$ να είναι 4.

1585. Να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο $P(x) = x^4 + 3x^2 + 10$ δεν έχει παράγοντα της μορφής $(x - \rho)$.

1586. Με τη βοήθεια του σχήματος Horner να δείξετε ότι το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 - 5x^2 - 6x + 9$, διαιρείται με το $(x - 1)(x - 3)$ και να βρείτε το αντίστοιχο πηλίκο.

1587. Με τη βοήθεια του σχήματος Horner να δείξετε ότι το πολυώνυμο $P(x) = x^4 - 2x^3 - x^2 + 8x - 12$, διαιρείται με το $x^2 - 4$ και να βρείτε το αντίστοιχο πηλίκο.

1588. Να βρείτε τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, για τα οποία το $P(x) = x^4 - (\alpha - 1)x^2 + \beta x + 1$ έχει παράγοντα το $x^2 - 3x + 2$.

1589. Με τη βοήθεια του σχήματος Horner να δείξετε ότι το πολυώνυμο $P(x) = x^4 - 9x^3 + 30x^2 - 44x + 24$ έχει παράγοντα το $(x - 2)^2$.

1590. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 + \lambda x^2 + (\mu - 2)x + 3$. Να βρείτε τα $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$, ώστε το $P(x)$ να έχει παράγοντα το $x^2 + x - 2$.

1591. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + \lambda x^2 + \mu$. Να βρείτε τα $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$, ώστε το $P(x)$ να έχει παράγοντα το $(x - 2)^2$.

1592. Να βρείτε τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ έτσι ώστε το πολυώνυμο $P(x) = x^4 + (\alpha - \beta)x^3 - (\alpha + \beta)x^2 + x - 6$ να έχει ρίζες τις $x = 2, x = -3$. Στη συνέχεια, για τις τιμές των α, β που βρήκατε να υπολογίσετε το πηλίκο της διαίρεσης $P(x) : (x - 2)(x + 3)$.



1593. Να αποδείξετε ότι το $2x - 3$ είναι παράγοντας του $P(x) = 2x^3 + x^2 - 12x + 9$.
1594. Να αποδείξετε ότι το $3x + 1$ είναι παράγοντας του $P(x) = (3x + 2)^{2016} + (3x)^5 - 12x - 4$.
1595. Το πολυώνυμο $P(x) = 6x^3 - 7x^2 + \alpha x + \beta$ έχει παράγοντα το $3x - 2$, ενώ το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x) : (2x - 1)$ είναι 3. Να βρείτε τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.
1596. Αν τα υπόλοιπα των διαιρέσεων του $P(x)$ με τα $x - 2$ και $x + 3$ είναι 4 και -1 αντίστοιχα, να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x) : (x^2 + x - 6)$.
1597. Αν το $(x + 4)$ είναι παράγοντας του $P(x)$, να αποδείξετε ότι το $(x - 3)$ είναι παράγοντας του $P(11 - 5x)$.
1598. Το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x^2 - x - 6$ είναι $-4x + 1$. Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x - 3$ καθώς και το υπόλοιπο με το $x + 2$.
1599. Να βρεθεί το υπόλοιπο της διαίρεσης: $(x^{100} - 3x^{47} + 5x^{12} - 4x + 1) : (x^2 - 1)$.
1600. Ένα πολυώνυμο $\Delta(x)$, όταν διαιρεθεί με το $\delta(x) = x^2 - 2x$ δίνει πηλίκο $\pi(x) = x^3 - 3x^2 + 4$.
- Να βρεθεί ο βαθμός του $\Delta(x)$.
 - Αν επιπλέον το υπόλοιπο αυτής της διαίρεσης είναι $\nu(x) = -3x + 5$, να βρείτε το $\Delta(x)$.



Ρίζα , παράγοντας πολυωνύμων

Ο αριθμός a καλείται **ρίζα** του πολυωνύμου αν το $P(a) = 0$.

Το πολυώνυμο για το $x=3$ έχει τιμή 5 : $P(3) = 5$, δηλαδή βάλε όπου x το 3 και το αποτέλεσμα ίσο με 5

1601. Να βρεις a, β ώστε να είναι παράγοντες τα $x+2, x-3$ του

$$P(x) = (a+b)x^3 - (3a+5b)x^2 + 6bx - b - 1$$

$$a=2, b=-1$$

1602. Αν $P(x) = 3x^4 + ax^3 + \beta x^2 + \gamma x + 2$ έχει παράγοντες τα

$$x-1, x+1, 3x+1 \Rightarrow \alpha, \beta, \gamma =;$$

$$a=-5, b=-5, c=5$$

- a είναι ρίζα $\Leftrightarrow P(a) = 0$
- a ρίζα $\Leftrightarrow (x-a)$ παράγοντας
- $P(x)$ διαιρείται με $x-a \Leftrightarrow$ το a ρίζα . το $\gamma-a$ παρόντας

1603. Να εξετάσεις αν έχει πρωτοβάθμιο παράγοντα το $P(x) = 2x^6 + x^4 + 3x^2 + 2$

1604. Να βρεις το πολυώνυμο όπου όταν διαιρεθεί με x^2+1 , δίνει πηλίκο $3x-1$ και υπόλοιπο $2x+5$

$$3x^3 - x^2 + 2x + 4$$

1605. Να βρεις τα $a, b : P(x) = x^4 + 1, Q(x) = x^2 + ax + b$, η διαίρεσή τους αφήνει υπόλοιπο 0

$$a = \pm\sqrt{2}, b = 1$$

1606. Να βρεις τα a, β ώστε το $P(x) : x^2 - x - 6 \Rightarrow u = 0, P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$

$$a = -\frac{5}{3}, b = -\frac{11}{3}$$

1607. Ν.δ.ο. το υπόλοιπο της διαίρεσης είναι ανεξάρτητο του a :

$$P(x) = a^2 x^2 + 2(a^2 - 3a + 1)x - 3(4a + 1) \text{ δια } x + 2$$

$$u = -7$$

1608. Ν.δ.ο. αν το $P(x)$ έχει παράγοντα το $x-5$ τότε το πολυώνυμο $P(2x-3)$ έχει παράγοντα το $x-4$

1609. Να βρεις τα a, β ώστε το $P(x) = x^3 - ax^2 + (b-1)x + 5$ έχει παράγοντα το $(x-1)(x+2)$

$$a = \frac{3}{2}, b = -\frac{7}{2}$$

1610. Να βρεις τα a, β ώστε το $P(x) = x^3 - x^2 - (3+a)x + b + 10$ να έχει παράγοντα το $(x-2)^2$

$$a=5, b=2$$

1611. Το $P(x) : (x-2) \Rightarrow u=10, P(x) : (x+3) \Rightarrow u=5, P(x) : (x-2)(x+3) \Rightarrow u=;$

1612. Το $P(x) : (x+1) \Rightarrow u=2, P(x) : (x+2) \Rightarrow u=8, P(x) : (x^2+3x+2) \Rightarrow u=;$

1613. Αν n άρτιος φυσικός, ν.δ.ο. το $x+1$ διαιρεί το $x^n - 1$



1614. Πότε το $x+1$ είναι παράγοντας του x^v+1

v : περιττός

1615. Αν v είναι παράγοντας του μ , ν.δ.ο. x^v-1 είναι παράγοντας του $x^\mu-1$

1616. Ν.δ.ο. το 16 διαιρεί το 17^v-1

1617. Ν.δ.ο. το $11^{15}+1$ είναι πολλαπλάσιο του 12

1618. Αν $x+2$ είναι παράγοντας του $P(x)$ τότε ν.δ.ο. το $x-1$ είναι παράγοντας του $P(3x-5)$

1619. Ν.δ.ο. οι διαιρέσεις $f(x):(x-2)$, $f(4x+6):(x+1)$ έχουν το ίδιο υπόλοιπο

1620. Αν $P(x):(x+1) \Rightarrow v=3$ τότε να βρεις το υπόλοιπο της $f(x):(x-2)$, $f(x)=P(2x-5)-x^2+x-1$

1621. Να βρεις τα a, b αν το $x-3$ είναι κοινός παράγοντας των :

$$P(x)=x^3+ax^2+bx-6, Q(x)=x^2-ax+b+4$$

$a=1, b=-10$

1622. Ν.δ.ο. το $(x+1)^4$ είναι παράγοντας του $P(x)=x^5+x^4-6x^3-14x^2-11x-3$

1623. Να βρεις τα a, b ώστε το $P(x)=x^3+ax+b$ να διαιρείται με το $(x-1)^2$

$a=-3, b=2$

1624. Να βρεις τα a, b ώστε το $P(x)=ax^{v+1}+bx^v+1$ να έχει παράγοντα το $(x-1)^2$

1625. Να αποδείξεις ότι το $P(x)=(v-1)x^v-vx^{v-1}+vx-v+2$ διαιρείται με το $(x-1)^3$

1626. Δίνονται $P(x)=x^2+x+1, Q(x)=P(P(x))-P(x)-2$, να αποδείξεις ότι το $P(x)+1$ είναι παράγοντας του $Q(x)$

1627. Να βρεις τα a, b ώστε να είναι τέλεια η διαίρεση $(x^{v+1}+ax+b):(x-1)^2$, ποιο το πηλίκο ;

$a=-v-1, b=v$

1628. Αν $P(x)=x^v-vx+v-1, v \in \mathbb{N}^*$,

- ν.δ.ο. είναι τέλεια η διαίρεση $P(x):(x-1)^2$,
- να βρεις το πηλίκο και
- να δείξεις ότι $P(x) \geq 0, \forall x \geq 0$

1629. Να βρεις τα a, b ώστε το $P(x)=x^4-5x^3+ax^2+bx-1$ να έχει παράγοντα το $(x-1)^2$

$a=6, b=-1$

Το $P(x)$ έχει ρίζα το 2 τότε

- $P(2)=0$
- Horner με 2, $v=0$
- Διαίρεση $x-2, v=0$

Το $P(x)$ έχει παράγοντα $x+3$ τότε :

- $P(-3)=0$
- Horner με -3, $v=0$
- Διαίρεση $x+3, v=0$



1630. Να βρεις τα α, β ώστε το $P(x) = x^4 - 5x^3 + ax^2 + bx - 1$ να έχει παράγοντα το $x^2 + 1$

$$a=0, b=-5$$

1631. Οι διαιρέσεις ενός πολυωνύμου $f(x)$ με τα $x-2, x+5$ αντίστοιχα δίνει υπόλοιπο 3, -7. Να βρεις το υπόλοιπο της διαίρεσης $f(x):(x-2)(x+5)$

1632. Αν $P(x):(x+1) \Rightarrow v=3, P(x):(x-3) \Rightarrow v=1, P(x):x^2-2x-3 \Rightarrow v=;$

$$-\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

1633. Αν $P(x) = ax^4 + bx^3 + 5x^2 - 7x + 1, Q(x) = x^2 - x - 2, P(x):Q(x) \Rightarrow v(x) = 5x - 3$, να βρεις τα α, β

$$a=-4, b=9$$

1634. Να βρεις τα α, β ώστε το $x^2 - x - 6$ να διαιρεί το

$$f(x) = 2x^3 + ax^2 - 13x + b$$

$$a=-1, b=-6$$

1635. Να βρεις τα α, β ώστε το $P(x) = x^5 - ax^4 + 4x^3 + bx^2 - 8x + 8$

να διαιρείται με $x^2 - 4x + 4$

$$a=6, b=15$$

1636. Αν $a+b+c=0$ με $P(x) = ax^v + bx^u + c$,

- ν.δ.ο. το $P(x)$ διαιρείται με $x-1$.
- Να βρεις το ηλίκο $\pi(x)$.
- Να βρεις το υπόλοιπο της διαίρεσης του $\pi(x)$ με $x-1$

1637. Αν $P(x) = (x-2)^{2v} + (x-1)^v - 1, v \in \mathbb{N}^*, \nu.δ.ο.$ διαιρείται με $x^2 - 3x + 2$

1638. Αν πολυώνυμο με βαθμό $v \geq 2, a, b \in \mathbb{R}, a \neq b, \nu.δ.ο.$ το

υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x):(x-a)(x-b)$ είναι

$$v(x) = \frac{f(a) - f(b)}{a-b}x + \frac{af(b) - bf(a)}{a-b}$$

1639. Για πολυώνυμο βαθμού $2^{\text{ου}}$ και άνω ν.δ.ο. $P(x):(x^2 - 3x + 2) \Rightarrow v(x) = [P(2) - P(1)]x + 2P(1) - P(2)$

Το $P(x)$ έχει παράγοντα το $(x-1)(x+2)$

- $P(1)=0, P(-2)=0$
- Horner με 1, $v=0$ και με -2, $v=0$
- Διαίρεση με $x^2 + x - 2, v=0$

Το $P(x)$ έχει παράγοντα το $x^2 - 5x + 6$

- $P(2)=0, P(3)=0$
- Horner με 2, 3, $v=0$
- Διαίρεση με $x^2 - 5x + 6, v=0$

Το $P(x)$ έχει παράγοντα το $(x-3)^2$

- Horner με το 3, $v=0$ και στο ηλίκο ξανά Horner με 3, $v=0$
- Διαίρεση με $x^2 - 6x + 9, v=0$

Το $P(x)$ έχει παράγοντα το $x^2 + 1$

- Το μόνο που μπορείς να κάνεις είναι διαίρεση με $x^2 + 1$ και το υπόλοιπο να απαιτήσεις να είναι 0. Κουράγιο

Προσοχή το ίδιο θα γινόταν αν στις εκφωνήσεις αντί για παράγοντα ζητούσα να διαιρείται το πολυώνυμο με



1640. Ένα πολυώνυμο $P(x):(x+1) \Rightarrow \nu=2, P(x):(x-2) \Rightarrow \nu=11, P(x):(x+3) \Rightarrow \nu=6$, να βρεις το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x):(x+1)(x-2)(x+3)$

1641. Ποιο το υπόλοιπο της διαίρεσης του $\left[(x^2+x-1)^{2\nu} + (x^2-x+1)^\nu - 2\right]:(x^2-x)$

1642. Να κάνεις τις διαιρέσεις :

- $(2x^5 - x^3 + 2x^2 - 9):(x^2 - 1)$
- $(x^4 - 7x^3 + 2x - 15):(x^3 + 5)$

$$u = x - 7, u = -3x + 20$$

1643. Αν $f(x):(x^2+1)$ έχει πηλίκο $5x-1$ και υπόλοιπο $2x+3$, να βρεις τη συνάρτηση

1644. Αν η διαίρεση $(x^4+1):(x^2+ax+b)$ δίνει υπόλοιπο 0, να βρεις τα α, β

1645. Αν $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$ διαιρείται με $x+1$ και για $x=2$ έχει τιμή 8, να βρεις τα α, β

$$a = -\frac{5}{3}, b = \frac{4}{3}$$

1646. Αν $P(x)$ έχει παράγοντα το $x-3$, ν.δ.ο. το $P(2x-1)$ έχει παράγοντα το $x-5$

1647. Αν $P(x) = 2x^3 + ax^2 - 13x + b$ διαιρείται με $x^2 - x - 6$, να βρεις τα α, β

$$a = 1, b = -14$$

1648. Αν $P(x) = x^3 - ax^2 + (b-1)x + 5$ έχει παράγοντα το $(x-2)(x+1)$, να βρεις τα α, β

$$a = \frac{7}{2}, b = \frac{3}{2}$$

1649. Αν $P(x) = x^3 + x^2 - (a+3)x + b + 10$ έχει παράγοντα το $(x+1)^2$

$$a = -2, b = -11$$

1650. Αν $P(x):(x+2) \Rightarrow \nu=10, P(x):(x-3) \Rightarrow \nu=5$, να βρεις το υπόλοιπο του $P(x):(x+2)(x-3)$

$$a = -1, b = 8$$



Εξισώσεις - Ανισώσεις

1651. Να λύσεις τις παρακάτω εξισώσεις : $x^3 - 5x^2 + 6x = 0, 2x^4 = 7x^2, x^7 = x, 3x^3 + 2x^2 - 3x - 2 = 0$

$$a : x = 0, 2, 3, b : 0, \pm\sqrt{\frac{7}{2}}, c : 0, \pm 1, d : \pm 1, -\frac{2}{3}$$

Να λύσεις τις εξισώσεις :

1652. $(x-2)^3 - 8 = 0$

1653. $4x^4 - 11x^2 - 3 = 0$

1654. $2x^5 - 5x^3 - 16x^2 + 40 = 0$

$$a : x = 4, b : \dots, c : 2, \pm\sqrt{\frac{5}{2}}$$

Να λύσεις τις ανισώσεις :

1655. $x^3 + 12x \geq 8x^2$

1656. $x^3 + 3x > x^2 + 27$

1657. $2x^3 + 4x^2 \leq 3(x^2 + 5x + 6)$

$$a : x \in [0, 2] \cup [6, +\infty), b : (3, +\infty), c : (-\infty, -2] \cup \left[-\frac{3}{2}, 3\right]$$

1658. Αν $P(x) = x^2 - 2x + 3$ να λύσεις την ανίσωση

$$P(2x^2 - 1) - P(x) > 2x + 3$$

Να λύσεις τις εξισώσεις :

1659. $x^3 + x^2 + x - 3 = 0$

1660. $x^3 - 3x + 2 = 0$

1661. $x^3 - 15x^2 + 23x - 9 = 0$

$$a : x = 1, b : 1, -2, c : 1, 7 \pm \sqrt{40}$$

Να λύσεις τις εξισώσεις :

1662. $x^3 - 5x^2 + 3x + 9 = 0$

1663. $3x^3 + 8x^2 + x + 12 = 0$

1664. $x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = 0$

Να λυθεί η εξίσωση $P(x)=0$:

Βρίσκω τους διαιρέτες του σταθερού όρου και κάνω Horner με καθέναν από αυτούς μέχρι να πετύχω τον πρώτο που δίνει $v=0$. Συνεχίζω την ίδια διαδικασία με το πηλίκο. Προσοχή αν δεν υπάρχει σταθερός όρος τότε βγάλε κοινό παράγοντα το x και επανέλαβε την διαδικασία.

Ιδέες : Αν το άθροισμα συντελεστών των δυνάμεων του x είναι 0 τότε κάνε Horner με το 1. Αν όλοι οι συντελεστές είναι θετικοί τότε κάνε Horner μόνο με αρνητικούς αριθμούς.

ΠΑΡ : πιθανές ακέραιες ρίζες : οι διαιρέτες του σταθερού όρου.

PPP : πιθανές ρητές ρίζες : τα κλάσματα που έχουν τη μορφή :

διαιρέτες · σταθερού
διαιρέτες · μεγιστοβάθμιου



$$a: x = -1, 3, b: -3, c: -2$$

Να λύσεις τις ανισώσεις :

1665. $x^3 + x^2 < 17x - 15$

1666. $x^4 - 2x^3 - 10x^2 + 4x + 16 \geq 0$

1667. $x^5 + 3x^4 - x^3 - 3x^2 - 12x - 36 \geq 0$

$$a: x \in (-\infty, -5) \cup (1, 3), b: (-\infty, -2] \cup [-\sqrt{2}, \sqrt{2}] \cup [4, +\infty), c: [-3, -2] \cup [2, +\infty)$$

Να εξετάσεις αν έχουν ακέραιες ρίζες οι εξισώσεις :

1668. $2x^3 - x^2 + 4x - 2 = 0$

1669. $x^8 - 4x^2 + 2 = 0$

1670. $2x^3 + 3x^2 + 8x + 12 = 0$

1671. Να βρεις τα διαστήματα όπου η γραφική παράσταση είναι πάνω από xx' : $f(x) = x^3 - 7x + 6$

$$(-3, 1) \cup (2, +\infty)$$

1672. Να βρεις τα διαστήματα όπου η γραφική παράσταση της $f(x) = x^4 - x^3 + x^2 - 2x - 6$ βρίσκεται πάνω από την γραφική παράσταση της $g(x) = x$

$$(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$$

1673. Ποια τα σημεία τομής των συναρτήσεων : $f(x) = 84 - 35x, g(x) = x^4 + 14x^3 + 54x^2$

$$-3, 4, \frac{-7 \pm \sqrt{77}}{2}$$

1674. Ποια τα σημεία τομής των συναρτήσεων : $f(x) = 6x^4 - x^2 - 2, g(x) = 10x^3 + 5x$

$$x = 2$$

1675. Να βρεις την τιμή του a ώστε η εξίσωση να έχει τουλάχιστο μία ακέραιη ρίζα : $2x^3 - 4x^2 + 5ax - 2 = 0$

Να λύσεις τις εξισώσεις :

1676. $x^6 - 28x^3 + 27 = 0$

1677. $x^6 - 5x^3 - 24 = 0$

1678. $x^9 - x^5 + x^4 - 1 = 0$

$$a: 1, 3, c: \pm 1$$

1679. $x^8 - 17x^4 + 16 = 0$

1680. $(2x+1)^6 + 9(2x+1)^3 + 8 = 0$

Να λυθεί η ανίσωση $P(x) > 0, P(x) < 0$

Λύνεις την εξίσωση $P(x) = 0$ και μετά κάνεις πινακάκι επιλέγοντας τις περιοχές με $+$ (>0) ή με $-$ (<0).

Παγίδες : το πρόσημο ξεκινά από δεξιά και αλλάζεις κάθε φορά που συναντάς ρίζα (κυκλάκι). Το νου σου, αν έχεις διπλή ρίζα δεν αλλάζεις πρόσημο.

Προσοχή : $\frac{P(x)}{Q(x)} > 0 \Rightarrow P(x)Q(x) > 0$



$$\alpha : \pm 1, \pm 2, \beta : -1, -\frac{3}{2}$$

Να λύσεις τις εξισώσεις :

$$1681. \quad (2x^2 - 3x + 1)^2 - 4(2x^2 - 3x + 2) = 24$$

$$1682. \quad (x^2 - 3x + 1)^2 = 51 + 10(x^2 - 3x - 3)$$

$$a : b : 1, 5, \pm 2$$

Να λύσεις τις εξισώσεις (αντίστροφες) :

$$1683. \quad x^4 + x^3 - 4x^2 + x + 1 = 0$$

$$1684. \quad 2x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$a : x = 1, \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}, b :$$

Να λύσεις τις εξισώσεις :

$$1685. \quad 2x^4 + 3x^3 - 3x - 2 = 0$$

$$1686. \quad \frac{1}{6}x^4 - \frac{1}{6} = x^3 - x$$

$$a : -1, 2, b : \pm 1, 3 \pm \sqrt{8}$$

Να λυθούν οι εξισώσεις :

$$1687. \quad x^6 - 9x^3 + 8 = 0$$

$$1688. \quad (x^2 + 3x - 2)^6 - 9(x^2 + 3x - 2)^3 + 8 = 0$$

$$1689. \quad (x + 2)^8 - 3(x + 2)^4 - 4 = 0$$

$$a : x = 1, 2, b : 1, -4, \frac{-3 \pm \sqrt{21}}{2}$$

Να λυθούν οι εξισώσεις :

$$1690. \quad \left(\frac{x-1}{x}\right)^2 - 5\frac{x-1}{x} + 6 = 0$$

$$1691. \quad (x^2 - 3x + 1)^2 - 5(x^2 - 3x - 3) + 2 = 0$$

$$a : x = -1, -\frac{1}{2}, b : \emptyset$$



Να λυθούν οι εξισώσεις :

1692. $\frac{x}{x-1} + \frac{x+2}{x+1} = \frac{3}{x^2-1}$

1693. $2\eta\mu^3 x + 5\eta\mu^2 x + 5\eta\mu x + 2 = 0$

1694. $(2\eta\mu x - 1)^4 + 6(2\eta\mu x - 1)^2 - 7 = 0$

$a : x = \frac{-2 \pm \sqrt{44}}{4}, b : x = k\pi + \frac{\pi}{2}, c : x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}, x = k\pi$

Να λύσεις τις κλασματικές ανισώσεις :

1695. $\frac{x+4}{5-x} \leq 0$

1696. $\frac{(x+4)^2(x-3)^{21}}{x-2} \geq 0$

1697. $\frac{(1-x^2)^3(3-x)^7}{x^2-7x+12} < 0$

1698. $\frac{3x^2+1}{x-1} - \frac{4}{x^2-x} < \frac{x^2-3x+2}{x}$

Να λυθούν οι εξισώσεις

1699. $x^4 - 3x^3 + x^2 - 3x + 1 = 0$

1700. $4 + \sqrt{x-2} = x$

1701. $\sqrt{2-x} = -3$

1702. $\sqrt{2-x} = 0$

1703. $\sqrt{15x+6} = 6$

1704. $3 - \sqrt{x} = \sqrt{x} - 5$

1705. $\sqrt{2-5x} = x-10$

1706. $\sqrt{x} = -x$

1707. $\sqrt{2-x} = 2$

2

1708. $\sqrt[3]{16-x^3} = 4-x$

2

1709. $\sqrt{3x} - \sqrt{x+1} = 1$

Προσοχή σε εξισώσεις

- Άρρητες (περιορισμοί και τρόπος επίλυσης)
- Μορφές που επαναλαμβάνονται : Θέτω
- Αντίστροφες εξισώσεις



3

Να λυθούν οι εξισώσεις :

1710. $\sqrt{8-7x} - \sqrt{-x} = \sqrt{4-3x}$

1711. $\sqrt{4-x} + \sqrt[4]{4-x} = 12$

1712. $\sqrt{x-2} = \sqrt{6-x} - \sqrt{4-x}$

1713. $2x^2 - 3x + 3 = \sqrt{2x^2 - 3x + 2}$

Να λύσεις τις ανισώσεις :

1714. $x - 1 \leq \sqrt{x+1}$

1715. $3x + 2 < \sqrt{2x^2 + x}$

1716. $\sqrt{x+2} < 2 + \sqrt{x+6}$

1717. $\sqrt{x^2 - 2x + 6} \geq 2x - 3$

Να λύσεις τις εξισώσεις (αντίστροφες) :

1718. $x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 5x + 1 = 0$

1719. $x^5 - 4x^4 + 3x^3 + 3x^2 - 4x + 1 = 0$

Να λυθούν οι εξισώσεις και ανισώσεις :

1720. $x^2 - 6x - 2\sqrt{x^2 - 6x + 2} = 1$

1721. $\sqrt{x-3} < \sqrt{5-x}$

1722. $\sqrt{x-1} > x-3$

1723. $\frac{2}{\sqrt{x-2}} - \sqrt{x-2} = 3$

1724. $\sqrt{x-2} \geq 1-x$

1725. $x^3 - 8x + 7 = 0$

1726. $x^4 - 5x^3 + 6x^2 + x - 2 = 0$

1727. $x^3 - 2x^2 - x + 2 > 0$

1728. $x^3 + 3x > 5x^2 - 9$

1729. $x^4 - 3x^3 \leq 4 - 6x$

1730. $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$

Το πολυώνυμο $P(x)$ τέμνει άξονες : για xx' βάζω όπου $y=0$ και βρίσκω το x , για yy' βάζω όπου $x=0$

Να βρεις πότε η γραφική παράσταση του $P(x)$:

- βρίσκεται πάνω από xx' : λύσε την $P(x) > 0$
- βρίσκεται κάτω από xx' : λύσε την $P(x) < 0$
- βρίσκεται πάνω από τη γραφική παράσταση της $Q(x)$: λύσε την ανίσωση $P(x) > Q(x)$



1731. $(x^2 + 3x - 2)^6 - 9(x^2 + 3x - 2)^3 + 8 = 0$

1732. $(x + 2)^8 - 3(x + 2)^4 - 4 = 0$

1733. $\left(\frac{x-1}{x}\right)^2 - 5\left(\frac{x-1}{x}\right) + 6 = 0$

Να λυθούν οι ανισώσεις :

1734. $x^3 - 2x^2 - x + 2 > 0$

1735. $x^3 + 3x \geq 5x^2 - 9$

1736. $x^4 - 3x^3 + 6x \leq 4$

$a : x \in (-1, 1) \cup (2, +\infty), b : [1, +\infty), c : [-\sqrt{2}, 1] \cup [\sqrt{2}, 2]$

Να λυθούν οι εξισώσεις :

1737. $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$

1738. $(x^2 + 3x - 2)^6 - 9(x^2 + 3x - 2)^3 + 8 = 0$

1739. $(x^2 - 3x + 1)^2 - 5(x^2 - 3x - 3) + 2 = 0$

1740. $\left(\frac{x-1}{x}\right)^2 - 5\frac{x-1}{x} + 6 = 0$

1741. $x^4 - 3x^3 + x^2 - 3x + 1 = 0$

1742. $\sqrt[3]{16 - x^3} = 4 - x$

1743. $\sqrt{8 - 7x} - \sqrt{-x} = \sqrt{4 - 3x}$

1744. $\sqrt{4 - x} + \sqrt[4]{4 - x} = 12$

1745. $x^2 - 6x - 2\sqrt{x^2 - 6x + 2} = 1$

1746. $\sqrt{x-3} < \sqrt{5-x}$

1747. $\sqrt{x-1} > x-3$

1748. $\sqrt{x-2} \geq 1-x$

1749. $\frac{2}{\sqrt{x-2}} - \sqrt{x-2} = 3$

1750. Να βρεθούν οι ακέραιες ρίζες της εξίσωσης : $2x^3 - 5x^2 - 4x + 3 = 0$.

1751. Να λυθούν οι εξισώσεις :

• $(x - 1)^3 - 3(x^2 - 1) + 2(x - 1) = 0$



- $x^3 - 1 + 6(x^2 - 1) = x^2 - 2x + 1$
- $2x^3 - 5x^2 = 5 - 2x$
- $x^6 - 32x = 0$
- $x^3 - x^2 - 9x + 9 = 0$
- $(x^2 - 2)^2 - 16 = 0$
- $x^3x^2 - 12 = 0$
- $2x^3 - x^2 - 7x + 6 = 0$
- $6x^4 - 5x^3 - 15x^2 + 4 = 0$
- $x^4 - 9x^2 + 4x + 12 = 0$

1752. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $x^4 + 5x^3 + x - 2 = 0$ δεν έχει ακέραιες ρίζες.

1753. Να βρείτε τις τιμές του $\kappa \in \mathbb{Z}$ για τις οποίες η εξίσωση $x^5 - \kappa x^3 + 6x + 2 = 0$ έχει μια τουλάχιστον ακέραια ρίζα.

1754. Να λυθεί η εξίσωση : $(x^2 + x - 1)^2 - 3(x^2 + x + 3) + 14 = 0$

1755. Να λυθεί η εξίσωση : $x^4 - 3x^3 - 6x^2 + 8 = 0$

1756. Να λυθεί η εξίσωση : $(x^2 + 2x - 2)^3 - 4(x^2 + 2x - 3)^2 - 23(x^2 + 2x - 4) - 24 = 0$

1757. Ομοίως :

- $\frac{1}{20}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{10}x - \frac{4}{10} = 0$
- $x^4 - 2x^3 - 13x^2 - 2x + 1 = 0$ (Αντίστροφη εξίσωση)

1758. Το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 + \lambda x^2 - 20x + \mu$ έχει παράγοντα το $x + 2$, ενώ διαιρούμενο με το $x - 1$ δίνει υπόλοιπο -15 .

- Να βρείτε τα $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$.
- Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

1759. Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης : $f(x) = x^3 + 4x^2 - 7x - 10$ με τον άξονα $x'x$.

1760. Να βρείτε τα σημεία τομής των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων : $f(x) = x^4 + 2x^3 - 5x^2 + 7x$ και $g(x) = 2x^3 + x^2 + 6$

1761. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης : $f(x) = 2x^3 + \alpha x^2 - 11x - 2\alpha$ διέρχεται από το σημείο $M(-1, 6)$. Να βρείτε :

- το $\alpha \in \mathbb{R}$.
- τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τον άξονα $x'x$.

1762. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 3x^3 + \alpha x^2 - 5x - \alpha - 2$ τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο με τεταγμένη 6. Να βρείτε :

- το $\alpha \in \mathbb{R}$.



- τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τον άξονα $x'x$.

1763. Δίνονται οι συναρτήσεις : $f(x) = 2x^3 + \alpha x^2 - 13x + \beta$ και $g(x) = x^3 - \beta x^2 + \alpha x + 10$.

Το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου $f(x)$ με το $x - 1$ είναι -12 και το πολυώνυμο $g(x)$ έχει παράγοντα το $x + 2$. Να βρείτε :

- τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.
- τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων των f, g .

1764. Να λυθούν οι ανισώσεις :

- $(1 - x)(x^2 - 3x + 2)(x^2 + x + 2) > 0$
- $x^3 + 5x^2 - x - 5 > 0$
- $x^3(x + 1) - 2 > x(x - 1)$
- $x^5 - 5x^3 + 4x < 0$
- $x^3 + 2x^2 - 11x - 12 < 0$
- $-4x^3 - 4x^2 + 7x - 2 \geq 0$
- $x^4 + 3x^3 + x^2 - 3x - 2 < 0$
- $x^4 - 7x^3 + 16x^2 - 15x + 9 \geq 0$
- $x^4 - 5x^3 + 10x^2 - 12x + 8 < 0$

1765. Να λυθούν οι ανισώσεις :

- $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 < 0$
- $3x^3 + 5x^2 - 26x + 8 \geq 0$
- $x^3 + 3x + 4 \leq 0$
- $x^4 + 5x - 6 \geq 0$
- $x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 4x + 2 > 0$
- $x^4 - x^3 - 7x^2 + 13x - 6 \geq 0$
- $x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 4x + 2 > 0$
- $x^4 - 6x^3 + 13x^2 - 12x + 4 \leq 0$

1766. Να βρεθούν τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση τη συνάρτησης $f(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 8$ βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$. Πότε βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$;

1767. Να βρεθούν τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση τη συνάρτησης $P(x) = 4x^5 + 12x^4 + x^3 - 18x^2 - 5x + 6$ βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$.

1768. Να βρεθούν τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση τη συνάρτησης $f(x) = x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 11x - 6$ δεν βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$.

1769. Να βρεθούν τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1$ βρίσκεται πάνω από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = x^3 + 4x^2 + 4$.



1770. Να βρεθούν τα πεδία ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων :

- $f(x) = \sqrt{x^3 + x^2 - 2}$
- $f(x) = \sqrt{x^3 + 5x^2 + 2x - 8}$
- $f(x) = \frac{\sqrt{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}}{x^3 - 6x^2 + 5x + 12}$

1771. Να λυθούν οι εξισώσεις :

- $\sqrt{3x - 7} = 2$
- $\sqrt{2x + 7} = x + 2$
- $\sqrt{x + 2} + x = 4$

1772. Να λυθούν οι εξισώσεις :

- $\sqrt{x - 4} - 14 = 2 - x$
- $\sqrt{2x + 6} - \sqrt{x - 1} = 2$

1773. Να λυθούν οι εξισώσεις :

- $\sqrt{3x + 1} - \sqrt{x + 4} = 1$
- $\sqrt{x + 32} + \sqrt{x} = 16$
- $\sqrt{4x - 1} + 4 = x$
- $\sqrt{2x - 3} = \sqrt{x - 6}$

1774. Να λυθεί η εξίσωση : $\frac{\sqrt{4x + 20}}{4 + \sqrt{x}} = \frac{4 - \sqrt{x}}{2}$

1775. Να λυθεί η εξίσωση : $\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} = \frac{x - 1}{\sqrt{x} + 1}$

1776. Να λυθεί η εξίσωση : $\sqrt{2x + 3} + \sqrt{x + 1} = \sqrt{8x + 1}$

1777. Να λυθεί η εξίσωση : $\sqrt{(x - 1)^3} + \sqrt{4x - 4} - 5x + 13 = 0$

1778. Να λυθεί η εξίσωση : $\sqrt{x + 4\sqrt{x - 4}} + \sqrt{x - 4\sqrt{x - 4}} = 4$

1779. Να λυθεί η εξίσωση : $\sqrt{9x^2 + 1} = 3x - \lambda$, για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

1780. Να λυθεί η εξίσωση : $\eta\mu^3 x + 4\sigma\upsilon\nu^2 x + \eta\mu x + 2 = 0$

1781. Να λυθεί η εξίσωση : $2\eta\mu^4 x + 5\eta\mu^3 x + 8\sigma\upsilon\nu^2 x - 17\eta\mu x - 14 = 0$

1782. Να λυθεί η εξίσωση : $(x^2 - 3x - 2)^2 + (x^2 - 3x - 4)^2 - 8 = 0$

1783. Να λυθεί η εξίσωση : $x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{1}{3}} - 6 = 0$

1784. Το $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - 2$, ενώ το υπόλοιπο της διαίρεσης του $Q(x)$ με το $x + 1$ είναι 24.

- Να αποδείξετε ότι $\alpha = -10$ και $\beta = -3$.
- Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων $P(x) \geq 0$ και $Q(x) \leq 0$.

1785. Το πολυώνυμο : $P(x) = 12x^3 - 8x^2 - 10x + \alpha$ έχει παράγοντα το $3x + 1$.

- Να βρείτε τον αριθμό $\alpha \in \mathbb{R}$.



- Να λύσετε την ανίσωση $P(x) \leq 3x + 1$.

1786. Το πολυώνυμο : $P(x) = 2x^3 - 5x^2 - 2x + \alpha$ διαιρούμενο με το $2x - 1$ αφήνει υπόλοιπο 5.

- Να βρείτε τον αριθμό $\alpha \in \mathbb{R}$.
- Να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης του $P(x)$ με το $2x - 1$.
- Να λύσετε την ανίσωση $P(x) \geq 5$.

1787. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 2x^3 + \alpha x^2 - 17x + 4\alpha$ διέρχεται από το σημείο $M(3, -36)$.

- Να βρείτε την τιμή του $\alpha \in \mathbb{R}$.
- Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της f βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$.
- Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της f βρίσκεται κάτω από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = x^3 - 7x - 36$.

1788. Το πολυώνυμο : $P(x) = 2x^3 + \lambda x^2 - 20x + \mu$ έχει παράγοντα το $x + 2$, ενώ διαιρούμενο με το $x - 1$ αφήνει υπόλοιπο -15 .

- Να βρείτε τις τιμές των $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$.
- Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.
- Να λύσετε την ανίσωση $P(x) < 0$.

1789. Να λυθούν οι εξισώσεις :

- $\frac{1}{x+2} - \frac{3x-10}{x^2-4} = 2x - \frac{x-3}{x-2}$
- $\frac{1}{x+2} = \frac{1}{x-2} - \frac{2}{x^2-4}$

1790. Να λυθούν οι εξισώσεις :

- $\frac{2x}{3x-6} - \frac{x}{2x-4} = 1 + \frac{5x-12}{12-6x}$
- $\frac{1}{2x^2-x} = \frac{2}{2x-1} + x^2$

1791. Να λυθούν οι ανισώσεις :

- $\frac{x^2-1}{x+2} \geq 0$
- $\frac{x^2-2x-3}{x-2} \geq 0$
- $\frac{(x+2)(x^2-9)}{-x^2-2x+3} \geq 0$
- $\frac{x-1}{x+2} \geq 2x$
- $\frac{x^3-4x+15}{x^2-9} < -3$
- $\frac{x^3+3x-8}{x-3} \leq 2$
- $\frac{x^3+3x-8}{x-3} \leq 2$



- $\frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{x^3 + 4x^2 - 3x - 18} \geq 0$
- $x^2 + x + 3 + \frac{5(x^2 + 1)}{x - 3} \leq 0$
- $\frac{3x^2 - 1}{x - 1} - \frac{2}{x^2 - x} > \frac{x^2 - 3x + 2}{x}$
- $\frac{x^2}{x + 1} + \frac{4}{x - 1} \geq \frac{16}{x^2 - 1}$

1792.

Να λυθούν οι ανισώσεις :

- $\frac{x - 2}{x + 4} \geq 0$
- $\frac{x - 3}{x^2 - 3x - 10} < 0$
- $\frac{x + 8}{2x + 1} \geq x$
- $\frac{x}{2x - 1} \geq \frac{3}{x + 2}$
- $\frac{2x^2 - 4x + 5}{x^2 + 2} \geq 1$

1793.

Να λυθούν οι ανισώσεις :

- $\sqrt{x + 1} < 3$
- $\sqrt{2x + 6} - \sqrt{9 - x} \leq 0$
- $\sqrt{x + 10} \geq x - 2$
- $\sqrt{x + 7} \leq x + 1$
- $\sqrt{3x - 5} \leq 0$
- $\sqrt{x - 2} \geq \sqrt{2x + 1}$
- $\sqrt{x + 3} < x - 2$



Περίεργα θέματα

1794. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)$ με παράγοντες : $x-a, x-b, x+a, x+b$.
- Τι βαθμού είναι το πολυώνυμο $P(x)$
 - Να βρεις την τιμή της παράστασης $aP(-a) + bP(-b)$
 - Να δείξεις ότι το πολυώνυμο $Q(x) = P(x) + P^3(x)$ έχει ως παράγοντες όλους τους παράγοντες του $P(x)$
 - Αν το $P(x)$ είναι 4^{ου} βαθμού να βρεις τα σημεία τομής με τον xx'
1795. Το πολυώνυμο $P(x) = x^5 - 6x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 30x + 6$ διαιρούμενο με το πολυώνυμο $Q(x)$ δίνει πηλίκο $x^3 - 5$ και υπόλοιπο $u(x)$. Να προσδιορίσετε τα $Q(x)$ και $u(x)$.
1796. Το $P(x) = x^4 + x^3 - 10x^2 + x + 7$ διαιρούμενο με το $x-k$ αφήνει υπόλοιπο 6. Να βρεις το $x-k$
1797. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (x-10)(x-20)^{20}(x-30)^{30}$
- Τι βαθμού είναι
 - Ποιες οι ρίζες της εξίσωσης $P(x) = 0$
 - Ποιες οι ρίζες της εξίσωσης $P(x) = -x + 10$
 - Να λυθεί η ανίσωση $P(x) > 0$
1798. Δίνονται οι εξισώσεις $ax^3 + bx + 8 = 0, bx^{2019} + x + 9 = 0$ οι οποίες έχουν κοινή ακέραια αρνητική ρίζα. Να βρεις τα α, β .
1799. Να βρεις το υπόλοιπο της διαίρεσης $(x^{2019} + x^{2018} + \dots + x + 1) : (x+1)$
1800. Να δείξεις ότι το $P(x) = (1-x)^{2v} - x^{2v} + 2x - 1$ έχει παράγοντες όλους τους παράγοντες του $2x^3 - 3x^2 + x$
1801. Για ποιες τιμές των α, β το $P(x) = ax^5 + bx^4 + 1$ έχει παράγοντα το $(x-1)^2$
1802. Έστω πολυώνυμο $P(x)$. Να δείξεις ότι οι διαιρέσεις $P(x) : (x-2), P(x+1) : (x-1), P\left(x + \frac{3}{2}\right) : \left(x - \frac{1}{2}\right)$ έχουν το ίδιο υπόλοιπο.



1803. Για ποιες τιμές των α, β το $P(x) = x^{\alpha+1} - x^{\beta} + bx + a$ έχει παράγοντα το $(x-1)^2$
1804. Ν.δ.ο. η εξίσωση $x^{2020} - 2kx - 2 = 0, k \in \mathbb{Z}$ δεν έχει ακέραιες ρίζες .
1805. Να λυθεί η εξίσωση $6x^4 + 35x^3 + 62x^2 + 35x + 6 = 0$
1806. Αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x-5$, ν.δ.ο. το $P(2x-3)$ έχει παράγοντα το $x-4$
1807. Δίνεται το $P(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$,
- ν.δ.ο. το $x=1$ είναι ρίζα του πολυωνύμου .
 - Να βρεις το ηλίκο του πολυωνύμου διά $x-1$.
 - Να λύσεις την εξίσωση : $x^3 + 4 = x^2 + 4x$.
 - Να λύσεις την ανίσωση : $P(x) \geq 0$
1808. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = ax^3 + (b-1)x^2 - 3x - 2b + 6$. Αν το 1 είναι ρίζα και το υπόλοιπο της διαίρεσης με το $x+1$ είναι ίσο με το 2
- ν.δ.ο. $\alpha=2, \beta=4$.
 - Να λύσεις την ανίσωση $P(x) \leq 0$
1809. Έστω πολυώνυμο $P(x) = x^3 + kx^2 - 2x + 1$.
- Να βρεις το k ώστε το πολυώνυμο διαιρούμενο με το $x-k$ να αφήνει υπόλοιπο $-k$.
 - Να λύσεις την ανίσωση $P(x) \geq 1$.
1810. Το $P(x) : x+1 \Rightarrow u = -3, P(x) : 2x-1 \Rightarrow u = 6, P(x) : (2x^2 + x - 1) \Rightarrow u = ;$
1811. Να λύσεις τις εξισώσεις :
- $(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) = \frac{5}{4}$
 - $x^4 + 5x^3 + 2x^2 + 5x + 1 = 0,$
 - $2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 3x + 2 = 0$
1812. Δίνεται πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 6$, το οποίο όταν διαιρεθεί με το $2-x$, αφήνει υπόλοιπο 0 και όταν διαιρεθεί με το $x+1$ αφήνει υπόλοιπο -12 .
- Να γραφεί η ταυτότητα διαίρεσης του $P(x) : (2-x)(x+1)$.
 - Να λυθεί η ανίσωση $P(x) \leq 4x - 8$



1813. Έστω πολυώνυμο $P(x) = x^3 + 2x^2 - (a+1)x + b - 3$ με παράγοντα το $(x+2)^2$. Αν $P_1(x), P_2(x)$ το ηλίκο των διαιρέσεων του πολυωνύμου με $(x+2), (x+2)^2$ αντίστοιχα, να λυθεί η εξίσωση :

$$(P_1(x))^2 + 8P_2(x) = 0$$

1814. Θεωρούμε το $P(x) = x^3 - (a+3)x^2 + (3a+2)x - 2a$, Να σχηματίσεις το πολυώνυμο $Q(a)$.

- Να βρεις τις τιμές του x για τις οποίες το $Q(a)$ να είναι το μηδενικό πολυώνυμο.
- Ν.δ.ο. οι τιμές του x είναι ρίζες του $P(x)$

1815. Αν το πολυώνυμο έχει ρίζα το 1 πολλαπλότητας 3, να βρεις a, b, c και να λυθεί η ανίσωση

$$P(x) > 0, P(x) = x^4 - ax^3 - bx^2 + 5x + c$$

Να λυθούν οι εξισώσεις :

1816. $\sqrt{4-x} + \sqrt[4]{4-x} = 12$

1817. $2\sigma\nu\nu^3x - \eta\mu^2x - 4\sigma\nu\nu x - 2 = 0$

1818. $x^2 - 6x - 2\sqrt{x^2 - 6x + 2} = 1$

Περίεργες :

1819. $\frac{3x^2 - 1}{x - 1} - \frac{2}{x^2 - x} \geq \frac{x^2 - 3x + 2}{x}$

1820. $(x^2 - x + 2)^2 - 10(x^2 - x - 5) - 49 = 0$

1821. $x^2(x+1)^2 - 8(x^2 + x) + 12 = 0$

1822. $x^4 + 5x^3 + 8x^2 + 5x + 1 = 0$

1823. $(x+1)(x+2)^7(x-4)^4x^5 \leq 0$

1824. $2x^4 - x^3 - 17x^2 - x + 2 = 0$

1825. $(2x-4)^{21}(x-1)^7(x+2)^{13} \geq 0$



Το νου σας

1826. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - x + 6$.
- Να υπολογίσετε το $P(-2)$. (Μονάδες 5)
 - Να αποδείξετε ότι το $x + 2$ είναι παράγοντας του $P(x)$. (Μονάδες 5)
 - Να παραγοντοποιήσετε το $P(x)$. (Μονάδες 15)
1827. Η διαίρεση ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x - 3$ έχει πηλίκο $x^2 + 2$ και υπόλοιπο 4.
- Να γράψετε την ταυτότητα της παραπάνω διαίρεσης. (Μονάδες 8)
 - Να δείξετε ότι $P(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 2$. (Μονάδες 8)
 - Είναι το $x = 3$ ρίζα του πολυωνύμου $P(x)$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 9)
1828. Δίνεται η εξίσωση $x^3 - 7x + 6 = 0$.
- Να εξετάσετε αν ο αριθμός 1 είναι ρίζα της. (Μονάδες 5)
 - Με τη βοήθεια του σχήματος Horner ή με όποιο άλλο τρόπο θέλετε, να βρείτε το πηλίκο της διαίρεσης $(x^3 - 7x + 6) : (x - 1)$ και να γράψετε την ταυτότητα της ευκλείδειας διαίρεσης. (Μονάδες 10)
 - Να λύσετε την εξίσωση $x^3 - 7x + 6 = 0$. (Μονάδες 10)
1829. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4 - x^3 - 5x^2 + 7x - 2$.
- Να αποδείξετε ότι ο αριθμός 1 είναι ρίζα του πολυωνύμου. (Μονάδες 10)
 - Να εξετάσετε αν το πολυώνυμο έχει και άλλη ακέραια ρίζα. (Μονάδες 15)
1830. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 + x^2 - 3x + 1$.
- Να αποδείξετε ότι το 1 και το -1 δεν είναι ρίζες του πολυωνύμου. (Μονάδες 10)
 - Να κάνετε τη διαίρεση του $P(x) : (x^2 + x - 1)$, να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης. (Μον 15)
1831. Δίνονται τα πολυώνυμα: $P(x) = -2x^3 + 4x^2 + 2(x^3 - 1) + 9$ και $Q(x) = \alpha x^2 + 7$, $\alpha \in \mathbb{R}$.
- Είναι το πολυώνυμο $P(x)$ 3^{ου} βαθμού; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 13)
 - Να βρείτε την τιμή του α , ώστε τα πολυώνυμα $P(x)$ και $Q(x)$ να είναι ίσα. (Μονάδες 12)
1832. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - x^2 + x - 1$.
- Να αποδείξετε ότι το 1 είναι μια ρίζα του πολυωνύμου. (Μονάδες 5)
 - Να αποδείξετε ότι $P(x) = (x - 1)(x^2 + 1)$. (Μονάδες 10)



- Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$. (Μονάδες 10)

1833. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 2$.

- Να αποδείξετε ότι το $x - 1$ είναι παράγοντας του πολυωνύμου. (Μονάδες 12)
- Αν $P(x) = (x - 1)(x^2 - x + 2)$, να βρείτε για ποιες τιμές του x είναι $P(x) > 0$. (Μονάδες 13)

1834. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + x^2 - x - 1$.

- Να παραγοντοποιήσετε το $P(x)$. (Μονάδες 10)
- Αν $P(x) = (x + 1)^2(x - 1)$ να λύσετε την ανίσωση $P(x) \geq 0$. (Μονάδες 15)

1835. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 - x^2 + 2x - 1$.

- Να παραγοντοποιήσετε το $P(x)$. (Μονάδες 10)
- Αν $P(x) = (2x - 1)(x^2 + 1)$ να λύσετε την ανίσωση $P(x) \geq 0$. (Μονάδες 15)

1836. Ένα πολυώνυμο $P(x)$ διαιρούμενο με το πολυώνυμο $2x - 1$ δίνει πηλίκο $x^2 - 2$ και υπόλοιπο 1.

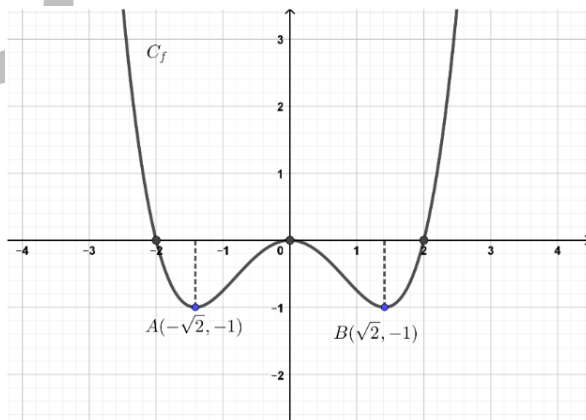
- Να βρείτε το πολυώνυμο $P(x)$. (Μονάδες 12)

$$\text{Αν } P(x) = 2x^3 - x^2 - 4x + 3$$

- να αποδείξετε ότι το $P(x)$ έχει ρίζα το 1 και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης $P(x) : (x - 1)$. (Μονάδες 7)
- να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$. (Μονάδες 6)

1837. Δίνεται η γραφική παράσταση C_f της συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$, όπως φαίνεται στο σχήμα.

- Να αιτιολογήσετε γιατί η συνάρτηση είναι άρτια. (Μονάδες 7)
- Αν γνωρίζετε ότι τα σημεία $A(-\sqrt{2}, -1)$ και $B(\sqrt{2}, -1)$ ανήκουν στη γραφική παράσταση της f να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της συνάρτησης f . (Μονάδες 8)
- Να λύσετε γραφικά την εξίσωση $f(x) = 0$. (Μονάδες 10)





1838.

$$\text{Αν } P(x) = 2x^3 + x^2 - x$$

- Να γράψετε το πολυώνυμο ως γινόμενο ενός πρωτοβάθμιου και ενός δευτεροβάθμιου πολυωνύμου. (Μονάδες 10)
- Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$. (Μονάδες 15)

1839.

$$\text{Δίνεται το πολυώνυμο } P(x) = 2(x-1)^{20} - 3(x-1)^{10} + 5x^2 - 3x - 2.$$

- Να δείξετε ότι το πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - 1$. (Μονάδες 10)
- Να υπολογίσετε την τιμή $P(0)$. (Μονάδες 5)
- Είναι το x παράγοντας του πολυωνύμου $P(x)$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 10)

1840.

$$\text{Δίνεται το πολυώνυμο } P(x) = x^3 + x^2 + 2x + 2.$$

- Να κάνετε τη διαίρεση του $P(x)$ με το $(x + 1)$. (Μονάδες 8)
- Να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης $P(x) : (x + 1)$. (Μονάδες 5)
- Αν $P(x) = (x + 1)(x^2 + 2)$ να λύσετε την ανίσωση $P(x) < 0$. (Μονάδες 12)

1841.

$$\text{Δίνεται το πολυώνυμο } P(x) = x^3 - 7x + 6.$$

- Να δείξετε ότι το $x - 2$ είναι παράγοντας του $P(x)$. (Μονάδες 12)
- Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$. (Μονάδες 13)

1842.

$$\text{Δίνεται το πολυώνυμο } P(x) = 3x^3 - x^2 - x + 2.$$

- Να κάνετε τη διαίρεση $P(x) : (x - 1)$ και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης. (Μονάδες 10)
- Αν $P(x) = (x - 1)(3x^2 + 2x + 1) + 3$ να λύσετε την ανίσωση $P(x) < 3$. (Μονάδες 15)

1843.

$$\text{Δίνεται το πολυώνυμο } P(x) = x^3 + 2x - 3, x \in \mathbb{R}.$$

- Να βρείτε το πηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $(x + 1)$ και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης. (Μονάδες 13)
- Να λύσετε την εξίσωση $P(x) + 6 = 0$. (Μονάδες 12)

1844.

$$\text{Δίνεται το πολυώνυμο } P(x) = x^3 + x + 2.$$

- Να αποδείξετε ότι το $P(x)$ έχει παράγοντα το $(x + 1)$. (Μονάδες 7)
- Να κάνετε τη διαίρεση $P(x) : (x + 1)$. (Μονάδες 10)
- Αν $P(x) = (x + 1)(x^2 - x + 2)$, να λύσετε την ανίσωση $P(x) < 0$. (Μονάδες 8)

1845.

$$\text{Δίνεται το πολυώνυμο } P(x) = 2x^3 + x^2 - 8x - 4.$$

- Να αποδείξετε ότι έχει παράγοντα το $(x - 2)$. (Μονάδες 9)
- Να παραγοντοποιήσετε το πολυώνυμο. (Μονάδες 9)



- Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$. (Μονάδες 7)

1846. Η περιβαλλοντική ομάδα ενός σχολείου παρέλαβε συρματόπλεγμα μήκους 40m για να περιφράξει, χρησιμοποιώντας όλο το συρματόπλεγμα, έναν ορθογώνιο κήπο για καλλιέργεια λαχανικών. Οι μαθητές της περιβαλλοντικής ομάδας θέλουν να επιλέξουν ένα κήπο που να έχει όσο το δυνατόν μεγαλύτερο εμβαδόν.

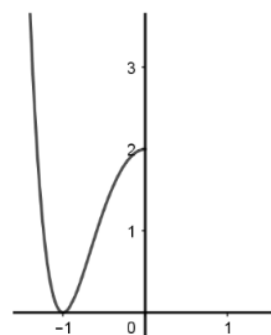
- Να δώσετε τις διαστάσεις τριών διαφορετικών ορθογώνιων κήπων με περίμετρο 40 m. Να εξετάσετε αν οι τρεις λαχανόκηποι έχουν το ίδιο εμβαδόν. (Μονάδες 7)
- Αν συμβολίσουμε με x το πλάτος και με E το εμβαδόν ενός λαχανόκηπου με περίμετρο 40m, να εκφράσετε το E ως συνάρτηση του x . (Μονάδες 8)
- Να δείξετε ότι $E(x) = -(x - 10)^2 + 100$. Χρησιμοποιώντας τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = -x^2$ να κατασκευάσετε την γραφική παράσταση της $E(x)$. Από τη γραφική παράσταση της $E(x)$ να βρείτε τις διαστάσεις του λαχανόκηπου με το μεγαλύτερο εμβαδόν. (Μονάδες 10)

1847. Η μέση θερμοκρασία T (σε βαθμούς Κελσίου) στην επιφάνεια ενός πλανήτη, μετά από x εκατομμύρια χρόνια, έχει εκτιμηθεί ότι είναι $T(x) = x^3 - 10x^2 + 31x - 30$.

- Αποδείξτε ότι 2 εκατομμύρια χρόνια μετά, η μέση θερμοκρασία στον πλανήτη θα είναι μηδέν $^{\circ}\text{C}$. (Μονάδες 5)
- Να βρείτε τους αριθμούς α, β, γ με $\alpha < \beta < \gamma$ ώστε να ισχύει $T(x) = (x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)$. (Μον 10)
- Θεωρούμε ότι μια χρονική περίοδος παγετώνων στον πλανήτη είναι αυτή στην οποία η μέση θερμοκρασία T είναι συνεχώς κάτω από μηδέν $^{\circ}\text{C}$. Ποιες χρονικές περιόδους θα έχουμε παγετώνες στον πλανήτη; (Μονάδες 10)

1848. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^6 - 3x^2 + 2$.

- Να αποδείξετε ότι η f είναι άρτια. (Μονάδες 5)
- Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με τον άξονα $x'x$. (Μονάδες 10)
- Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της f για $x \leq 0$. Να συμπληρώσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f για $x > 0$ (Μονάδες 4)
- Με βάση τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f , να προσδιορίσετε τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνησίως αύξουσα και τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνησίως φθίνουσα. (Μονάδες 6)

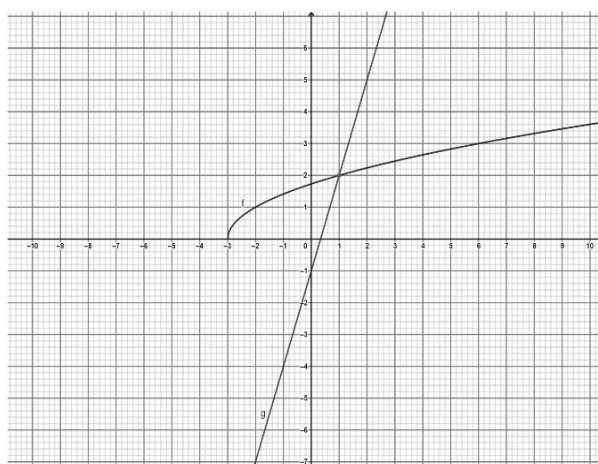




1849. Στο σχήμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = \sqrt{x+3}$ και

$$g(x) = 3x - 1$$

- Να βρείτε το πεδίο ορισμού και τη μονοτονία των συναρτήσεων f, g . (Μονάδες 4)
- Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = g(x)$. (Μονάδες 6)
- Να λύσετε γραφικά την ανίσωση $f(x) < g(x)$. (Μονάδες 7)
- Να επιβεβαιώσετε αλγεβρικά το αποτέλεσμα του i ερωτήματος. (Μονάδες 8)



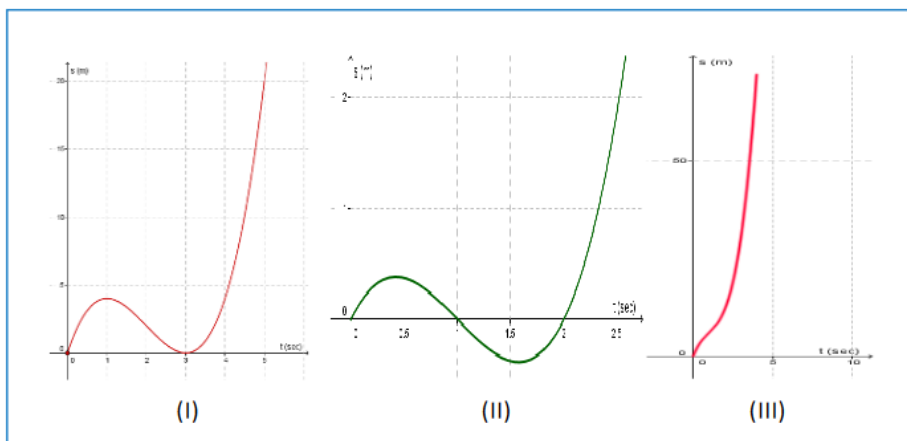
1850. Θεωρούμε το πολυώνυμο $P(x) = 2x^4 - 5x^3 + 4x^2 - 5x + 2$.

Να αποδείξετε ότι:

- ο αριθμός 0 δεν είναι ρίζα του.
- Αν ο αριθμός p είναι ρίζα του, τότε και ο αριθμός $\frac{1}{p}$ είναι επίσης ρίζα του. (Μονάδες 8)
- Να βρείτε ένα θετικό ακέραιο αριθμό που να είναι ρίζα του. (Μονάδες 5)
- Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$. (Μονάδες 7)
- Να λύσετε την ανίσωση $P(x) < 0$. (Μονάδες 5)

1851. Το διάστημα $S(t)$ σε μέτρα που έχει διανύσει ένα κινητό τη χρονική στιγμή t σε δευτερόλεπτα, δίνεται από τη σχέση: $S(t) = 2t^3 - 6t^2 + 10t$.

- Να βρείτε το διάστημα που έχει διανύσει το κινητό τις χρονικές στιγμές $t = 0$ και $t = 2$. (Μον 3)
- Να βρείτε πόσο χρόνο χρειάζεται το κινητό για να διανύσει απόσταση 30 μέτρων. (Μονάδες 10)
- Επειδή το $S(t)$ εκφράζει το διάστημα που διανύει το κινητό, θα πρέπει να είναι πάντα μη αρνητικό. Να αποδείξετε αλγεβρικά αυτόν τον ισχυρισμό. (Μονάδες 8)
- Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις τριών πολυωνύμων $S(t)$. Μια από αυτές εκφράζει το διάστημα $S(t)$ της εκφώνησης. Να βρείτε ποια από τις τρεις είναι αυτή, δικαιολογώντας την απάντησή σας. (Μονάδες 4)



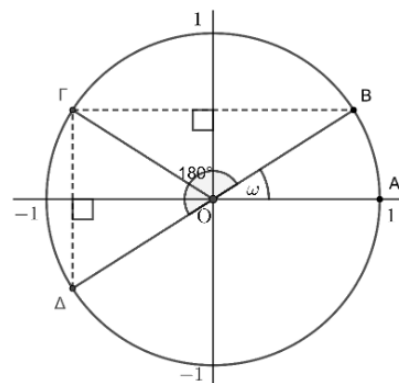
1852. Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x) = x^4 + x^3 + \alpha x - 4$ και $\delta(x) = x^2 - 3x + 2$. Το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $\delta(x)$, είναι το πολυώνυμο $U(x) = 24x - 24$.

- Να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού α . (Μονάδες 8)
Για $\alpha = 2$,
- να υπολογίσετε το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x - 1$. (Μονάδες 2)
- να βρείτε τα σημεία τομής του άξονα $x'x$ με την γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)$. (Μονάδες 8)
- να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες, η γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)$ βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$. (Μονάδες 7)

1853. Για τη γωνία ω του παρακάτω σχήματος ισχύει:

$$5\eta\mu^3\omega - 8\eta\mu^2\omega - 7\eta\mu\omega + 6 = 0$$

- Να δείξετε ότι $\eta\mu\omega = \frac{3}{5}$. (Μονάδες 8)
- Να βρείτε:
- την τιμή του $\sigma\upsilon\nu\omega$, (Μονάδες 6)
- τις συντεταγμένες των σημείων B, Γ και Δ, (Μονάδες 6)
- το ημίτονο και το συνημίτονο των θετικών γωνιών AOB, AOG και AOD. (Μονάδες 5)



1854. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^5 - 4x^3 - x^2 + \alpha x + \beta$ το οποίο διαιρούμενο με το $x^2 - 4$ δίνει υπόλοιπο $4x + 1$.

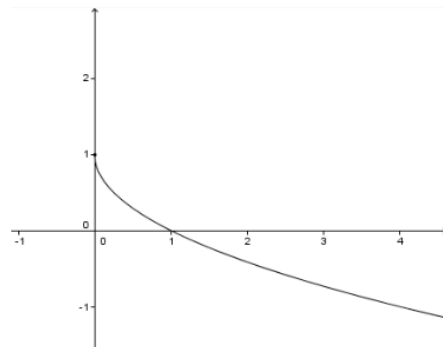
- Να κάνετε τη διαίρεση $P(x) : (x^2 - 4)$. (Μονάδες 7)
- Να βρείτε τις τιμές των α και β . (Μονάδες 7)

Έστω $\alpha = 4$ και $\beta = 5$. Αν το πηλίκο της διαίρεσης $P(x) : (x^2 - 4)$ είναι το $\Pi(x) = x^3 - 1$, τότε:



- να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης $P(x) : (x^2 - 4)$. (Μονάδες 4)
- να λύσετε την ανίσωση $P(x) < 4x + 1$. (Μονάδες 7)

1855. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$.



- Να βρείτε την μονοτονία της και την μέγιστη τιμή της. (Μονάδες 6)
- Αν $f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$ και $0 < \alpha < \frac{1}{4} < \beta$ να βρείτε το πρόσημο του γινομένου $P = (2f(\alpha) - 1)(2f(\beta) - 1)$ (Μονάδες 10)
- Έστω ότι η συνάρτηση του προβλήματος είναι η $f(x) = 1 - \sqrt{x}$, $x \geq 0$. Να βρείτε τα κοινά σημεία της γραφικής της παράστασης με την ευθεία $y = 2x$. (Μονάδες 9)

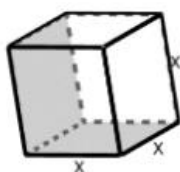
1856. Μία κυβική δεξαμενή Α έχει ακμή με μήκος x μέτρα. Αν αυξηθεί η μία μόνο ακμή της κατά μία μονάδα θα μετατραπεί στη δεξαμενή Β σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου με τετράγωνη βάση.

- Να βρείτε τη διαφορά $\Delta(x)$ των όγκων των δύο δεξαμενών ως συνάρτηση του x . (Μονάδες 4)
- Αν ο όγκος της δεξαμενής Β είναι 36 κυβικά μέτρα να βρείτε:
- Τις διαστάσεις των δεξαμενών Α και Β. (Μονάδες 9)
 - Τη διαφορά των όγκων $\Delta(x)$. (Μονάδες 4)
 - Αν επιπλέον αυξηθεί η μία ακμή της βάσης της δεξαμενής Β κατά 2 μονάδες, να βρείτε τη μικρότερη τιμή του x ώστε ο όγκος της νέας δεξαμενής Γ να είναι τουλάχιστον 60 κυβικά μέτρα.

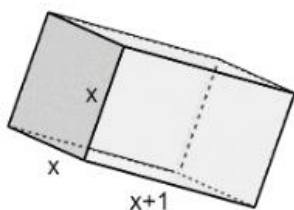
(Μονάδες 8)

Βοηθητικά δίνονται τα σχήματα των δεξαμενών Α, Β και Γ

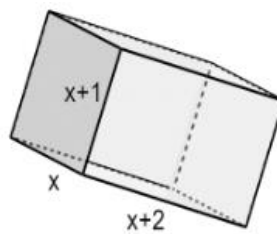
Δεξαμενή Α



Δεξαμενή Β



Δεξαμενή Γ



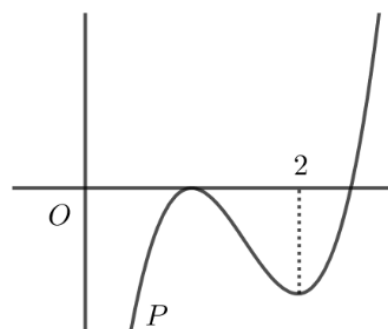
1857.

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 + \alpha x^2 + \beta x - 5$, με $x \in \mathbb{R}$.

- Αν το πολυώνυμο έχει παράγοντα το $(x - 1)$ και το υπόλοιπο της διαίρεσής του με $(x - 2)$ είναι -1 , να δείξετε ότι:
$$\begin{cases} 2\alpha + \beta = -6 \text{ και} \\ \alpha + \beta = 3 \end{cases}$$
 (Μονάδες 6)



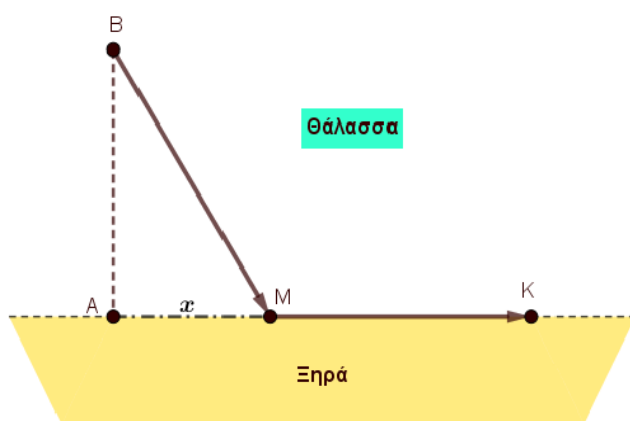
- να δείξετε ότι $\alpha = -9$ και $\beta = 12$. (Μονάδες 5)
- Να βρείτε τις τιμές του $x \in \mathbb{R}$, για τις οποίες η γραφική παράσταση της συνάρτησης $P(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$ είναι κάτω από τον άξονα $x'x$. (Μονάδες 10)
- Αν η γραφική παράσταση της $P(x)$ είναι η ακόλουθη, να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της. (Μονάδες 4)



1858.

Ένας κολυμβητής βρίσκεται στη θάλασσα, στο σημείο Β σε απόσταση 2 km από το κοντινότερο σημείο Α μιας ευθύγραμμης ακτής. Ο προσορισμός του είναι ένα σημείο Κ της ακτής, το οποίο απέχει 4 km από το Α. Η διαδρομή που κάνει είναι η ΒΜ κολυμπώντας στη θάλασσα με σταθερή ταχύτητα 3 km/h και η ΜΚ τρέχοντας στην ακτή με σταθερή ταχύτητα 5 km/h. Γνωρίζουμε ότι η σχέση μεταξύ του διαστήματος s που διανύει, της ταχύτητας u και του αντίστοιχου χρόνου κίνησης t , είναι

$$u = \frac{s}{t} \Leftrightarrow t = \frac{s}{u}.$$



Αν το σημείο Μ απέχει από το Α απόσταση x km, τότε:

- Να αποδείξετε ότι $BM = \sqrt{4 + x^2}$ (Μονάδες 5)
- Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση που εκφράζει τον χρόνο κίνησης t (σε h) του κολυμβητή-δρομέα ως προς την απόσταση x (σε km) είναι η: $t(x) = \frac{\sqrt{4 + x^2}}{3} + \frac{4 - x}{5}$, $x \in [0, 4]$ (Μονάδες 10)
- Να βρείτε τη θέση του σημείου Μ της ακτής, έτσι ώστε ο χρόνος της διαδρομής του κολυμβητή να είναι $\frac{4}{3}$ ώρες. (Μονάδες 10)

1859.

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4 - 2x^3 - x^2 + \alpha x + \beta$, όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

- Να βρείτε τις τιμές των α, β , αν είναι γνωστό ότι το $P(x)$ διαιρείται με το πολυώνυμο $Q(x) = x^2 - 2x + 1$. (Μονάδες 8)



Για $\alpha = 4$, $\beta = -2$

- Να κάνετε τη διαίρεση $P(x) : (x^2 + 5)$ και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης. (Μονάδες 8)
- Αν $P(x) = (x^2 + 5)(x^2 - 2x - 6) + 14x + 28$ να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 14(x + 2)$. (Μον 9)

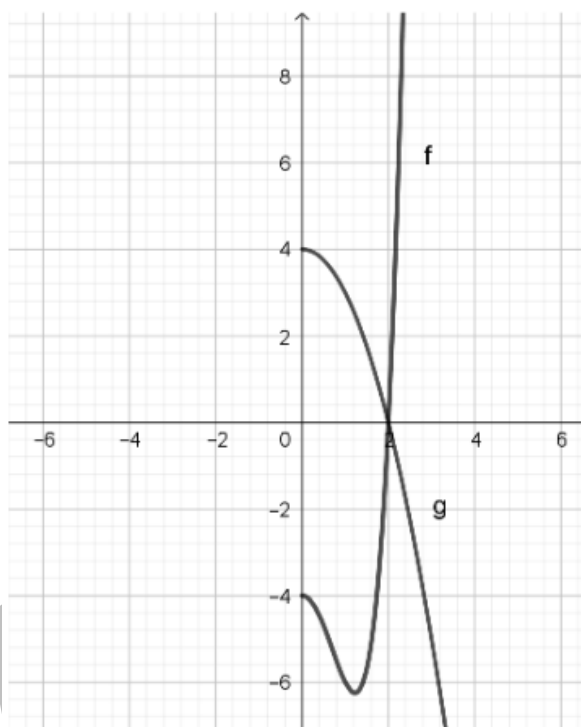
1860.

Δίνονται οι συναρτήσεις

$$f(x) = x^4 - 3x^2 - 4 \text{ και}$$

$$g(x) = -x^2 + 4 \text{ με πεδίο ορισμού το } \mathbb{R}.$$

- Να δείξετε ότι $f(-x) = f(x)$ και $g(-x) = g(x)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. (Μονάδες 7)
- Στο παρακάτω σχήμα δίνεται μέρος των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων f και g .
- Αφού μεταφέρετε το σχήμα στην κόλλα σας, να συμπληρώσετε τις γραφικές παραστάσεις σε όλο το $\mathbb{R}$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 6)
- Να λύσετε, αλγεβρικά ή γραφικά:
- την εξίσωση $f(x) = g(x)$. (Μονάδες 6)
- την ανίσωση $f(x) < g(x)$ (Μονάδες 6)



1861.

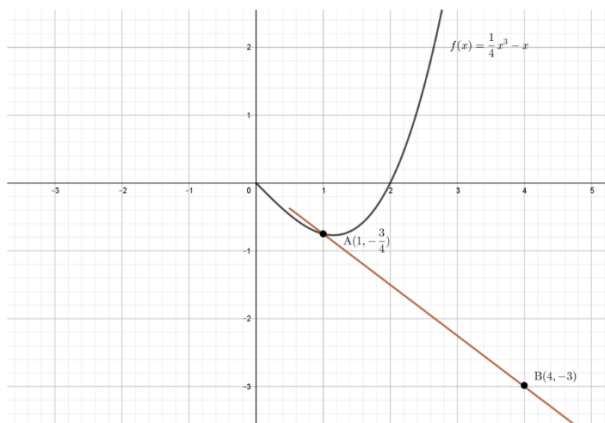
Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^4 + Kx - 1$, με $K \in \mathbb{R}$.

- Να βρείτε την τιμή του $K \in \mathbb{R}$ για την οποία $f(-x) = f(x)$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$. (Μονάδες 6)
- Για $K = 0$,
- να δείξετε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $(-\infty, 0]$. (Μονάδες 6)
- να δείξετε ότι $f(x) \geq -1$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. (Μονάδες 6)
- να βρείτε τα $x \in \mathbb{R}$ για τα οποία η γραφική παράσταση της f βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$. (Μονάδες 7)



1862. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται τμήμα της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - x$,

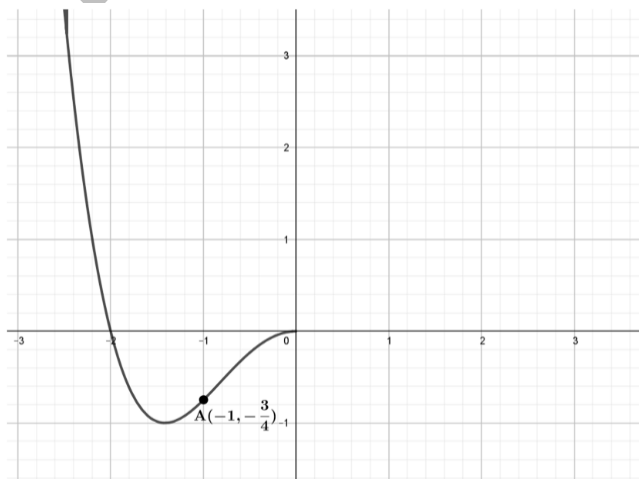
$x \in \mathbb{R}$ και η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία $A\left(1, -\frac{3}{4}\right)$ και $B(4, -3)$.



- Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας AB. (Μονάδες 6)
- Να αποδείξετε ότι $f(-x) = -f(x)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. (Μονάδες 5)
- Να μεταφέρετε στην κόλλα σας το σχήμα και να συμπληρώσετε τη γραφική παράσταση της f για $x < 0$. (Μονάδες 6)
- Αν η ευθεία AB έχει εξίσωση $y = -\frac{3}{4}x$, με χρήση του β) ερωτήματος ή με όποιον άλλο τρόπο θέλετε, να βρείτε τα κοινά σημεία της ευθείας με τη γραφική παράσταση της f . (Μονάδες 8)

1863. τμήμα της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \alpha x^2$, $x \in \mathbb{R}$, $\alpha \in \mathbb{R}$ και το σημείο

$A\left(-1, -\frac{3}{4}\right)$ αυτής.



- Να δείξετε ότι $\alpha = -1$. (Μονάδες 6)



Για $\alpha = -1$,

- Να αποδείξετε ότι $f(-x) = f(x)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. (Μονάδες 5)
- Να μεταφέρετε στην κόλλα σας το σχήμα και να συμπληρώσετε τη γραφική παράσταση της f για $x > 0$. (Μονάδες 6)
- Αφού επιβεβαιώσετε ότι $f(-\sqrt{3}) = -\frac{3}{4}$, με χρήση του β) ερωτήματος ή με όποιον άλλο τρόπο

θέλετε, να βρείτε τα κοινά σημεία της ευθείας $y = -\frac{3}{4}$ με την γραφική παράσταση της f . (Μον 8)

1864.

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο με εμβαδό $E = 60 \text{ cm}^2$, του οποίου η υποτείνουσα είναι κατά 2 cm μεγαλύτερη από τη μια κάθετη πλευρά. Αν ονομάσουμε x το μήκος αυτής της κάθετης πλευράς και y το μήκος της άλλης κάθετης (σε cm), τότε:

- Να δείξετε ότι ο αριθμός x ικανοποιεί την εξίσωση: $x^3 + x^2 - 3600 = 0$. (Μονάδες 10)
- Αν γνωρίζετε ότι το μήκος της πλευράς x είναι αριθμός ακέραιος και μικρότερος του 16, να βρείτε την τιμή του x καθώς και τα μήκη των άλλων πλευρών του τριγώνου. (Μονάδες 10)
- Να βρείτε το πλήθος των ορθογωνίων τριγώνων που ικανοποιούν τα αρχικά δεδομένα του προβλήματος. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 5)



Ένθετο Γ Λυκείου

1865. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = x^4 - 3x^3 - 15x^2 + 19x + 30$
- να βρεις που τέμνει άξονες
 - πότε βρίσκεται πάνω από οριζόντιο άξονα
1866. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 + 5x}{x - 4}$,
- να βρεις μονοτονία και ακρότατα ,
 - να βρεις σχετική θέση συνάρτησης με xx'
1867. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 - 4x - 1}{x^2 - 5x + 4}$,
- να βρεις μονοτονία και ακρότατα ,
 - να βρεις σχετική θέση συνάρτησης με xx'
1868. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = x^4 - 8x^2 + 7$,
- να βρεις που τέμνει άξονες ,
 - να βρεις μονοτονία και ακρότατα ,
 - να βρεις σχετική θέση συνάρτησης με xx'
1869. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = x^4 + x^2$,
- να βρεις που τέμνει άξονες ,
 - να βρεις μονοτονία και ακρότατα ,
 - να βρεις σχετική θέση συνάρτησης με xx'
1870. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = x^3 + 4x - 5$,
- να βρεις που τέμνει άξονες ,
 - να βρεις μονοτονία και ακρότατα ,
 - να βρεις σχετική θέση συνάρτησης με xx'
1871. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$,
- να βρεις μονοτονία και ακρότατα ,
 - να βρεις πότε βρίσκεται πάνω από xx'
1872. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 2}$,
- να βρεις μονοτονία και ακρότατα ,
 - να βρεις πότε βρίσκεται κάτω από xx'
1873. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$,
- να βρεις μονοτονία και ακρότατα ,
 - να βρεις πότε βρίσκεται πάνω από xx' .
 - Αν $g(x) = 2x + 2$, να βρεις τα κοινά σημεία των C_f, C_g και



- να βρεις τα σημεία όπου η C_f βρίσκεται πάνω από τη C_g

1874.

