



Ευθείες



Κώστας Γλυκός

Κατεύθυνση

Κεφάλαιο 2

405 ασκήσεις

και τεχνικές

σε 55 σελίδες

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ

Ιδιαίτερα μαθήματα

697.300.88.88

Kglykos.gr

14/8/2026

εκδόσεις

Καλό πήξιμο



Τα πάντα για τις
ευθείες

kglykos.gr

Ευθείες

1078. Ευθεία διέρχεται από τα σημεία $A(-1,4), B(1,5)$, να βρεις την ευθεία και τη γωνία που σχηματίζει με xx' .

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}, \text{οξεία}$$

1079. Να βρεις το συντελεστή διεύθυνσης:
- Της ευθείας, η οποία διέρχεται από τα σημεία $A(-2,5)$ και $B(5,6)$
 - Της ευθείας, η οποία τέμνει τους άξονες στα σημεία $\Gamma(-3,0)$ και $\Delta(0,5)$
 - Της ευθείας, η οποία διέρχεται από το O και είναι κάθετη στην $\Gamma\Delta$.

1080. Ευθεία διέρχεται από το σημείο $A(3,1)$ και σχηματίζει

γωνία 60° με xx' . Να βρεις το a ώστε το σημείο $M(a, -2)$ να ανήκει στην ευθεία.

$$y = \sqrt{3}(x-1)+1, a = 3-\sqrt{3}$$

1081. Να βρεις την εξίσωση της ευθείας (ϵ) αν:
- διέρχεται απ' το σημείο $A(1, -1)$ και είναι παράλληλη στην ευθεία (ϵ'): $2x + y - 1 = 0$.
 - διέρχεται απ' το σημείο $A(2, -3)$ και είναι παράλληλη στην ευθεία (ϵ'): $x = -3$.

1082. Να βρεις την εξίσωση της ευθείας (ϵ) αν:

- διέρχεται απ' το σημείο $A(1, -1)$ και είναι κάθετη στην ευθεία (ϵ'): $2x + y + 1 = 0$.
- διέρχεται απ' το σημείο $A(4, -3)$ και είναι κάθετη στην ευθεία (ϵ'): $2x + 1 = 0$.

1083. Ν.δ.ο. η ευθεία που διέρχεται από $A(3, -2), B(1, 4)$ είναι παράλληλη με την ευθεία που

διέρχεται από τα σημεία $C(2,0), D(1,3)$

$$\lambda = -3$$

1084. Να βρεις τη γωνία, που σχηματίζουν με τον άξονα $x'x$ οι ευθείες που διέρχονται από τα σημεία:

Μορφή ευθείας : $y - y_0 = \lambda(x - x_0)$

Διέρχεται από το σημείο : x_0, y_0

λ : αν γνωρίζεις τη γωνία ω με xx' τότε $\lambda = \tan \omega$

αν γνωρίζεις δύο σημεία που διέρχεται

$$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2) \Rightarrow \lambda = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

αν η ευθεία σου είναι παράλληλη σε ευθεία ή διάνυσμα θα έχει το ίδιο λ

αν η ευθεία σου είναι κάθετη σε ευθεία ή διάνυσμα θα έχει αντίθετο & αντίστροφο λ

Προσοχή : αν σε ευθεία δεν ορίζεται το λ τότε θα έχει τη μορφή $x = x_0$



- $A(-2,5), B(3,0)$
- $\Gamma(-2,2), \Delta(3,7)$
- $E(-3,2), Z(-3,4)$
- $H(3,4), \Theta(2,4)$

1085. Να βρεις την ευθεία που διέρχεται από $A(-2,-1)$ στις παρακάτω περιπτώσεις :

- $\lambda = \frac{2}{3}$
- $135^\circ \text{ με } \chi\chi'$
- $// \vec{a} = (5, -3)$
- $\perp \vec{\beta} = (1, 2)$



$$y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}, y = -x - 3, y = -\frac{3}{5}x - \frac{11}{5}, y = -\frac{1}{2}x - 2$$

1086. Να βρεις την εξίσωση της ευθείας (ε) αν:

- διέρχεται απ' το σημείο $A(-2, 3)$ και σχηματίζει με τον άξονα $\chi'\chi$ γωνία $\phi = 30^\circ$.
- διέρχεται απ' το σημείο $A(4, -5)$ και σχηματίζει με τον άξονα $\chi'\chi$ ορθή γωνία.

1087. Να βρεις την ευθεία που διέρχεται από το $M(1,3)$ και είναι :

- $// y = 3x - 1$
- $\perp 4x - 3y + 1 = 0$

$$y = 3x, y = -\frac{3}{4}x + \frac{15}{4}$$

1088. Να βρεις την ευθεία που διέρχεται από :

- $A(1, -3), B(2, 5)$
- $\Gamma(1, 3), \Delta(2, 3)$
- $E(1, 3), Z(1, 9)$
- $H(2, 5), \Theta(3, 6)$

$$y = 8x - 11, y = 3, x = 1, y = x + 3$$

1089. Ευθεία διέρχεται από $A(-1, 2), B(-3, 12)$.

- Να βρεις την εξίσωση της ευθείας AB
- Να βρεις το k ώστε το σημείο $M(2k - 3, 1 - 3k)$ να ανήκει στην ευθεία.

$$y = -5x - 3, k = \frac{11}{7}$$

1090. Να βρεις την εξίσωση της ευθείας (ε) αν είναι μεσοκάθετη σε τμήμα AB με $A(-2, 1)$ και $B(2, 3)$

Ευθεία διέρχεται από σημείο αν το σημείο επαληθεύει την εξίσωσή της .



1091. Δίνονται τα σημεία $A(2,1)$, $B(4,-5)$, $C(4,1)$

- Να εξετάσεις αν δημιουργείται τρίγωνο .
- Αν ναι , να βρεις τις εξισώσεις των πλευρών .

$$y = -3x + 7, x = 4, y = 1$$

1092. Δίνεται τρίγωνο με κορυφές τα σημεία $A(-1,2)$, $B(1,5)$ και $\Gamma(4,1)$. Να βρεθούν οι εξισώσεις:

- Του ύψους που άγεται από την κορυφή A
- Της διαμέσου που άγεται από την κορυφή B
- Της μεσοκαθέτου της πλευράς $A\Gamma$.

$$y = \frac{3}{4}x + \frac{11}{4}, y = -7x + 12, y = 5x - 6$$

1093. Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(-1,0)$, $B(3,2)$ και $\Gamma(-3,4)$. Να βρεις :

- Τις εξισώσεις των υψών του AD , BE
- Την εξίσωση της μεσοκαθέτου στην πλευρά του AB .

$$y = 3x + 3, y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}, y = -2x + 3.$$

1094. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από το σημείο $A(2,3)$ και είναι κάθετη στην ευθεία $2x + y + 6 = 0$. Ποιο είναι το σημείο τομής των δύο ευθειών;

$$y = \frac{1}{2}x + 2, M\left(-\frac{16}{5}, \frac{2}{5}\right)$$

1095. Να βρεις την εξίσωση της ευθείας (ϵ) αν είναι άξονας συμμετρίας του τμήματος AB με $A(1,-1)$, $B(-1,3)$

1096. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από το σημείο τομής των ευθειών $x - y + 3 = 0$ και $2x - y - 7 = 0$ και είναι κάθετη στην ευθεία $4x + y = 1$.

$$y = \frac{1}{4}x + \frac{21}{2}$$

1097. Να βρεις την εξίσωση της ευθείας (ϵ) διέρχεται από το σημείο $A(5, -2)$ και είναι κάθετη στο διάνυσμα $\vec{v} = (-1, 3)$

$$y = \frac{1}{3}x - \frac{11}{3}$$

1098. Να βρείτε την τιμή του $k \in \mathbb{R}$, ώστε η ευθεία $x + y + k = 0$ να διέρχεται από το σημείο τομής των ευθειών $3x + 4y + 7 = 0$ και $6x + 5y + 11 = 0$.

$$k = 2$$

1099. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ με κορυφές $A(1,2)$, $B(0,5)$, $\Gamma(1,8)$, $\Delta(2,5)$ είναι ρόμβος. Να βρεις τις εξισώσεις των διαγωνίων του



1100. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία $A\left(10\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{5}, 10\eta\mu\frac{\pi}{5}\right)$ και $B\left(-10\eta\mu\frac{\pi}{5}, 10\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{5}\right)$.

1101. Να δείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας που τέμνει τους άξονες στα σημεία $A(3,0)$ και $B(0,2)$, είναι η $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$

1102. Δίνεται η ευθεία $\varepsilon : \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$. Να βρεις την εξίσωση της ευθείας η οποία είναι κάθετη στην ε στο σημείο που αυτή τέμνει τον άξονα $x'x$.

1103. Να αποδείξεις ότι οι ευθείες $x+5y=11$, $3x-2y=-1$ και $7x-8y+1=-8$ διέρχονται από το ίδιο σημείο.

1104. Δίνονται η ευθεία ε με εξίσωση $y=\frac{1}{2}x+1$ και το σημείο $A(2,1)$. Να βρεθούν οι συντεταγμένες του συμμετρικού του σημείου A ως προς την ευθεία ε .

$$A'\left(\frac{6}{5}, \frac{13}{5}\right)$$

1105. Δίνονται οι εξισώσεις πλευρών τριγώνου : $x+y-2=0$, $3x+4y-7=0$, $6x+5y-8=0$, να βρεις τις κορυφές του τριγώνου

$$(1,1), (-2,4), \left(-\frac{1}{3}, 2\right)$$

1106. Δίνεται τρίγωνο με κορυφές $A(-8,-1)$, $B(0,5)$, $C(2,6)$, να βρεις :

- Τα ύψη του τριγώνου
- Το ορθόκентρο

$$y=-2x-17, y=-\frac{10}{7}x+5, y=-\frac{4}{3}x+\frac{26}{3}, H\left(-\frac{77}{2}, 60\right)$$

Για να βρεις το λ ευθείας θα πρέπει να λύσεις την εξίσωση της ως προς y και να δεις το συντελεστή του x . Αν δεν υπάρχει y τότε δεν ορίζεται ο συντελεστής διεύθυνσης και η ευθεία είναι $// yy'$.

1107. Δίνεται τρίγωνο με κορυφές $A(0,1)$, $B(-2,-3)$, $C(5,0)$, να βρεις :

- Τις διαμέσους
- Το βαρύκентρο του τριγώνου

$$y=-\frac{10}{6}x+1, y=\frac{7}{9}x-\frac{13}{9}, y=\frac{1}{6}x-\frac{5}{6}, G\left(-\frac{1}{11}, -\frac{28}{33}\right)$$

1108. Να βρεις τη μεσοκάθετο του AB με $A(0,2)$, $B(-6,4)$

$$y=3x+12$$



1109. Δίνεται τρίγωνο με κορυφές $A(-1, -5), B(2, 1), C(1, 5)$, να βρεις :

- Τις μεσοκαθέτους
- Το περίκεντρο του τριγώνου

$$y = -\frac{1}{2}x - \frac{7}{4}, y = -\frac{1}{5}x, y = \frac{1}{4}x + \frac{21}{8}, \Pi\left(-\frac{35}{6}, \frac{7}{6}\right)$$

1110. Έστω 2 σημεία $B(-3, 7), C(3, 1)$ και A το σημείο τομής των ευθειών :

$$3x - y + 2 = 0, 2x + y - 7 = 0, \text{ να βρεις :}$$

- Το συντελεστή διεύθυνσης της ΒΓ
- Τη γωνία της ΒΓ με τον οριζόντιο άξονα
- Το σημείο A
- Τη διάμεσο ΑΜ του ΑΒΓ
- Τη γωνία των ευθειών ΑΜ και ΒΓ
- Το ύψος ΓΔ του ΑΒΓ

$$-1, 135, A(1, 5), y = x + 4, 90, y = 2x - 5$$

1111. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $A(-1, 2)$, πλευρά $x + 2y - 4 = 0$ και διάμεσο ΒΜ : $x - y + 1 = 0 \Rightarrow B, C =$

$$B\left(\frac{2}{3}, \frac{5}{3}\right), C(2, 1)$$

1112. Να βρεις τις ευθείες που διέρχονται από το $M(2, 3)$ και σχηματίζουν με άξονες τρίγωνο με εμβαδό

$$\frac{1}{2}$$

$$(2\lambda - 3)^2 = \pm \lambda$$

1113. Να βρεις το α ώστε να σχηματίζει 135° με τον xx' η ευθεία : $y = (a^2 - 10)x + 2019$

$$\pm 3$$

1114. Έστω σημεία $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ της ευθείας $y = kx + b$, ν.δ.ο. $(AB) = |x_1 - x_2| \sqrt{1 + k^2}$

1115. Να βρεις την ευθεία που διέρχεται από το $K(1, 3)$ και τέμνει τους άξονες xx', yy' στα Α, Β

$$\text{αντίστοιχα ώστε } \overrightarrow{BK} = 2\overrightarrow{KA}$$

$$y = -6x + 9$$

1116. Αν Α, Β δύο σημεία της ευθείας $y = 3x + 10$, όπου τετμημένη του Β μεγαλύτερη κατά 2 από του Α, να βρεις τη διαφορά των τεταγμένων τους

$$6$$



1117. Έστω $\vec{a} = (-2, 3)$, $\vec{b} = 4\vec{j}$, $A(-1, 3)$, $\vec{c} = 3\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$, να βρεις

- την ευθεία που διέρχεται από το A και είναι κάθετη στο $\vec{c}$
- να βρεις το πλησιέστερο σημείο της ευθείας στην αρχή των αξόνων

$$y = \frac{6}{7}x + \frac{27}{7}, M\left(-\frac{162}{85}, \frac{189}{85}\right)$$

1118. Να βρεις την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη στην ευθεία $y = -2x - 3$ και τέμνει τους άξονες $x'x$ και yy' στα σημεία A και B, ώστε το άθροισμα της τετμημένης του A και της τεταγμένης του B να είναι ίσο με 15.

$$y = -2x + 5$$

1119. Να βρεις την ευθεία που τέμνει τον κατακόρυφο άξονα στο 3 και είναι κάθετη στη διχοτόμο της xOy

1120. Να βρεις την εξίσωση της ευθείας (ε) αν διέρχεται απ' το σημείο A (-1, 2) και σχηματίζει με τους άξονες τρίγωνο σταθερού εμβαδού $E = 3$ τ.μ.

1121. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που είναι παράλληλες προς την ευθεία (ε) : $2x - 3y - 12 = 0$ και ορίζουν με τους άξονες τρίγωνο με εμβαδόν 12 τ.μ.

$$b = \pm 4$$

1122. Έστω οι ευθείες $(\epsilon_1) : 2x - 3y + 1 = 0$, $(\epsilon_2) : -x + 4y + 3 = 0$ και το σημείο A (1, -2). Να βρεθεί σημείο M της ϵ_1 , ώστε το μέσο του AM να ανήκει στην ϵ_2 .

$$M\left(1, -\frac{1}{2}\right)$$

1123. Δίνεται τρίγωνο ABΓ με A (-1, 2), B (3, -2) και Γ (1, 4). Να βρεθούν οι συντεταγμένες:

- του ορθόκεντρου
- του βαρύκεντρου
- του έγκεντρου
- του περίκεντρου

1124. Να βρεθεί ο συντελεστής διεύθυνσης μιας ευθείας (ε), η οποία σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία ω (ίση με : α) 30° β) 45° γ) $\frac{\pi}{3}$ δ) 90° ε) 0° στ) $\frac{2\pi}{3}$ ζ) 135°

1125. Αν η ευθεία (ε) είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\delta} = (5, -5)$, να βρείτε τη γωνία ω που σχηματίζει η (ε) με τον άξονα $x'x$.

1126. Αν η ευθεία (ε) είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\delta} = (1, -\sqrt{3})$, να βρείτε τη γωνία ω που σχηματίζει η (ε) με τον άξονα $x'x$.

1127. Να βρεθεί ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας (AB) η οποία διέρχεται από τα σημεία A(2, -1) και B(5, 2). Ποια είναι η γωνία που σχηματίζει η (AB) με τον άξονα $x'x$;



1128. Δίνονται τα σημεία $A(5, -2)$, $B(3, 8)$ και $\Gamma(\alpha, \alpha + 1)$, με $\alpha \in \mathbb{R}$.
- Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας AB .
 - Αν η ευθεία $B\Gamma$ έχει συντελεστή διεύθυνσης 3, να βρείτε :
 - Τον αριθμό α ,
 - Τη γωνία που σχηματίζει η ευθεία $A\Gamma$ με τον άξονα $x'x$.
1129. Δίνονται οι ευθείες $(\varepsilon): y = 2x - 6$ και $(\zeta): y = -3x + 19$. Να βρείτε :
1130. i. λ_ε , λ_ζ
1131. ii. το σημείο τομής των (ε) και (ζ) iii. τα σημεία τομής της (ε) με τους άξονες
1132. Δίνονται τα σημεία $A(1, -4)$, $B(4, 5)$ και $\Gamma(4, -2)$. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών : α) (AB) β) $(B\Gamma)$
1133. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από το σημείο $A(2, -1)$ και :
- έχει συντελεστή διεύθυνσης 2
 - είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$
 - είναι παράλληλη στον άξονα $y'y$
 - και από το σημείο $B(5, 2)$
1134. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από το σημείο $A(-1, 3)$ και :
- έχει συντελεστή διεύθυνσης -1
 - είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$ iii. είναι παράλληλη στον άξονα $y'y$ iv. και από το σημείο $B(1, -1)$
1135. Να βρείτε τον αριθμό λ για τον οποίο : i. Οι ευθείες $y = (2\lambda - 3)x + 4$ και $y = x$ είναι παράλληλες.
ii. Οι ευθείες $y = (2\lambda - 1)x - 3$ και $y = (1 + 3\lambda)x + 1$ είναι κάθετες.
1136. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\mu \in \mathbb{R}$ οι ευθείες $(\varepsilon): y = (\mu - 3)x + 1$ και $(\eta): y = \left(2 - \frac{\mu}{2}\right)x + \mu$ είναι κάθετες.
1137. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\mu \in \mathbb{R}$ οι ευθείες $(\varepsilon): y = (\mu - 1)x + 2$ και $(\eta): y = \left(1 - \frac{\mu}{2}\right)x - 3$ είναι κάθετες.



1138. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$:

- οι ευθείες $(\varepsilon_1): y = (\alpha^2 + 3\alpha)x + 4$ και $(\varepsilon_2): y = (\alpha + 8)x - 21$ είναι παράλληλες
- οι ευθείες $(\varepsilon_3): y = (\alpha + 1)x - 7$ και $(\varepsilon_4): y = \frac{\alpha-3}{4}x + \frac{13}{4}$ είναι κάθετες.

1139. Να βρείτε για ποιες τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ οι ευθείες $(\varepsilon): y = (\alpha^2 - 2\alpha + 7)x + 5$ και $(\zeta): y = (2 + 4\beta - \beta^2)x + 6$ είναι παράλληλες.

1140. Να βρεθούν οι τιμές του $\theta \in (0, \pi)$, ώστε η ευθεία $(\varepsilon): y = (2\eta\mu\theta)x + 3$ να είναι παράλληλη στην ευθεία $(\zeta): y = x + 5$

1141. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας (ε) που διέρχεται από το σημείο $A(2,3)$ η οποία :

- Είναι παράλληλη στην ευθεία $(\zeta): y = 4x - 3$
- Είναι κάθετη στην ευθεία $(\eta): y = -\frac{1}{2}x + 3$
- Σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\omega = \frac{3\pi}{4}$ (ή $\omega = 135^\circ$)
- Είναι παράλληλη με τον $x'x$. v. Είναι παράλληλη με τον $y'y$.
- Είναι κάθετη στο διάνυσμα $\vec{\delta} = (1,5)$

1142. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας (ε) που διέρχεται από το σημείο $A(-1,2)$ η οποία :

- Είναι παράλληλη στην ευθεία $(\zeta): y = 3x + 1$
- Είναι κάθετη στην ευθεία $(\eta): y = -2x + 3$
- Σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\omega = \frac{2\pi}{3}$ (ή $\omega = 120^\circ$)
- Είναι παράλληλη με τον $x'x$.
- Είναι παράλληλη με τον $y'y$.
- Είναι κάθετη στο διάνυσμα $\vec{\delta} = (1,0)$ vii. Διέρχεται από την αρχή των αξόνων $O(0,0)$

1143. Να αποδείξετε ότι τα σημεία $A(-1,11)$, $B(2,2)$ και $\Gamma(6,-10)$ είναι συνευθειακά.

1144. Δίνονται τα σημεία $A(1,3)$ και $B(5,1)$. Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκαθέτου του AB .

1145. Δίνονται τα σημεία $A(3,-5)$ και $B(-1,3)$. Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκαθέτου του AB .



- 1146.** Δίνεται το τρίγωνο $ABΓ$ με $A(-3,4)$, $B(-1,0)$ και $Γ(3,2)$. Να βρείτε:
- Την εξίσωση της πλευράς $BΓ$.
 - Την εξίσωση του ύψους $ΑΔ$. iii. Την εξίσωση της διαμέσου $ΑΜ$.
- 1147.** Έστω ένα τρίγωνο $ABΓ$ με $A(-3,3)$, $B(1,5)$ και $Γ(3,3)$. Να βρεθούν :
- Η εξίσωση της πλευράς AB .
 - Η εξίσωση του ύψους $ΓΔ$.
 - Οι εξισώσεις των διαμέσων $ΑΚ$.
 - Η εξίσωση της μεσοκαθέτου (ϵ) της $ΑΓ$.
- 1148.** Δίνεται τρίγωνο $ABΓ$ με $A(-2,2)$, $B(8,12)$ και $Γ(-10,6)$. Να βρείτε τις εξισώσεις :
- των πλευρών AB και $BΓ$
 - του ύψους $ΑΔ$
 - της διαμέσου $ΒΜ$
 - της μεσοκαθέτου (ϵ) της πλευράς AB .
- 1149.** Δίνεται τρίγωνο $ABΓ$ με $B(-3, -3)$. Η εξίσωση της πλευράς $ΑΓ$ είναι $(ΑΓ): y = -\frac{1}{3}x + \frac{8}{3}$ και η εξίσωση του ύψους $ΑΔ$ είναι $(ΑΔ): y = -2x - 4$. Να βρείτε :
- τις συντεταγμένες του σημείου A
 - τις εξισώσεις των ευθειών (AB) και $(BΓ)$
 - τις συντεταγμένες του σημείου $Γ$
 - την εξίσωση του ύψους BE
 - τις συντεταγμένες του ορθοκέντρου του $ABΓ$.
- 1150.** Δίνεται τρίγωνο $ABΓ$ με $A(-3,2)$. Η εξίσωση της πλευράς $BΓ$ είναι $(BΓ): y = x - 5$ και η εξίσωση του ύψους $ΓΔ$ είναι $(ΓΔ): y = \frac{2}{3}x - 2$. Να βρείτε :
- τις συντεταγμένες του σημείου $Γ$
 - τις εξισώσεις των ευθειών $(ΑΓ)$ και (AB)



- τις συντεταγμένες του σημείου B
- την εξίσωση της διαμέσου BM

1151. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $A(2,1)$. Οι ευθείες πάνω στις οποίες βρίσκονται δυο ύψη του έχουν εξισώσεις : $y = -3x + 11$ και $y = x + 3$. Να βρείτε :

- τις εξισώσεις των ευθειών πάνω στις οποίες βρίσκονται οι πλευρές AB και $A\Gamma$
- τις συντεταγμένες των κορυφών B και Γ
- την εξίσωση της ευθείας $B\Gamma$.

1152. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $A(1,3)$ καθώς και τα ύψη του $(BD): y = 2x - 5$ και $(\Gamma E): y = x + \frac{1}{2}$. Να βρείτε τις εξισώσεις των πλευρών του και τις συντεταγμένες των κορυφών του.

1153. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $A(-5, -2)$, ενώ η διάμεσος του BM βρίσκεται πάνω στην ευθεία $y = x - 1$ και το ύψος του $\Gamma\Delta$ βρίσκεται πάνω στην ευθεία $y = -2x - 2$. Να βρείτε :

- την εξίσωση της πλευράς AB
- τις συντεταγμένες του σημείου B
- τις συντεταγμένες του σημείου Γ
- τη γωνία Γ .

1154. Δίνονται η ευθεία (ε) με εξίσωση $(\varepsilon): y = -x + 1$ και το σημείο $A(2,3)$. Να βρεθούν οι συντεταγμένες του συμμετρικού του σημείου A ως προς την ευθεία (ε) .

1155. Δίνεται η ευθεία $(\varepsilon): y = x + 1$ και το σημείο $A(2,1)$.

- Να βρείτε τις συντεταγμένες της προβολής του A στην ε .
- Να βρείτε τις συντεταγμένες του συμμετρικού του A ως προς την ε .

1156. Δίνεται η ευθεία $(\varepsilon): y = 3x - 1$.

- Να εξετάσετε αν κάποιο από τα σημεία $A(-1,3)$ και $B(2,5)$ ανήκει στην ευθεία (ε)
- Για ποια τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ η ευθεία (ε) διέρχεται από το σημείο $\Gamma(\lambda - 1, 8 - \lambda)$

1157. Δίνονται τα σημεία $A(1,3)$ και $B(-4,8)$.

- Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε που διέρχεται από αυτά



- Να βρείτε την γωνία που σχηματίζει η ε με τον άξονα $x'x$.
- Για ποια τιμή του α το σημείο $K(4\alpha + 3, 2\alpha - 5)$ είναι σημείο της ευθείας;

1158. Δίνονται οι ευθείες $(\varepsilon): y = 3x - 7$, $(\zeta): y = -2x + 13$. Το σημείο $A(\alpha, \beta)$ ανήκει στην (ε) και το $B(\alpha + 3, 2 - \beta)$ ανήκει στην (ζ) .

- Να βρείτε τα α, β
- Να βρείτε το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος AB
- Αν Γ το σημείο τομής των $(\varepsilon), (\zeta)$ και M το μέσο του $A\Gamma$, να αποδείξετε ότι : $\overline{BM} \perp \overline{B\Gamma}$.

1159. Η ευθεία $(\varepsilon): y = ax + 5 - 2a$ διέρχεται από το σημείο $A(1, 4a - 5)$. Να βρείτε :

- τον αριθμό a
- την εξίσωση της ευθείας (ζ) που είναι παράλληλη στην (ε) και τέμνει τον $x'x$ στο σημείο με τετμημένη -3
- το συμμετρικό B του σημείου A ως προς την ευθεία (ζ)
- την απόσταση του σημείου B από το σημείο τομής της (ε) με τον $y'y$.

1160. Δίνονται οι ευθείες $(\varepsilon): y = 3x + 5\lambda$, $(\zeta): y = -x + 3$ και $(\theta): y = 2x - 6$. Το σημείο $M(2\lambda + 4, \lambda + 2)$ ανήκει στην ευθεία (ε) .

- Να βρείτε τον αριθμό λ .
- Να βρείτε το σημείο A της ευθείας ζ και το σημείο B της ευθείας θ , ώστε το ευθύγραμμο τμήμα AB να έχει μέσο το M .

1161. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών, που διέρχεται από το σημείο $A(3, 1)$ και σχηματίζουν με τους άξονες ισοσκελές τρίγωνο.

1162. Να βρείτε τις ευθείες που διέρχονται από το $A(2, 1)$ και τέμνουν τους άξονες στα B, Γ ώστε $(OB) \cdot (O\Gamma) = 1$.

1163. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) που διέρχεται από το σημείο $P(3, 2)$ και σχηματίζει με τους άξονες τρίγωνο με εμβαδόν 4



- 1164.** Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $M(1,4)$ και τέμνει τις ευθείες $(\varepsilon_1): y = -x + 4$ και $(\varepsilon_2): y = 2x + 3$ στα σημεία A και B αντιστοίχως, έτσι ώστε το M να είναι μέσο του AB .
- 1165.** Δίνονται οι ευθείες $(\varepsilon): y = 2x + 3$ και $(\zeta): y = x - 1$. Να βρείτε ευθεία (η) , η οποία διέρχεται από το σημείο $P(2,3)$ και τέμνει τις (ε) και (ζ) στα σημεία A και B αντίστοιχα, ώστε οι τεταγμένες των A και B να έχουν άθροισμα 8.
- 1166.** Δίνονται οι ευθείες $(\varepsilon): y = \frac{1}{2}x + 2$ και $(\zeta): y = \frac{1}{2}x - 3$ και το σημείο $P(2, \frac{1}{2})$. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ζ) , η οποία διέρχεται από το P και τέμνει τις (ε) και (ζ) στα σημεία A και B αντίστοιχα, ώστε να ισχύει $(AB) = 5$.
- 1167.** Δίνονται οι ευθείες $(\varepsilon): y = 2x + 2$ και $(\zeta): y = 2x - 2$ και το σημείο $P(0,2)$. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ζ) , η οποία διέρχεται από το P και τέμνει τις (ε) και (ζ) στα σημεία A και B αντίστοιχα, ώστε να ισχύει $(AB) = 4$.
- 1168.** Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη στην ευθεία $y = 2x + 5$ και τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$ στα σημεία A και B , ώστε το άθροισμα της τετμημένης του A και της τεταγμένης του B να είναι ίσο με 5.
- 1169.** Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που είναι παράλληλες προς την ευθεία $(\varepsilon): y = \frac{2}{3}x - 4$ και οι οποίες ορίζουν με τους άξονες τρίγωνο με εμβαδόν ίσο με $12 \text{ τ.}\mu.$
- 1170.** Να βρείτε τις ευθείες που έχουν συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = 2$ και τέμνουν τους άξονες στα A, B ώστε $(AB) = \sqrt{5}$.
- 1171.** Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας πάνω στην οποία βρίσκονται τα σημεία $M(2\lambda + 1, 2\lambda - 1)$ για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$. **61)** Να αποδείξετε ότι καθώς το λ μεταβάλλεται στο $\mathbb{R}$, το σημείο $M(\lambda + 3, 4\lambda - 5)$ κινείται σε μια ευθεία οποίας να βρείτε την εξίσωση.
- 1172.** Δίνεται το σημείο $A(2\lambda - 3, 6\lambda - 11)$, με $\lambda \in \mathbb{R}$.
- Να αποδείξετε ότι το σημείο A κινείται πάνω σε ευθεία (ε)
 - Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε τιμή του $\theta \in \mathbb{R}$, το σημείο $B(2 - \sin^2\theta, 1 + 3\eta\mu^2\theta)$ ανήκει στην ευθεία (ε) .
- 1173.** Έστω ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Στην προέκταση της BA προς το A παίρνουμε σημείο Δ και φέρνουμε την κάθετη προς τη $B\Gamma$, η οποία τέμνει την $A\Gamma$ στο E . Να αποδειχτεί ότι $BE \perp \Delta\Gamma$.



1174. Δίνεται τετράγωνο $ABΓΔ$. Στην πλευρά $ΑΔ$ παίρνουμε σημείο E και στην πλευρά $ΔΓ$ σημείο Z τέτοιο, ώστε $ΔZ = AE$. Να αποδειχτεί ότι $BE \perp AZ$.
1175. Στο εξωτερικό ενός ορθογωνίου τριγώνου $ABΓ$ κατασκευάζουμε τα τετράγωνα $ABΔE$ και $ΑΓZH$. Έστω M το μέσο της $ΔZ$. Να αποδείξετε ότι :
- τα σημεία $Δ, A$ και Z είναι συνευθειακά
 - το τρίγωνο $MBΓ$ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές.
1176. Ένα επιβατικό πλοίο εκτελεί το δρομολόγιο Πειραιάς – Ηράκλειο Κρήτης. Σε κάθε χρονική στιγμή t του ταξιδιού η θέση M του πλοίου ως προς ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων Oxy είναι $M(2 + kt, λ + 2t)$, όπου $κ, λ \in \mathbb{R}$. Τη χρονική στιγμή $t = 5$ το πλοίο διέρχεται από το σημείο $A(7,13)$.
- Να βρείτε τις τιμές των $κ, λ$
 - Να αποδείξετε ότι το πλοίο διαγράφει γραμμή που βρίσκεται πάνω στην ευθεία $(ε): y = 2x - 1$
 - Ένα δελφίνι κινείται παράλληλα προς το πλοίο. Να βρείτε ένα διάνυσμα μήκους 1, κάθετο προς την ευθεία πάνω στην οποία κινείται το δελφίνι.
1177. Δίνονται τα σημεία $A(8,0)$ και $B(0,4)$ του καρτεσιανού επιπέδου Oxy .
- Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που ορίζεται από την αρχή των αξόνων O και το μέσο $Δ$ του τμήματος AB
 - Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας $ε$ που διέρχεται από το σημείο $Δ$ και είναι κάθετη στην ευθεία $ΟΔ$
 - Έστω M τυχαίο σημείο της παραπάνω ευθείας $ε$. Να αποδείξετε ότι ισχύει η σχέση : $\overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 = 2\overrightarrow{OM}^2$.
1178. Δίνονται οι ευθείες $(ε_1): y = x + 5$ και $(ε_2): y = 10$ και έστω A το σημείο τομής των ευθειών. Θεωρούμε τα σημεία $B(6,11)$ και $Δ(10,10)$ τα οποία ανήκουν στις ευθείες $(ε_1)$ και $(ε_2)$ αντίστοιχα. Να βρείτε :
- Ένα σημείο $Γ(x, 10)$ της ευθείας $(ε_2)$ έτσι ώστε να ισχύει $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BΓ} = 0$
 - Τη γωνία των διανυσμάτων $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{AD}$
 - Την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $Δ(10,10)$ και είναι κάθετη προς την ευθεία $(ε_1)$.



Προβολή & συμμετρία

1179. Να βρεις την προβολή του σημείου $A(-3,1)$ πάνω στην ευθεία $2x + y + 1 = 0$

$$\left(-\frac{7}{5}, \frac{9}{5}\right)$$

Να βρεις προβολή και συμμετρικό ενός σημείου A ως προς ευθεία (ε) : βρίσκεις την ευθεία που διέρχεται από το A και είναι κάθετη στην (ε) . Λύνεις σύστημα τις δύο ευθείες και βρίσκεις την προβολή P . Το P θα είναι μέσο του AA' όπου A' το συμμετρικό του A .

1180. Ν.δ.ο. η προβολή της αρχής O των αξόνων , πάνω στην ευθεία $y = x - 1$, είναι σημείο της ευθείας με εξίσωση $2x + 4y + 1 = 0$

$$\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

1181. Να βρεις το συμμετρικό του σημείου $M(1, -3)$ ως προς την ευθεία $\varepsilon : 3x - 4y + 7 = 0$

1182. Να βρεις το συμμετρικό της αρχής των αξόνων ως προς την ευθεία που διέρχεται από τα σημεία $A(3,0), B(-3,0)$

1183. Ν.δ.ο. το συμμετρικό κάθε σημείου της ευθείας $y = x + 1$, ως προς ευθεία $x - 2y = 2$, ανήκει ευθεία $x - 7y - 17 = 0$

1184. Δίνεται $(\varepsilon) : x + y - 4 = 0, A(-1,1)$

- Να βρεις συντεταγμένες του ίχνους K του A πάνω στην (ε)
- Το συμμετρικό Γ του σημείου A ως προς την (ε)
- Τα σημεία B, Δ ώστε $AB\Delta\Gamma$ τετράγωνο
- Το εμβαδό του $AB\Delta\Gamma$

$$K(1,3), \Gamma(3,5), B(-5,5), \Delta(-3,3), E = 32$$

1185. Να βρεθεί ο συντελεστής διεύθυνσης των ευθειών με εξισώσεις: i. $(\varepsilon) : 3x + y - 8 = 0$ ii. $(\zeta) : 4x - y + 4 = 0$ iii. $(\eta) : 5x + 2y + 1 = 0$ iv. $(\theta) : 2x - 5y + 3 = 0$ Ποιες από τις παραπάνω ευθείες είναι κάθετες;

1186. Δίνεται ευθεία $(\varepsilon) : 3x + y - 1 = 0$. Να βρείτε: i. Ευθεία (ζ) που είναι κάθετη στην (ε) και διέρχεται από το σημείο $A(-2, -3)$ ii. Το σημείο τομής των ευθειών (ε) και (ζ)

1187. Δίνεται ευθεία $(\varepsilon) : 6x - 2y + 5 = 0$. Να βρείτε: i. Ευθεία (ζ) που είναι παράλληλη στην (ε) και διέρχεται από το σημείο $A(2, -3)$ ii. Το σημείο τομής της ευθείας (ζ) με τους άξονες.



- 1188.** Δίνεται τρίγωνο $ABΓ$ με $A(2,3)$, $B(-1,1)$, $Γ(4,-3)$. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το B και i. είναι παράλληλη στη διάμεσο AM , ii. είναι κάθετη στη διάμεσο AM .
- 1189.** Έστω ένα τρίγωνο $ABΓ$ με $A(-3,3)$, $B(1,5)$ και $Γ(3,3)$. Να βρεθούν: i. Η εξίσωση της πλευράς AB . ii. Η εξίσωση του ύψους $ΓΔ$. iii. Οι εξισώσεις των διαμέσων AK , $ΒΛ$, $ΓΝ$.
- 1190.** Να βρεθεί η εξίσωση της πλευράς $ΒΓ$ ενός τριγώνου $ABΓ$, αν $A(2,3)$ και οι δυο διάμεσοι $(ΒΔ)$: $x - 4y - 4 = 0$ και $(ΓΕ)$: $4x + 5y - 9 = 0$.
- 1191.** Δίνεται ρόμβος $ABΓΔ$ με $A(-1,4)$ και $Γ(3,2)$. i. Να βρείτε την εξίσωση της διαγωνίου του $ΒΔ$. ii. Αν η πλευρά του AB έχει εξίσωση : $x + y - 3 = 0$, να βρείτε τις κορυφές του B και $Δ$.
- 1192.** Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας $(ε)$ που διέρχεται από το σημείο $A(2,3)$ η οποία : i. Είναι παράλληλη στην ευθεία $(ζ)$: $y = 4x - 3$ ii. Είναι κάθετη στην ευθεία $(η)$: $2x + 4y - 3 = 0$ iii. Σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\omega = \frac{3\pi}{4}$ iv. Είναι παράλληλη με τον $x'x$. v. Είναι παράλληλη με τον $y'y$.
- 1193.** Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας $(ε)$ που διέρχεται από το σημείο $A(-2,3)$ η οποία : i. Είναι παράλληλη στην ευθεία $(ζ)$: $y = 5x - 3$ ii. Είναι κάθετη στην ευθεία $(η)$: $x + 2y - 3 = 0$ iii. Σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\omega = \frac{2\pi}{3}$ iv. Είναι παράλληλη με τον $x'x$. v. Είναι παράλληλη με τον $y'y$.
- 1194.** Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από το σημείο τομής των ευθειών $(ε_1)$: $3x + 4y - 11 = 0$ και $(ε_2)$: $2x - 3y + 21 = 0$ και επιπλέον : i. είναι παράλληλη στην ευθεία $(ζ)$: $x + 2y + 1 = 0$ ii. είναι κάθετη στην ευθεία $(η)$: $3x - y + 5 = 0$ iii. διέρχεται από την αρχή των αξόνων iv. είναι παράλληλη με τον $x'x$. v. είναι παράλληλη με τον $y'y$. vi. είναι παράλληλη με τη διχοτόμο της πρώτης γωνίας των αξόνων vii. είναι παράλληλη με τη διχοτόμο της δεύτερης γωνίας των αξόνων
- 1195.** Να βρεθεί το συμμετρικό του σημείου $A(5, -1)$ ως προς την ευθεία $(ε)$: $x - 2y - 2 = 0$.
- 1196.** Να βρεθεί το συμμετρικό του σημείου $A(-1,3)$ ως προς την ευθεία $(ε)$: $x - y + 6 = 0$.
- 1197.** Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζεται από τους άξονες και την ευθεία $(ε)$: $3x + 4y - 12 = 0$.
- 1198.** Να βρεθούν οι εξισώσεις των ευθειών $(ε)$ που είναι παράλληλες στην ευθεία $(ζ)$: $2x - 3y + 5 = 0$ και σχηματίζουν με τους άξονες τρίγωνο με εμβαδόν 3τμ.
- 1199.** Να βρεθούν οι εξισώσεις των ευθειών $(ε)$ που είναι παράλληλες στην ευθεία $(ζ)$: $x - y + 5 = 0$ και σχηματίζουν με τους άξονες τρίγωνο με εμβαδόν 2τμ.



- 1200.** Να βρεθούν οι εξισώσεις των ευθειών (ε) που είναι κάθετες στην ευθεία (ζ): $2x - y + 1 = 0$ και σχηματίζουν με τους άξονες τρίγωνο με εμβαδόν 4τμ.
- 1201.** Η ευθεία (ε): $2x + 3y - 7 = 0$ τέμνει την ευθεία AB η οποία ορίζεται από τα σημεία $A(1,1)$ και $B(7,-2)$ στο σημείο M . να αποδειχτεί ότι $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{BM}$.
- 1202.** Να βρεθούν οι εξισώσεις των πλευρών ενός τριγώνου $AB\Gamma$, αν $A(1,2)$ και δυο ύψη του έχουν εξισώσεις $2x - 3y + 1 = 0$ και $x + y = 0$.
- 1203.** Να βρεθεί η εξίσωση της πλευράς $B\Gamma$ ενός τριγώνου $AB\Gamma$, αν $A(2,3)$ και δυο διάμεσοι του τριγώνου έχουν εξισώσεις $x - 4y - 4 = 0$ και $4x + 5y - 9 = 0$.
- 1204.** Δίνονται τα σημεία $A(4,2)$, $B(3,-5)$ και η ευθεία (ε): $7x + y - 23 = 0$. Να βρεθεί σημείο M της ευθείας (ε) τέτοιο ώστε το τρίγωνο AMB να είναι ορθογώνιο στο M .
- 1205.** Σε ένα ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ είναι $A(-1,6)$ και οι εξισώσεις δυο πλευρών του είναι $x + y - 1 = 0$ και $x - y + 11 = 0$. Να βρεθούν οι κορυφές του ορθογωνίου.
- 1206.** Σε ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $A(2,0)$, ενώ οι εξισώσεις μιας διαμέσου και ενός ύψους του που άγονται από διαφορετικές κορυφές είναι $x - y + 2 = 0$ και $3x + y + 2 = 0$ αντίστοιχα. Να βρεθεί η εξίσωση της πλευράς $B\Gamma$.
- 1207.** Σε ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $A(7,-4)$. Οι εξισώσεις μιας διχοτόμου και μιας διαμέσου του που άγονται από την ίδια κορυφή είναι $3x + y - 7 = 0$ και $11x + 6y - 35 = 0$ αντίστοιχα. Να βρεθεί η εξίσωση της πλευράς $B\Gamma$ και οι συντεταγμένες της κορυφής Γ .
- 1208.** Να βρεθούν οι εξισώσεις των πλευρών ενός τριγώνου $AB\Gamma$ με $A(2,-2)$, αν οι εξισώσεις μιας διχοτόμου και ενός ύψους του που άγονται από διαφορετική κορυφή είναι $x - 3y + 2 = 0$ και $x + y + 2 = 0$ αντίστοιχα.
- 1209.** Δίνεται η ευθεία (ε): $x - 2y - 2 = 0$ και το σημείο $A(5,-1)$. Να βρείτε το συμμετρικό του σημείου A ως προς την (ε).
- 1210.** Δίνεται η ευθεία (ε): $x - y + 1 = 0$ και το σημείο $A(2,1)$. Να βρείτε το συμμετρικό του σημείου A ως προς την (ε).
- 1211.** Δίνεται η ευθεία (ε): $y = x + 6$ και το σημείο $A(-1,3)$. Να βρείτε : i. την προβολή του σημείου A στην ευθεία (ε) ii. το συμμετρικό του A ως προς την (ε).
- 1212.** Δίνεται η ευθεία (ε): $y = \frac{1}{2}x - 3$ και το σημείο $A(3,1)$. Να βρείτε :



- την προβολή του σημείου A στην ευθεία (ε)
- το συμμετρικό του A ως προς την (ε) .

1213. Δίνεται η εξίσωση $(\lambda^2 + 2\lambda - 8)x + (\lambda^2 - 4)y + \lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$ (1) με $\lambda \in \mathbb{R}$. Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση (1):

- Παριστάνει ευθεία
- Παριστάνει ευθεία παράλληλη στον άξονα $x'x$
- Παριστάνει ευθεία παράλληλη στον άξονα $y'y$
- Παριστάνει ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων

1214. Δίνεται η εξίσωση $(\lambda^2 - 4)x + (\lambda^2 + 2\lambda - 8)y + \lambda^2 - 3\lambda + 2 = 0$ (1) με $\lambda \in \mathbb{R}$. Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση (1):

- Παριστάνει ευθεία
- Παριστάνει ευθεία παράλληλη στον άξονα $x'x$
- Παριστάνει ευθεία παράλληλη στον άξονα $y'y$
- Παριστάνει ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων

1215. Δίνεται η εξίσωση $(\lambda^2 + 2\lambda - 8)x + (\lambda^2 - 4)y + \lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$ (1) με $\lambda \in \mathbb{R}$. Να αποδείξετε ότι

- η (1) παριστάνει ευθεία για κάθε $\lambda \neq 2$
- όλες οι ευθείες της μορφής (1) διέρχονται από το ίδιο σημείο.

1216. Δίνεται η εξίσωση $(x + y - 5) + \lambda(2x + y - 7) = 0$ (1) με $\lambda \in \mathbb{R}$. Να αποδείξετε ότι :

- η (1) παριστάνει ευθεία για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$
- όλες οι ευθείες της μορφής (1) διέρχονται από το ίδιο σημείο.

1217. Δίνεται η εξίσωση : $(\mu^2 + 2\mu)x + (\mu^2 + \mu - 2)y + \mu - 2 = 0$.

- Για ποιες τιμές του μ η εξίσωση παριστάνει ευθεία ε .
- Πότε η (ε) είναι παράλληλη στην ευθεία $\delta: x - 2y + 3 = 0$;

1218. Δίνεται η εξίσωση $(\lambda + 2)x + (3\lambda - 1)y + 2\lambda - 10 = 0$ (1) με $\lambda \in \mathbb{R}$. Να αποδείξετε ότι :



- η (1) παριστάνει ευθεία για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$
- όλες οι ευθείες της μορφής (1) διέρχονται από το ίδιο σημείο.

1219. 41. Δίνεται η εξίσωση $(3 - \lambda)x + (4 - \lambda)y + \lambda = 0$ (1) με $\lambda \in \mathbb{R}$. Να αποδείξετε ότι :

- η (1) παριστάνει ευθεία για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$
- όλες οι ευθείες της μορφής (1) διέρχονται από το ίδιο σημείο.
- Να βρείτε το $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η ευθεία (ε) που έχει εξίσωση την (1) να είναι παράλληλη στην ευθεία (ζ): $4x + 2y + 13 = 0$

1220. Δίνεται η εξίσωση: $(x - 3y + 6) + \lambda(2x - y + 4) = 0$ (1), $\lambda \in \mathbb{R}$

- Ναδειχθεί ότι η (1) παριστάνει ευθεία για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$
- Ναδειχθεί ότι όλες οι ευθείες της μορφής (1) διέρχονται από το ίδιο σημείο.

1221. Δίνονται οι ευθείες (ε): $(\mu - 3)x + (\mu + 1)y + 2 = 0$ και (ζ): $(\mu - 1)x - (2\mu - 1)y + \mu = 0$.

- Να αποδειχθεί ότι οι εξισώσεις αυτές παριστάνουν ευθείες για κάθε τιμή του $\mu \in \mathbb{R}$.
- Να βρεθούν οι τιμές του $\mu \in \mathbb{R}$, ώστε οι (ε) και (ζ) να είναι παράλληλες.

1222. Δίνονται οι ευθείες (ε): $(\mu - 1)x + (\mu - 4)y + 3 = 0$ και (ζ): $(\mu - 2)x + (3\mu - 7)y + 2\mu = 0$, $\mu \in \mathbb{R}$.

- Να αποδειχθεί ότι οι εξισώσεις αυτές παριστάνουν ευθείες για κάθε τιμή του $\mu \in \mathbb{R}$.
- Να βρεθούν οι τιμές του $\mu \in \mathbb{R}$, ώστε οι (ε) και (ζ) να είναι κάθετες.

1223. Να αποδειχθεί ότι η εξίσωση $(\alpha^2 - \alpha - 2)x + (\alpha^2 + 2\alpha - 3)y + \alpha^2 - 9 = 0$ παριστάνει ευθεία για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$. Για ποιες τιμές του α η ευθεία αυτή διέρχεται από την αρχή των αξόνων και για ποιες από το σημείο $A(-1, 0)$.

1224. Ναδειχθεί ότι οι ευθείες της οικογένειας $\varepsilon: (\lambda + 1)x + (\lambda - 1)y + 2\lambda = 0$, με $\lambda \in \mathbb{R}$ διέρχονται από το ίδιο σημείο A και μετά να βρείτε εκείνη την ευθεία της οικογένειας που είναι κάθετη στην ευθεία $\eta: y = 2x$.

1225. (Κάθε υποερώτημα είναι ξεχωριστό)

- Να βρείτε τις τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$ για τις οποίες η εξίσωση : $(\alpha^2 - 1)x + (\alpha^2 + 2\alpha + 1)y - \alpha^2 + 1 = 0$ (1) παριστάνει ευθεία.



- Για ποια τιμή του $\alpha \in \mathbb{R}$ η παραπάνω ευθεία διέρχεται από το σημείο $A(1,0)$;
- Για ποια τιμή του $\alpha \in \mathbb{R}$ η παραπάνω εξίσωση είναι παράλληλη με τον $y'y$;
- Για $\alpha = 0$ η ευθεία (1) τι γωνία σχηματίζει με τον άξονα $x'x$;
- Αν η ευθεία είναι παράλληλη στο διάνυσμα με συντεταγμένες $(1,2)$ να υπολογίσετε την τιμή του α .

1226. Να βρεθεί η οξεία γωνία των ευθειών $\varepsilon_1: 4x - 3y - 5 = 0$ και $\varepsilon_2: 7x + y - 10 = 0$.

1227. Να υπολογίσετε την οξεία γωνία που σχηματίζουν οι ευθείες $(\varepsilon): 3x + y - 5 = 0$ και $(\zeta): 2x - y + 1 = 0$.

1228. Να υπολογίσετε την οξεία γωνία που σχηματίζουν οι ευθείες $(\varepsilon): 5x - y + 3 = 0$ και $(\zeta): 3x + 2y - 5 = 0$.

1229. Να υπολογίσετε την οξεία γωνία που σχηματίζουν οι ευθείες $(\varepsilon): \sqrt{3}x - y + 7 = 0$ και $(\zeta): \sqrt{3}x - 3y + 13 = 0$.

1230. Να υπολογίσετε την οξεία γωνία που σχηματίζουν οι ευθείες $(\varepsilon): 2x + y - 3 = 0$ και $(\zeta): (2 - \sqrt{3})x + (2\sqrt{3} + 1)y - 5 = 0$.

1231. Δίνεται η ευθεία $(\varepsilon): \sqrt{3}x - y + 2 = 0$ και το σημείο $P(2,3)$. Να βρείτε ευθεία (ζ) που διέρχεται από το P και σχηματίζει με την ευθεία (ε) οξεία γωνία ίση με 30° .

1232. Δίνεται η ευθεία $(\varepsilon): \sqrt{3}x - 3y + 5 = 0$ και το σημείο $P(\sqrt{3}, -4)$. Να βρείτε ευθεία (ζ) που διέρχεται από το P και σχηματίζει με την ευθεία (ε) οξεία γωνία ίση με 60° .

1233. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB: y = 3x - 1$, διάμεσος $\Gamma M: y = 5$ και ύψος $AD: y = -2x + 14$.

- Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A, M και B .
- Να βρείτε την εξίσωση της πλευράς $B\Gamma$,
- Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Γ
- Να βρείτε τη γωνία B .

1234. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: \lambda x + 8y - 4\lambda + 4 = 0$ και $\varepsilon_2: (\lambda - 1)x + (\lambda + 2)y - 3\lambda + 4 = 0$. Να βρεθούν οι σχετικές θέσεις των ευθειών για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$.



- 1235.** Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: \lambda x + (\lambda - 2)y - 2 = 0$ και $\varepsilon_2: (\lambda - 1)x + (\lambda - 3)y - 4 = 0$. i. Να αποδείξετε ότι οι ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ τέμνονται για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$. ii. Να αποδείξετε ότι για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, το σημείο τομής M των $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ κινείται πάνω σε ευθεία.
- 1236.** Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: \lambda x + (\lambda + 1)y - 3 = 0$ και $\varepsilon_2: (\lambda - 2)x + \lambda y - 1 = 0$.
- Να βρεθεί για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ οι $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ έχουν μοναδικό κοινό σημείο.
 - Να βρεθεί το $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η ευθεία $(\zeta): 3x + 2y + 3 = 0$ να διέρχεται από το μοναδικό κοινό σημείο των $\varepsilon_1, \varepsilon_2$.
- 1237.** Οι ευθείες $\varepsilon_1: \mu x + (\mu - 6)y + \mu + 2 = 0$ και $\varepsilon_2: (\mu - 2)x + (\mu - 5)y - \mu - 3 = 0$ είναι παράλληλες. Να βρείτε το μ .
- 1238.** Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: \lambda x + (\lambda + 3)y - 6 = 0$ και $\varepsilon_2: (\lambda - 1)x + (\lambda + 2)y - 3 = 0$. i. Να αποδείξετε ότι οι ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ τέμνονται για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$. ii. Να αποδείξετε ότι για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, το σημείο τομής M των $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ κινείται πάνω σε ευθεία.
- 1239.** Δίνεται η εξίσωση $6x^2 - y^2 = xy$ (1). i. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει δυο ευθείες, των οποίων να βρείτε τις εξισώσεις. ii. Να βρείτε τη γωνία των δυο αυτών ευθειών.
- 1240.** Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2y^2 - xy - 3x + 9y - 4 = 0$ (1). Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει δυο ευθείες, των οποίων να βρείτε τις εξισώσεις.
- 1241.** Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 - 2xy - 2x + 2y - 3 = 0$ (1).
- Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει δυο παράλληλες ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$
 - Έστω ότι οι ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ τέμνουν τον άξονα $y'y$ στα σημεία A και B αντίστοιχα και έστω M το μέσο του AB .
 - Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ζ) που διέρχεται από το M και είναι παράλληλη στις $\varepsilon_1, \varepsilon_2$.
- 1242.** Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 2y^2 - 3xy - 7x - y + 3 = 0$ (1).
- Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει δυο ευθείες, οι οποίες είναι κάθετες
 - Να βρείτε το σημείο τομής των δυο ευθειών.



Οικογένεια ευθειών

Οικογένεια ευθειών : $Ax+By+\Gamma=0$

1243. Δίνεται η εξίσωση :

$$(2a^2 + 3a - 5)x + (a^2 - a - 2)y + 1 - 2a = 0, \text{ να εξετάσεις αν}$$

- παριστάνει ευθεία για κάθε τιμή του a ,
- για ποια τιμή του a διέρχεται από $(0,0)$
- αν ορίζεται πάντα ο συντελεστής διεύθυνσης.

$$\mathbb{R}, a = \frac{1}{2}, a \neq -1, 2$$

- Δεν ορίζεται όταν υπάρχει λ ώστε $A=0$ και $B=0$
- Είναι $//$ xx' όταν $A=0$
- Είναι $//$ yy' όταν $B=0$
- Διέρχεται από $(0,0)$ όταν $\Gamma=0$
- Σχηματίζει ω με xx' όταν :

$$\lambda_{\varepsilon} = -\frac{A}{B} = \varepsilon\varphi\omega$$

1244. Να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες της μορφής $(2\alpha^2 + \alpha + 3)x + (\alpha^2 - \alpha + 1)y + (3\alpha + 1) = 0, \alpha \in \mathbb{R}$ διέρχονται από το ίδιο σημείο.

1245. Δίνεται η εξίσωση: $(x-2y+5)+\lambda(3x+2y+7)=0$, όπου $\lambda \in \mathbb{R}$. Ν.δ.ο.

- Για κάθε τιμή της παραμέτρου λ η εξίσωση παριστάνει ευθεία γραμμή
- Όλες οι ευθείες που ορίζονται από την εξίσωση (1) (Οικογένεια ευθειών) διέρχονται από το ίδιο σημείο.
- Ποια από τις παραπάνω ευθείες είναι κάθετη στην ευθεία $\zeta : y = 2x$;

1246. Έστω η εξίσωση $(\mu-1)x + \mu y + \mu^2 = 0$

- Να αποδείξεις ότι για κάθε πραγματική τιμή του μ παριστάνει ευθεία γραμμή.
- Πότε η ευθεία αυτή είναι παράλληλη προς τον άξονα $x'x$,
- πότε προς τον $y'y$
- πότε διέρχεται από την αρχή των αξόνων;

1247. Δίνεται η εξίσωση : $(2a^2 - 1)x + (3a^2 - a - 2)y + 5a^2 - a = 0$, να βρεις

- για ποιες τιμές του a παριστάνει ευθεία.
- Πότε η ευθεία είναι $//$ xx' .
- Πότε η ευθεία είναι $//$ yy' .
- Πότε διέρχεται από $A(1,3)$.
- Πότε σχηματίζει 135° γωνία με xx' .

$$\mathbb{R}, a = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, a = 1, -\frac{2}{3}, \dots$$

1248. Δίνεται η εξίσωση : $(-x + 2y - 1) + \mu(2x + 3y + 4) = 0$, να βρεις

- για ποιες τιμές του μ παριστάνει ευθεία.
- Πότε η ευθεία είναι $//$ xx' .



- Πότε η ευθεία είναι $// \gamma\gamma'$.
- Πότε διέρχεται από $A(1,3)$.
- Πότε σχηματίζει 135° γωνία με $\chi\chi'$.

$$\mathbb{R}, \frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, -\frac{4}{15}, -3$$

1249. Δίνεται η εξίσωση : $(a^2 + b^2)x - (a + 2b)y + 5 = 0$

- Να βρεις τα α, β ώστε να παριστάνει ευθεία
- Να βρεις τα α, β ώστε η ευθεία να διέρχεται από το $A(1,2)$

$$a = 1, b = -2$$

1250. Δίνεται η εξίσωση : $(3a - 1)x + (a - 1)y + 4 - 8a = 0$

- Ν.δ.ο. παριστάνει ευθεία για κάθε α
- Ν.δ.ο. η ευθεία διέρχεται από σταθερό σημείο

$$M(2,2)$$

1251. Δίνεται η εξίσωση : $(\vec{ab} - 1)x + (\vec{ab} + 1)y + 1 = 0$

- Ν.δ.ο. παριστάνει ευθεία για κάθε διάνυσμα
- Ν.δ.ο. η ευθεία διέρχεται από σταθερό σημείο

$$M\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

1252. Δίνονται οι εξισώσεις : $ax - y + 1 = 0$ & $(a + 1)x - (1 - a)y + 4 = 0$

- Ν.δ.ο. παριστάνουν ευθεία για κάθε α
- Να βρεις το α ώστε η 1^η να είναι παράλληλη στην $4x - 2y + 3 = 0$
- Να βρεις το α ώστε η 2^η να είναι κάθετη στην $x - 3y + 4 = 0$
- Ν.δ.ο. τέμνονται για κάθε α
- Να βρεις την οξεία γωνία των ευθειών
- Ν.δ.ο. η 2^η διέρχεται από σταθερό σημείο

$$\forall a \in \mathbb{R}, a = 2, a = -\frac{1}{2}, \forall a, \frac{\pi}{4}, M(-2, 2)$$



1253. Ν.δ.ο. για οποιαδήποτε μη μηδενικά διανύσματα $\vec{a}, \vec{b}$ διέρχεται από σταθερό σημείο η

ευθεία : $2|\vec{a} + \vec{b}|^2 x + |\vec{a} - \vec{b}|^2 y + 4\vec{a}\vec{b} = 0$ $M\left(\frac{1}{2}, 1\right)$

Παραλληλία & καθετότητα παραμετρικών ευθειών

1254. Να βρεις τις τιμές του α ώστε να είναι

$\varepsilon_1 : (a - 2)x + (a - 1)y - 1 = 0 // \varepsilon_2 : (3a - 7)x + (a + 1)y + a = 0$

$a = 3, \frac{3}{2}$

1255. Να βρεις το k ώστε να είναι

$(k + 3)x + (k^2 - 4)y + 5k = 0 \perp (2k + 5)x - 2ky - 1 = 0$

1256. Να βρεις το k ώστε

$(k + 2)x - (2k - 1)y - 3k = 0 \perp (k + 1)x + (k - 1)y + 2k - 2 = 0$

$3 \pm \sqrt{10}$

1257. Να βρεις το α ώστε $\alpha x + (a - 1)y - 3 = 0 // (3a - 4)x + (2a - 3)y + a - 1 = 0$

2

Παραλληλία και
καθετότητα
παραμετρικών ευθειών :

κάθε ευθεία $Ax + By + \Gamma = 0$
αντιπροσωπεύεται από

διάνυσμα : $\vec{d} = (B, -A)$,

οπότε για τις δύο ευθείες
φτιάχνεις δύο διανύσματα
και εφαρμόζεις παραλληλία
και καθετότητα σ αυτά



Ευθείες

1258. Τα μέσα πλευρών τριγώνου είναι $K(2,1), M(0,-3), N(1,5)$, να βρεις τις εξισώσεις των πλευρών του .

$$(3,9), (1,-7), (-1,1)$$

1259. Θεωρούμε την ευθεία $2x - 5y + 1 = 0$ και τα σημεία $A(1,2), B(-3,4)$. Να βρεις το σημείο M της ευθείας ώστε το τρίγωνο MAB να είναι ορθογώνιο στο M .

1260. Να βρεις το σημείο της ευθείας $x + y - 3 = 0$ που ισαπέχει από τα σημεία $A(3,1), B(4,6)$

$$\left(-\frac{3}{2}, \frac{9}{2}\right)$$

1261. Έστω τα σημεία $A(3,1), B(1,3), 3x + y - 6 = 0$, να βρεις το Γ της ευθείας ώστε το $AB\Gamma$ να είναι ισοσκελές στο Γ

$$\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

1262. Ν.δ.ο. τα σημεία $A(-1,3), B(0,2), C(3,4), D(8,3)$

- δημιουργούν ισοσκελές τραπέζιο
- να βρεις τις εξισώσεις των διαγωνίων του
- και της διαμέσου .
- Να βρεις το σημείο τομής των διαγωνίων του

1263. Έστω τα σημεία $A(2,-3), B(1,2), C(3,2)$. Να βρεις την ευθεία που διέρχεται από το

$$A, \varepsilon \perp \vec{\delta} = 2\vec{AB} - 3\vec{AC}$$

$$y = -x - 1$$



Δύσκολες εφαρμογές ευθειών

1264. Έστω ευθείες $\varepsilon_1 : x + y - 4 = 0$, $\varepsilon_2 : 3x - 2y + 6 = 0$, $A(1, -5)$, Να βρεις το Ν της ε_1 ώστε το μέσο Μ του ΑΝ να ανήκει στην ευθεία ε_2
1265. Να αποδείξεις ότι η εξίσωση $2y^2 - 3xy - 2x^2 = 0$ παριστάνει ζεύγος δύο ευθειών. Ποια είναι η σχετική θέση των δύο ευθειών ;
1266. Σε τρίγωνο ΑΒΓ, $A(1, 2)$ και μία πλευρά και μία διάμεσός του αντίστοιχα έχουν εξισώσεις $y = x - 5$, $x = 2$, να βρεις τις συντεταγμένες των άλλων κορυφών
 $(2, -3), (3, -2)$
1267. Σε τρίγωνο ΑΒΓ, $A(1, 2)$ και δύο διάμεσοί του αντίστοιχα έχουν εξισώσεις $x - 3y + 1 = 0$, $y = 1$, να βρεις τις συντεταγμένες των άλλων κορυφών
 $(0, -1), (6, 1)$
1268. Να βρεις την ευθεία που διέρχεται από το $A(2, 3)$ και το τμήμα που αποκόπτει από τους άξονες έχει μέσο το Α
 $-\frac{3}{2}$
1269. Να βρεις την ευθεία που διέρχεται από το $A(2, 3)$ και το τμήμα που αποκόπτει από τους άξονες έχει μήκος 3
1270. Να βρεις την ευθεία που διέρχεται από το $A(2, 3)$ και δημιουργεί με άξονες τρίγωνο με εμβαδό 6
1271. Να βρεις την ευθεία που διέρχεται από $A(1, 1)$ και το τμήμα που αποκόπτει από τους άξονες χωρίζεται από το Α σε λόγο 2
 $\lambda = \pm\sqrt{7}$
1272. Σε τρίγωνο ΑΒΓ με $A(2, 1)$ οι εξισώσεις δύο υψών είναι $3x + y - 11 = 0$, $x - y + 3 = 0$, να βρεις τις εξισώσεις των πλευρών του τριγώνου και το τρίτο ύψος
 $y = -x + 3, y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}, y = -1$
1273. Σε τρίγωνο ΑΒΓ με $A(1, 2), B(3, 2)$, ορθόκεντρο $H(2, -1)$, να βρεις τις εξισώσεις των πλευρών



$$y = 2, y = \frac{1}{3}x + 1, y = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$$

1274. Σε τρίγωνο ΑΒΓ με $AB: y = 12 - 4x, \nu_a: x + y = \frac{9}{2}, \nu_b: y = \frac{5}{4}(x - 3)$, να βρεις

- εξισώσεις πλευρών και
- 3^ο ύψος

1275. Σε τρίγωνο ΑΒΓ με $B\Gamma: 2y - x = 7, \mu_b: y = -x + 9, \mu_\gamma: y = -2x + 11$, να βρεις

- τις εξισώσεις πλευρών και
- 3^η διάμεσο

$$B\left(\frac{11}{3}, \frac{16}{3}\right), \Gamma(3, 5)$$

1276. Έστω ΑΒΓ με $A(3, -1)$, ύψος $x + y - 1 = 0$, διάμεσος $2x + 3y - 2 = 0$, να βρεις κορυφές τριγώνου και εξισώσεις πλευρών

1277. Σε ΑΒΓ με κορυφή $A(3, 2)$, διαμέσους: $x + y = 0, 4x - y + 10 = 0$, να βρεις κορυφές και εξισώσεις πλευρών

1278. Δίνονται δύο πλευρές παραλληλογράμμου με εξισώσεις: $x + 2y - 1 = 0, 2x + y = 2$ και κέντρο το $K(3, -2)$, να βρεις κορυφές του

$$(1, 0), (5, -4), \left(\frac{11}{3}, -\frac{4}{3}\right), \dots$$

1279. Σε ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμο δύο πλευρές είναι: $2x + y - 1 = 0, 8x + 3y + 1 = 0$ και μία διαγώνιός του: $3x + 2y = -3$, να βρεις κορυφές του

$$(-2, 5), (1, -3), (5, -9), (8, -17)$$

1280. Αν ΑΒΓΔ ορθογώνιο έχει κορυφή $A(2, -4)$, πλευρές: $3x + 4y - 7 = 0, 4x - 3y - 1 = 0$, να βρεις κορυφές του

$$(1, 1), \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right), \dots$$

1281. Ευθεία $x + y - 3 = 0$ αποκόπτει από τους άξονες τμήμα που είναι διαγώνιος ρόμβου, όπου η μία κορυφή του έχει τετμημένη 2, να βρεις τις άλλες κορυφές

$$(1, 1), (2, 2)$$

1282. Να βρεις τις ευθείες που διέρχονται από το $A(2, -1)$ και ορίζουν με άξονες ισοσκελές τρίγωνο



1283. Να βρεθεί η οξεία γωνία των ευθειών $\varepsilon_1 : x - y + 1 = 0$ και $\varepsilon_2 : 2x + y - 3 = 0$.

1284. Αν η ευθεία $y = kx + b$ τέμνει τους άξονες στα Β, Γ με $|\overline{OB}| = |\overline{OG}| \Rightarrow k =$;

$k = \pm 1$

1285. Να βρεις τις ευθείες που διέρχονται από το σημείο $A(2, -1)$ και τέμνουν τις ευθείες $2x + 3y - 6 = 0, 2x + 3y + 6 = 0$ σε δύο σημεία με απόσταση 4.

1286. Μία ευθεία ε διέρχεται από το σημείο $A(-1, 1)$ της $x + 2y = 1$ και τέμνει την ευθεία $x + 2y = 3$ σε σημείο Β. Να βρεις την εξίσωση της ε , αν είναι γνωστό ότι το μέσο του ΑΒ είναι σημείο της ευθείας $y = x - 1$

1287. Να αποδείξεις ότι η εξίσωση : $6x^2 - xy - y^2 = 0$

- Παριστάνει 2 ευθείες
- Να βρεις την οξεία γωνία που σχηματίζουν

$y = 2x, y = -3x, 45$

1288. Ποια η σχετική θέση των ευθειών : $kx - y = k + 1$ & $x - y = 2$

1289. Φωτεινή ακτίνα διερχόμενη από το σημείο Σ (2, 3) και προσπίπτουσα στην ευθεία $x + y + 1 = 0$, μετά την ανάκλασή της διέρχεται από το σημείο Μ (1, 1). Να βρεθούν οι εξισώσεις της προσπίπτουσας και της ανακλώμενης ακτίνας.

1290. Για ποιες τιμές των λ, μ οι ευθείες (ε_1) : $(\mu + 1)x - 2\mu y = \lambda$ και (ε_2) : $(\mu - 1)x - 3y = 2\lambda - 1$:

- τέμνονται.
- είναι παράλληλες.
- συμπίπτουν.

1291.



Αποστάσεις

1292. Να βρεις την απόσταση του σημείου $A(3, -1)$ από την ευθεία $2x - 4y + 1 = 0$

$$\frac{11}{\sqrt{20}}$$

1293. Να βρεις την απόσταση του $O(0, 0)$ από την ευθεία $y = 2x - 3$

$$\frac{3}{\sqrt{5}}$$

1294. Να βρεις το k ώστε η απόσταση του σημείου $A(1, -2)$ από την $4x + 3y + k = 0$ να είναι 2

$$-8, 12$$

1295. Να βρεις την απόσταση των ευθειών : $x + 2y - 3 = 0, 2x + 4y + 5 = 0$

$$\frac{11}{\sqrt{20}}$$

1296. Δίνονται τα σημεία : $A(2, 3), B(8, -2), C(0, 1)$ και η ευθεία $\varepsilon : x + y = 6$. Να υπολογίσεις τις αποστάσεις

- $AB,$
- $BC,$
- $AC,$
- $d(A, \varepsilon)$
- $d(B, \varepsilon)$
- $d(C, \varepsilon)$

$$\sqrt{61}, \sqrt{73}, 2\sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0, \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

1297. Να βρεις τα a, b ώστε οι ευθείες με εξισώσεις $x + ay + 1 = 0, 2x + 2y + b = 0$ να είναι παράλληλες με απόσταση $2\sqrt{2}$

$$a = 1, b = -6, 10$$

1298. Να βρεις την απόσταση του σημείου $A(2, -3)$ από την ευθεία

$$2x + 3y + 1 = 0$$

Να βρεις την απόσταση :

- Σημείο με σημείο :
 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ τότε
$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
- Σημείο με ευθεία :
 $M(x_M, y_M), \varepsilon : Ax + By + \Gamma = 0$
$$\Rightarrow d(M, \varepsilon) = \frac{|Ax_M + By_M + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$
- Ευθεία με ευθεία : βρίσκεις ένα σημείο σε μία από τις δύο ευθείες και υπολογίζεις την απόστασή του από την άλλη ευθεία



- $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = \frac{1}{2}$
- $5x - 3y - 1 = 0$
- $y = 3x + 2$

1299. Να αποδειχτεί ότι η απόσταση των ευθειών $\varepsilon_1 : y = \lambda x + \beta_1$ και $\varepsilon_2 : y = \lambda x + \beta_2$ δίνεται από τον τύπο

$$d(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = \frac{|\beta_1 - \beta_2|}{\sqrt{1 + \lambda^2}}.$$

1300. Ποιο σημείο της ευθείας $3x + 2y = 3$ ισαπέχει από τα σημεία $A(1,3)$ και $B(7,9)$;

1301. Έστω τα σημεία $A(-3,0), B(-2,0), \Gamma(-4,2)$. Να βρεις το γεωμετρικό τόπο των σημείων $M(x,y)$ για τα οποία ισχύει: $(MB)\Gamma = 2(AB)\Gamma$

1302. Να βρεις τις εξισώσεις των ευθειών που διέρχονται από το $M(3,2)$ και απέχουν από την αρχή των αξόνων απόσταση 3

$$\lambda = -\frac{5}{12}$$

1303. Να βρεις την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη στην $2x - 3y + 1 = 0$ και απέχει από το σημείο $A(2,-1)$ απόσταση 3

$$b = -\frac{7}{3} \pm \sqrt{13}$$

1304. Να βρεις τους θετικούς αριθμούς α, β ώστε οι ευθείες $\varepsilon_1 : x + by + 1 = 0, \varepsilon_2 : 2by + 2y + \alpha = 0$ να είναι παράλληλες και η απόστασή τους να είναι $2\sqrt{2}$

$$b = 1, \alpha = 10$$

1305. Η ευθεία $\varepsilon : 2x - y + 10 = 0$ είναι μεσοπαράλληλη δύο παράλληλων ευθειών ε_1 και ε_2 , που απέχουν 10 μονάδων. Να βρεις τις εξισώσεις των ευθειών αυτών.

1306. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας, η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων και ισαπέχει από τα σημεία $A(0,4), B(0,-4)$.

1307. Να βρείτε τα σημεία της ευθείας $2x - 4y + 2 = 0$, τα οποία απέχουν από την ευθεία $2x - 5y + 6 = 0$ απόσταση ίση με 1.

1308. Να βρεις τις εξισώσεις των ευθειών που διέρχονται από την αρχή των αξόνων και ισαπέχουν από τα σημεία $A(3,1), B(-2,2)$

$$y = 3x, y = -\frac{1}{5}x$$

1309. Να βρεις την απόσταση των ευθειών $\varepsilon_1 : 2x - 3y + 1 = 0, \varepsilon_2 : 4x - 6y + 7 = 0$

$$\frac{5}{\sqrt{52}}$$

Εκφράσεις : Η απόσταση του A από B είναι 3: $AB = 3 \Rightarrow \sqrt{\dots\dots\dots} = 3$

Η απόσταση A από την ε είναι 2 : $d(A, \varepsilon) = 2 \Rightarrow \frac{|\dots\dots\dots|}{\sqrt{\dots\dots\dots}} = 2$,

Το A ισαπέχει από B, Γ : $AB = A\Gamma \Rightarrow \sqrt{\dots\dots\dots} = \sqrt{\dots\dots\dots}$,

Το A ισαπέχει από B και ευθεία ε : $AB = d(A, \varepsilon) \Rightarrow \sqrt{\dots\dots\dots} = \frac{|\dots\dots\dots|}{\sqrt{\dots\dots\dots}}$,

Το A ισαπέχει από ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$: $d(A, \varepsilon_1) = d(A, \varepsilon_2) \Rightarrow \frac{|\dots\dots\dots|}{\sqrt{\dots\dots\dots}} = \frac{|\dots\dots\dots|}{\sqrt{\dots\dots\dots}}$



- 1310.** Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από το σημείο τομής των ευθειών $2x - y + 1 = 0$ και $x - 2y + 5 = 0$ και απέχει από το σημείο $A(2, 3)$ απόσταση ίση με $\frac{1}{2}$.
- 1311.** Να βρεις την εξίσωση της ευθείας η οποία έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = -3$ και απέχει από την αρχή των αξόνων απόσταση ίση με 5 μονάδες.
- 1312.** Να βρεις την εξίσωση της ευθείας που ισαπέχει από τις ευθείες $3x + y = 7$, $6x + 2y - 1 = 0$
 $12x + 4y - 15 = 0$



Μεσοπαράλληλη και διχοτόμος

1313. Να βρεις τη διχοτόμο των ευθειών : $y = 2x + 3, 4y - 2x = 2$

$$x + y + 2 = 0, -3x + 3y - 4 = 0$$

1314. Να αποδείξεις ότι οι ευθείες $2x - 3y = 5, 2x - 3y = 7$ είναι παράλληλες και να βρεις τη μεσοπαράλληλό τους .

$$2x - 3y = 6$$

1315. Να βρεις τη μεσοπαράλληλη των ευθειών $y = x, y = x + 4$

$$y = x + 2$$

1316. Να αποδείξεις ότι οι ευθείες $2x - 3y = 5, 2x - 3y = 7$ είναι παράλληλες και να βρεις τη μεσοπαράλληλό τους .

$$2x - 3y = 6$$

1317. Να βρεις τη διχοτόμο των ευθειών $y = x + 5, y = -x + 3$, καθώς και τη γωνία τους

$$x = -1, y = 4, 90$$

1318. Να βρείτε τις εξισώσεις των διχοτόμων των γωνιών που σχηματίζουν οι ευθείες $4x - 3y + 1 = 0$ και $5x - 12y + 4 = 0$.

1319. Να βρεις τη μεσοπαράλληλη των ευθειών $y = x, y = x + 4$

$$y = x + 2$$

1320. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με κορυφή $A(1, 2)$ όπου δύο του πλευρές έχουν εξισώσεις :

$$x + y = 1, x - y = 1, \text{ να βρεις}$$

- Εξισώσεις των άλλων δύο πλευρών
- Την απόσταση του Α από την $x + y = 1$
- Τη διχοτόμο των ευθειών $x + y = 1, x - y = 1$
- Να βρεις τις μεσοπαράλληλες των πλευρών του παραλληλογράμμου

$$y = x + 1, y = -x + 3, \frac{2}{\sqrt{2}}, y = 0, x = 1, y = x, y = 2 - x$$

1321. Οι εξισώσεις των πλευρών μιας γωνίας είναι $x + y = 2, 2x - y = 1$, να βρεις

- Κορυφή γωνίας
- Διχοτόμο γωνίας

$$(1, 1), \dots$$



1322. Να βρες τη μεσοπαράλληλη των ευθειών : $\varepsilon_1 : x - 2y + 1 = 0, \varepsilon_2 : 2x - 4y + 3 = 0$

$$4x - 8y + 5 = 0$$

1323. Το Α κινείται πάνω στην ευθεία $y = x$, να αποδείξεις ότι το συμμετρικό του Α ως προς την ευθεία $x + 2y + 1 = 0$ κινείται πάνω στην ευθεία με εξίσωση : $y = 7x + 2$

1324. Να βρεις την εξίσωση της ευθείας της οποίας κάθε σημείο ισαπέχει από τις ευθείες $\varepsilon_1 : 3x + 4y + 2 = 0, \varepsilon_2 : 8x + 6y - 3 = 0$

$$-2x + 2y = -7, 14x + 14y = -1$$



Γωνία ευθειών και εμβαδά

1325. Να βρεις τη γωνία των ευθειών :

$$\varepsilon_1 : 4x - 3y - 5 = 0, \varepsilon_2 : 7x + y - 10 = 0$$

135

1326. Να αποδείξεις ότι οι κορυφές

$$A(2,3), B(4,3), C(6,-1), D(8,-1)$$

- Δημιουργούν παραλληλόγραμμο
- Να βρεις το εμβαδόν του

$$AB\Delta\Gamma \#, E = 8$$

1327. Δίνονται κορυφές τραπέζιου : $A(1,2), B(4,3), C(6,-1), D(a, 2a-1)$, να βρεις :

- α
- εμβαδό

$$a = -\frac{6}{5}, \frac{5}{4}, \dots$$

1328. Να βρεις τη γωνία μεταξύ των ευθειών : $y = 2, y = x$

45

1329. Να βρεις τη διχοτόμο των ευθειών $y = x + 5, y = -x + 3$, καθώς και τη γωνία τους

$$x = -1, y = 4, 90$$

1330. Να βρεις τη γωνία των ευθειών $y = 2x - 1, y = 3x - 6$

$$\frac{7}{\sqrt{50}}$$

1331. Να βρεις το εμβαδό του τριγώνου ABΓ με κορυφές $A(1,2), B(-5,-6), C(2,2)$

4

1332. Να βρεις το εμβαδό παραλληλογράμμου ABΓΔ με κορυφές $A(1,1), B(2,2), C(5,-8)$.

13

1333.

1334. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου με κορυφές:

- $A(1,1), B(2,3), \Gamma(3,0)$
- $A(-2,4), B(2,-6), \Gamma(5,4)$

Να βρεις γωνία ευθειών : Υπολογίζεις το λ των ευθειών και δημιουργείς τα διανύσματα : $\vec{\delta}_1 = (1, \lambda_1), \vec{\delta}_2 = (1, \lambda_2)$ οπότε υπολογίζεις τη γωνία τους .

Υπολογισμός εμβαδού τριγώνου ABΓ : δημιουργώ τα διανύσματα : $\vec{AB}, \vec{AG}$ και υπολογίζω το $\det$ τους οπότε $(AB\Gamma) = \frac{1}{2} |\det(\vec{AB}, \vec{AG})|$

Να βρεις το εμβαδό τετραπλεύρου ABΓΔ : φέρνω τη διαγώνιο και υπολογίζω το εμβαδό των δύο τριγώνων που δημιουργούνται . Προσοχή , αν το τετράπλευρο είναι παραλληλόγραμμο, ορθογώνιο, ρόμβος, τετράγωνο τα δύο τρίγωνα που δημιουργώ με διαγώνιο είναι ίσα .



- $A(4,5), B(3,4), \Gamma(-5,-4)$.

1335. Δίνονται τα σημεία $A(2,1)$ και $B(2,3)$. Να βρεις το σημείο M του άξονα $x'x$, για το οποίο το εμβαδόν του τριγώνου MAB είναι ίσο με 8.

1336. Δίνονται τα σημεία $A(4,3), B(6,4)$, να βρεις το σημείο M , τέτοιο, ώστε $MA = MB$ και $(MAB) = 10$.

1337. Ενός παραλληλόγραμμου $AB\Gamma\Delta$ οι τρεις κορυφές του έχουν συντεταγμένες $(-3,1)$, $(-2,3)$ και $(4,-5)$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του παραλληλόγραμμου.

1338. Δίνονται τα σημεία $A(4,3), B(6,4)$, να βρεις το σύνολο των σημείων M για τα οποία ισχύει $(MAB) = 4$

1339. Να βρεις το εμβαδό του τριγώνου που σχηματίζεται από τις ευθείες $\varepsilon_1 : x + y - 2 = 0, \varepsilon_2 : 2x - y + 1 = 0, \varepsilon_3 : x - 3y - 3 = 0$

$$\left(\frac{3}{4}, -\frac{1}{4}\right), \left(\frac{1}{3}, \frac{5}{3}\right), \left(-\frac{6}{5}, -\frac{7}{5}\right)$$

1340. Να βρεις την ευθεία που διέρχεται από το $A(1,2)$ και φτιάχνει με άξονες εμβαδό 12.

$$(k-2)^2 = 24|k|$$

1342. Να βρεθεί η απόσταση

- του σημείου $M(1,3)$ από την ευθεία $(\varepsilon): 3x - 4y - 11 = 0$
- του σημείου $P(2, -3)$ από την ευθεία $(\eta): 5x + 12y - 13 = 0$
- του σημείου $N(1,2)$ από την ευθεία $(\varepsilon): 5x - 12y - 7 = 0$

1343. Να βρείτε τις αποστάσεις του σημείου $A(1,4)$ από τις ευθείες : i. $(\varepsilon): y = 2x - 8$ ii. $(\zeta): y = 3x - 9$ iii. $(\eta): y = 5$ iv. $(\theta): x = 7$

1344. Να αποδείξετε ότι το σημείο $A(-1,3)$ απέχει από τις ευθείες $(\varepsilon): 12x + 5y + 10 = 0$ και $(\eta): 3x + 4y - 14 = 0$

1345. Δίνονται τα σημεία $A(4, -2), B(2, -8), \Gamma(-1,13)$. Να βρείτε : i. Την εξίσωση της ευθείας $B\Gamma$ ii. Την απόσταση του σημείου A από την ευθεία $B\Gamma$.

1346. Δίνονται οι ευθείες $(\varepsilon): 2x + y - 1 = 0, (\zeta): 7x + 2y + 4 = 0$ και $(\eta): 3x - y - 9 = 0$. Να βρείτε την απόσταση του σημείου τομής των (ε) και (ζ) από την ευθεία (η) .



- 1347.** Δίνονται οι ευθείες $(\varepsilon): 5x + y - 9 = 0$, $(\zeta): 3x - 2y - 8 = 0$ και $(\eta): \lambda x + 3y - 3\lambda - 6 = 0$. Να βρείτε για ποια τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$, το σημείο τομής των ευθειών (ε) και (ζ) απέχει από την ευθεία (η) απόσταση ίση με $\sqrt{10}$.
- 1348.** Δίνεται η εξίσωση $2x + y - 5 + \lambda(x + 2y - 1) = 0$ (1).
- Να αποδειχτεί ότι η (1) παριστάνει εξίσωση ευθείας για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.
 - Να αποδείξετε ότι οι ευθείες της (1) διέρχονται από σταθερό σημείο P το οποίο και να βρείτε.
 - Να βρεθεί η απόσταση του σημείου P από την ευθεία $(\eta): 5x + 12y + 10 = 0$
- 1349.** Δίνεται η ευθεία $(\varepsilon): y = 2x - 3$. Να βρείτε :
- Την απόσταση του σημείου $A(6, -1)$ από την ευθεία (ε)
 - Τα σημεία της ευθείας (ε) που απέχουν από την ευθεία $(\zeta): 12x - 5y + 7 = 0$ απόσταση ίση με 2.
- 1350.** Δίνονται οι ευθείες $(\varepsilon_1): y = 2x + 7$ και $(\varepsilon_2): y = 2x - 3$. Να αποδείξετε ότι είναι παράλληλες και στη συνέχεια να βρεθεί η απόσταση των δυο ευθειών.
- 1351.** Έστω $(\varepsilon_1): y = 2x + 7$ και $(\varepsilon_2): y = 2x - 3$ δυο παράλληλες ευθείες. Να βρεθεί η απόσταση των δυο ευθειών.
- 1352.** Οι εξισώσεις 2 πλευρών ενός τετραγώνου είναι $(AB): 2x - y + 1 = 0$ και $(\Gamma\Delta): y = 2x + 5$. Να βρείτε την απόσταση των απέναντι πλευρών και στη συνέχεια το εμβαδόν του τετραγώνου.
- 1353.** Δίνονται οι ευθείες $(\varepsilon_1): ax + (2 - a)y - 24 = 0$ και $(\varepsilon_2): (a - 4)x + (5 - a)y + 18 = 0$. i. Αν οι (ε_1) και (ε_2) είναι παράλληλες να βρείτε το a ii. Την απόσταση των (ε_1) και (ε_2) .
- 1354.** Δίνεται η εξίσωση : $4x^2 + y^2 - 4xy - 6x + 3y - 4 = 0$ i. Να αποδείξετε ότι η (1) παριστάνει δυο παράλληλες ευθείες (ε_1) και (ε_2) . ii. Να βρείτε την απόσταση των δυο ευθειών.
- 1355.** Να βρεθεί η μεσοπαράλληλος των ευθειών $(\varepsilon): 2x - y - 5 = 0$ και $(\zeta): 2x - y + 3 = 0$.
- 1356.** Να βρεθεί η μεσοπαράλληλος των ευθειών $(\varepsilon): 2x + 4y - 3 = 0$ και $(\zeta): 2x + 4y + 11 = 0$.
- 1357.** Να βρεθεί η μεσοπαράλληλη των ευθειών $\varepsilon_1: 3x + y - 1 = 0$ και $\varepsilon_2: 3x + y + 5 = 0$.
- 1358.** Δίνονται οι ευθείες $(\varepsilon): 4x - 3y - 2 = 0$ και $(\zeta): 8x - 6y + 16 = 0$. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας (η) ώστε η (ε) να είναι μεσοπαράλληλη των (ζ) και (η) .



- 1359.** Η ευθεία $(\varepsilon): 3x + 4y - 5 = 0$ είναι μεσοπαράλληλη των ευθειών (ζ) και (η) , των οποίων η απόσταση είναι 10. Να βρεθούν οι εξισώσεις των (ζ) και (η) .
- 1360.** Δυο παράλληλες ευθείες απέχουν απόσταση ίση με 8 και έχουν ως μεσοπαράλληλη την ευθεία $(\eta): 3x - 4y + 12 = 0$. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών αυτών.
- 1361.** Δυο παράλληλες ευθείες απέχουν απόσταση ίση με $2\sqrt{5}$ και έχουν ως μεσοπαράλληλη την ευθεία $(\eta): x + 2y - 3 = 0$. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών αυτών.
- 1362.** Δίνονται οι ευθείες $(\varepsilon_1): ax + (a - 6)y + a + 2 = 0$ και $(\varepsilon_2): (a - 2)x + (a - 5)y - a - 3 = 0$.
- Αν οι (ε_1) και (ε_2) είναι παράλληλες να βρείτε το a
 - Την απόσταση των (ε_1) και (ε_2) .
 - Να βρεθεί η μεσοπαράλληλος των (ε_1) και (ε_2) .
- 1363.** Να βρεθούν οι διχοτόμοι των γωνιών που σχηματίζουν οι ευθείες $(\varepsilon): 2x - y + 3 = 0$ και $(\zeta): 3x - 6y + 5 = 0$. Ποια από τις παραπάνω ευθείες αντιστοιχεί στην οξεία γωνία που σχηματίζουν οι ευθείες (ε) και (ζ) ;
- 1364.** Να βρεθούν οι διχοτόμοι των γωνιών που σχηματίζουν οι ευθείες $(\varepsilon): 3x - 4y + 1 = 0$ και $(\zeta): 8x - 6y + 5 = 0$. Ποια από τις παραπάνω ευθείες αντιστοιχεί στην οξεία γωνία που σχηματίζουν οι ευθείες (ε) και (ζ) ;
- 1365.** Να βρεθούν οι διχοτόμοι των γωνιών που σχηματίζουν οι ευθείες $(\varepsilon): x + 2y - 5 = 0$ και $(\zeta): 2x + y - 7 = 0$.
- 1366.** Να βρεθούν οι διχοτόμοι των γωνιών που σχηματίζουν οι ευθείες $(\varepsilon): 3x + y + 1 = 0$ και $(\zeta): x + 3y - 5 = 0$.
- 1367.** Να βρείτε ευθεία (ε) που διέρχεται από το σημείο $A(5, -8)$ και απέχει από το σημείο $B(3, -2)$ απόσταση ίση με 2.
- 1368.** Να βρεθούν οι εξισώσεις των ευθειών οι οποίες είναι παράλληλες στην ευθεία $(\zeta): 3x + y - 2011 = 0$ και απέχουν από το σημείο $A(-4, 2)$ απόσταση ίση με $2\sqrt{10}$.
- 1369.** Να βρεθούν οι εξισώσεις των ευθειών οι οποίες είναι παράλληλες στην ευθεία $(\zeta): 3x - 4y + 5 = 0$ και απέχουν από το σημείο $A(2, 3)$ απόσταση ίση με 3.



- 1370.** Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας η οποία είναι παράλληλη στην ευθεία $(\zeta): 4x + 3y - 7 = 0$ και απέχει από το σημείο $A(1,1)$ απόσταση ίση με 3.
- 1371.** Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη στην ευθεία $(\zeta): 2x - 3y + 1 = 0$ και απέχουν από το $A(2, -1)$ 3 μονάδες.
- 1372.** Να βρεθούν οι ευθείες οι οποίες διέρχονται από το σημείο $A(1,2)$ και απέχουν από το σημείο $B(3,1)$ απόσταση $d = 2$.
- 1373.** Να βρεθούν οι ευθείες οι οποίες διέρχονται από το σημείο $A(3,4)$ και απέχουν από το σημείο $B(0,2)$ απόσταση $d = 3$.
- 1374.** Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που σχηματίζουν γωνία 45° με τον άξονα $x'x$ και απέχουν από το σημείο $A(2,5)$ απόσταση ίση με $3\sqrt{2}$.
- 1375.** Να βρεθούν οι εξισώσεις των ευθειών οι οποίες είναι κάθετες στην ευθεία $(\zeta): 6x + 8y - 7 = 0$ και απέχουν από το σημείο $A(1,2)$ απόσταση ίση με 3.
- 1376.** Δίνονται οι ευθείες $(\varepsilon): x - 3y + 1 = 0$ και $(\zeta): 2x + 5y - 9 = 0$. Να βρεθούν οι ευθείες οι οποίες διέρχονται από το σημείο τομής των (ε) και (ζ) και :
- Απέχουν από την αρχή $O(0,0)$ απόσταση ίση με 2.
 - Τα σημεία $A(-1, -1)$ και $B(4,5)$ ισαπέχουν από αυτές.
- 1377.** Δίνεται η ευθεία $(\zeta): x + 2y - 25 = 0$ και το σημείο $A(3,1)$. Να βρείτε : i. Την απόσταση του σημείου A από την ευθεία (ζ) ii. Τις εξισώσεις των ευθειών που είναι κάθετες στη (ζ) και απέχουν από το A απόσταση ίση με $\sqrt{20}$.
- 1378.** Δίνονται τα σημεία $A(-2,1)$, $B(3,4)$ και $\Gamma(1, -6)$. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.
- 1379.** Δίνονται τα σημεία $A(2,4)$, $B(-6,2)$ και $\Gamma(0,10)$. i. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$. ii. Να βρείτε σημείο Δ της ευθείας $(\varepsilon): 2x - y - 3 = 0$, ώστε το τρίγωνο $B\Gamma\Delta$ να έχει εμβαδόν ίσο με 19
- 1380.** Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ με $A(2,3)$, $B(-1,4)$ και η κορυφή Γ να ανήκει στην ευθεία $(\varepsilon): 3x + y + 1 = 0$. Να βρεθούν οι συντεταγμένες του Γ .
- 1381.** Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ με $A(2, -1)$, $B(4,5)$ και η κορυφή Γ να ανήκει στην ευθεία $(\varepsilon): 2x - y - 1 = 0$. Να βρεθούν οι συντεταγμένες του Γ .



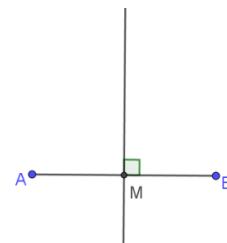
- 1382.** Δίνονται τα σημεία $A(8,3)$, $B(6,-1)$. Να βρείτε σημείο Γ που ανήκει στον άξονα $x'x$, ώστε το τρίγωνο $AB\Gamma$ να έχει εμβαδόν 7
- 1383.** Δίνονται τα σημεία $A(1,-2)$, $B(3,4)$. Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των σημείων M του επιπέδου, ώστε το τρίγωνο MAB να έχει εμβαδόν 4
- 1384.** Δίνονται τα σημεία $A(1,1)$, $B(2,2)$ και σημείο Γ που ανήκει στην ευθεία $y = x + 1$. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.
- 1385.** Δίνεται η ευθεία $(\varepsilon): 3x - 4y - 5 = 0$ και το σημείο $K(-4,2)$.
- Να βρείτε την ελάχιστη απόσταση που απέχει ένα σημείο της ευθείας (ε) από την αρχή των αξόνων.
 - Να βρείτε ποιο είναι το σημείο της ευθείας (ε) που απέχει τη μικρότερη απόσταση από την αρχή των αξόνων.
 - Να βρείτε ποιο σημείο της ευθείας (ε) απέχει τη μικρότερη απόσταση από το σημείο K .
- 1386.** Δίνονται τα σημεία $A(-2,4)$ και $B(8,-1)$.
- Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου OAB όπου O η αρχή των αξόνων.
 - Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) που διέρχεται από τα A, B
 - Ποιο σημείο της ευθείας (ε) απέχει την ελάχιστη απόσταση από το σημείο $\Gamma(5,3)$;
- 1387.** Θεωρούμε τα σημεία $M(\lambda - 4, 3\lambda - 2)$ με $\lambda \in \mathbb{R}$.
- Να αποδείξετε ότι για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ τα σημεία M κινούνται σε ευθεία (ε) , της οποίας να βρείτε την εξίσωση.
 - Να βρείτε την ελάχιστη απόσταση που απέχει ένα σημείο της ευθείας (ε) από την αρχή των αξόνων.



Το νου σας

1388. Δίνονται τα σημεία $A(1, -1)$ και $B(3, 5)$ όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

- Να βρείτε το συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας AB. (Μονάδες 7)
- Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M του τμήματος AB. (Μονάδες 8)
- Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκάθετου του τμήματος AB. (Μονάδες 10)



1389. Δίνονται τα σημεία $A(0, 5)$ και $B(6, -1)$.

- Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A και B. (Μον 5)
- Να αποδείξετε ότι το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος AB, είναι το σημείο $M(3, 2)$ (Μον 5)
- Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκάθετης ευθείας (ε) του ευθύγραμμου τμήματος AB. (Μον 15)

1390. Δίνονται τα σημεία $A(1, 3)$, $B(-2, 2)$ και η ευθεία $\varepsilon : 3x + y + \alpha = 0$ με $\alpha \in \mathbb{R}$.

- Να βρεθεί η απόσταση του σημείου A από το σημείο B. (Μονάδες 5)
- Για ποιες τιμές του α , η απόσταση AB είναι ίση με την απόσταση του σημείου A από την ευθεία ε . (Μονάδες 8)
- Για $\alpha = 4$ να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ, όπου Γ το σημείο τομής της ευθείας ε με τον άξονα $y'y$. (Μονάδες 12)

1391. Δίνονται τα σημεία $A(-3, 2)$, $B(1, 6)$ και $\Gamma(-13, -7)$.

- Να βρείτε το συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας που διέρχεται από τα A, B. (Μονάδες 7)
- Να αποδείξετε ότι η ευθεία που διέρχεται από τα A, B έχει εξίσωση $y = x + 5$. (Μονάδες 8)
- Να αιτιολογήσετε γιατί το σημείο Γ δεν είναι πάνω στην AB. (Μονάδες 10)

1392. Δίνονται τα σημεία $A(0, 2)$, $B(3, 0)$ και $\Gamma(1, 1)$.

- Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AG}$. (Μονάδες 9)
- Να εξετάσετε αν τα σημεία A, B και Γ ορίζουν τρίγωνο. (Μονάδες 8)
- Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ. (Μονάδες 8)

1393. Δίνονται οι ευθείες: $\varepsilon_1 : 2x + y = 6$ και $\varepsilon_2 : x - 2y = -2$.

- Να βρείτε το κοινό τους σημείο M. (Μονάδες 12)
- Να δείξετε ότι οι ευθείες ε_1 , ε_2 και $\varepsilon_3 : 3x - y = 4$ διέρχονται από το ίδιο σημείο. (Μονάδες 10)

1394. Δίνονται τα σημεία $A(1, 1)$ και $B(2, 3)$.

- Να βρείτε το συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας που διέρχεται από τα A, B.
- Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας AB είναι η (ε) : $y = 2x - 1$. (Μονάδες 12)



- Να εξετάσετε αν το σημείο $\Gamma(2^{100}, 5)$ ανήκει στην ευθεία (ε). (Μονάδες 13)

1395. Σε τρίγωνο ABΓ είναι $A(3, -2)$ και $\Gamma(5, 2)$. Αν το σημείο $M\left(3, \frac{1}{2}\right)$ είναι το μέσο της ΒΓ, τότε:

- Να αποδείξετε ότι $B(1, -1)$. (Μονάδες 9)
- Να βρείτε το μήκος της πλευράς ΒΓ. (Μονάδες 6)
- Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ΑΓ. (Μονάδες 10)

1396. Δίνονται οι ευθείες: $(\epsilon_1): 8x + y - 28 = 0$, $(\epsilon_2): x - y + 1 = 0$, $(\epsilon_3): 3x + 4y + 5 = 0$.

- Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής Μ των (ϵ_1) και (ϵ_2) . (Μονάδες 9)

Αν το σημείο τομής είναι το $M(3, 4)$ να υπολογίσετε:

- Το μέτρο του διανύσματος $\overrightarrow{OM}$, όπου Ο η αρχή των αξόνων. (Μονάδες 8)
- Την απόσταση του σημείου Μ από την ευθεία (ϵ_3) . (Μονάδες 8)

1397. Δίνονται οι ευθείες $\epsilon_1: y = \frac{2}{3}x + 1$ και $\epsilon_2: x = \frac{3}{2}y + 9$.

- Να αποδείξετε ότι: $\epsilon_1 \perp \epsilon_2$. (Μονάδες 12)
- Να υπολογίσετε την απόσταση των ευθειών ϵ_1 και ϵ_2 . (Μονάδες 13)

1398. Δίνονται οι ευθείες (ϵ_1) , (ϵ_2) και (ϵ_3) με εξισώσεις $x - 2y = -1$, $2x + y = 4$ και $y = -1$

αντίστοιχα.

- Να αποδείξετε ότι οι ευθείες (ϵ_1) και (ϵ_2) είναι κάθετες. (Μονάδες 8)
- Να αποδείξετε ότι οι ευθείες (ϵ_1) και (ϵ_2) τέμνονται στο σημείο $A\left(\frac{7}{5}, \frac{6}{5}\right)$. (Μονάδες 9)
- Να υπολογίσετε την απόσταση του σημείου Α από την ευθεία (ϵ_3) . (Μονάδες 8)

1399. Δίνονται οι ευθείες (ϵ_1) και (ϵ_2) με εξισώσεις $x - 3y = 4$ και $9x + 3y = 6$ αντίστοιχα.

- Να αποδείξετε ότι οι ευθείες (ϵ_1) και (ϵ_2) είναι κάθετες. (Μονάδες 8)
- Να αποδείξετε ότι οι ευθείες (ϵ_1) και (ϵ_2) τέμνονται στο σημείο $A(1, -1)$. (Μονάδες 8)
- Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από το σημείο Α και είναι κάθετη στον άξονα $x'x$. (Μονάδες 9)

1400. Δίνεται τρίγωνο ABΓ με κορυφές $A(1, 7)$, $B(-1, 5)$ και $\Gamma(3, 3)$.

- Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ. (Μονάδες 9)

Αν Μ είναι το μέσο της πλευράς ΒΓ, τότε να υπολογίσετε:

- Τις συντεταγμένες του Μ.



- Την εξίσωση της διαμέσου AM. (Μονάδες 16)

1401. Δίνονται τα σημεία A(2,1), Γ(4,-1) και το διάνυσμα $\overrightarrow{AB} = (3, -1)$.

- Να βρεθεί το σημείο B. (Μονάδες 9)

Αν B(5,0):

- Να δείξετε ότι τα σημεία A, B και Γ σχηματίζουν τρίγωνο. (Μονάδες 8)
- Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ. (Μονάδες 8)

1402. Δίνεται τρίγωνο ABΓ με κορυφές A(2,5), B(3,6) και Γ(-1,-2).

- Να βρείτε το συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας BΓ. (Μονάδες 7)
- Να βρείτε την εξίσωση του ύψους που άγεται από το A. (Μονάδες 9)
- Να βρείτε την γωνία που σχηματίζει η ευθεία AB με τον άξονα x'x. (Μονάδες 9)

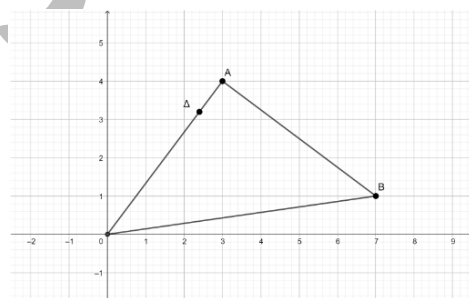
1403. Στο ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων θεωρούμε τα σημεία A(1,1), B(5,2), Γ(0,-2) και Δ(8,0).

- Να τοποθετήσετε τα παραπάνω σημεία του επιπέδου σε ένα πρόχειρο σχήμα και να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο με κορυφές τα σημεία αυτά είναι τραπέζιο. (Μονάδες 10)
- Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τραπεζίου του ερωτήματος α). (Μονάδες 15)

1404. Δίνεται το τρίγωνο AOB με A(3,4), B(7,1), O η αρχή των

αξόνων και το σημείο Δ $\left(\frac{12}{5}, \frac{16}{5}\right)$ της πλευράς AO.

- Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{OA}$ και $\overrightarrow{AD}$. (Μονάδες 7)
- Να δείξετε ότι αποδείξετε ότι $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{5}\overrightarrow{OA}$ (Μονάδες 9)
- Δίνεται ότι $(OAB) = \frac{25}{2}$ τετραγωνικές μονάδες. Να δείξετε ότι $(ADB) = \frac{1}{5}(OAB)$. (Μονάδες 9)



1405. Σε τρίγωνο ABΓ είναι A(-1,5) και B(2,1). Αν οι πλευρές ΑΓ και ΒΓ βρίσκονται πάνω στις ευθείες

$\epsilon_1 : y = -x + 4$ και $\epsilon_2 : y = -\frac{1}{2}x + 2$ αντίστοιχα, τότε:

- Να αποδείξετε ότι Γ(4,0). (Μονάδες 12)

να βρείτε:

- το συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας ΑΓ. (Μονάδες 6)
- την εξίσωση του ύψους ΒΔ. (Μονάδες 7)

1406. Δίνεται το σημείο A(1,2) και η ευθεία $(\epsilon) : y = x + 3$.

- Να βρείτε την απόσταση του σημείου A από την ευθεία (ε). (Μονάδες 7)



- Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (η) που διέρχεται από το Α και είναι παράλληλη στην (ε). (Μονάδες 8)
- Να σχεδιάσετε στο ίδιο ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων τις ευθείες (η), (ε). (Μονάδες 10)
- 1407. Δίνονται τα σημεία $A(-1,5)$, $B(3,3)$. Να υπολογίσετε:
 - Τις συντεταγμένες του μέσου Μ του τμήματος ΑΒ. (Μονάδες 8)
 - Τον συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας ΑΒ. (Μονάδες 8)
 - Την εξίσωση της μεσοκαθέτου (η) του τμήματος ΑΒ. (Μονάδες 9)
- 1408. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : 2x + 3y = 5$ και $\varepsilon_2 : 4x + 6y = 8$.
 - Να δείξετε ότι οι ευθείες ε_1 , ε_2 είναι παράλληλες. (Μονάδες 10)
 - Να αποδείξετε ότι το σημείο $A(1,1)$ είναι σημείο της ευθείας ε_1 . (Μονάδες 5)
 - Να βρείτε την απόσταση του σημείου Α από την ευθεία ε_2 . (Μονάδες 10)
- 1409. Η ευθεία ε διέρχεται από το σημείο $A(-3,-1)$ και σχηματίζει με τον άξονα x'x γωνία $\frac{3\pi}{4}$.
 - Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε (Μονάδες 12)
 - Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου, που σχηματίζει η ευθεία ε με τους άξονες x'x και y'y, είναι: $E = 8$. (Μονάδες 13)
- 1410. Δίνονται τα σημεία $A(3,2)$ και $B(-1,-6)$. Να βρεθούν:
 - Οι συντεταγμένες του μέσου Μ του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ. (Μονάδες 8)
 - Ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία Α και Β. (Μονάδες 8)
 - Η εξίσωση της μεσοκαθέτου ευθείας (ε) του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ. (Μονάδες 9)
- 1411. Δίνονται τα σημεία $A(1,-4)$, $B(-3,-4)$ και $\Gamma(1,4)$.
 - Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{GB}$ και $\overrightarrow{GA}$. (Μονάδες 6)
 - Να αποδείξετε ότι τα σημεία Α, Β και Γ δεν είναι συνευθειακά. (Μονάδες 8)
 - Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 11)
- 1412. Δίνονται το σημείο $A(4,-2)$ και η ευθεία (ε_1) με εξίσωση: $x - y + 2 = 0$. Να βρείτε:
 - την ευθεία (ε_2) που διέρχεται από το σημείο Α και είναι κάθετη στην ευθεία (ε_1). (Μονάδες 6)
 - το σημείο τομής Β, των ευθειών (ε_1) και (ε_2): $y = -x + 2$. (Μονάδες 8)
 - το συμμετρικό Γ του σημείου Α, ως προς την ευθεία (ε_1). (Μονάδες 11)
- 1413. Δίνονται τα σημεία $A(2,-4)$ και $B(0,-2)$
 - Να βρείτε το μέσο Μ του τμήματος ΑΒ. (Μονάδες 4)
 - Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκαθέτου (ζ) του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ. (Μονάδες 5)
 - Αν (ζ): $y = x - 4$ και (ε): $y = 2x - 6$, τότε να βρείτε το σημείο τομής των ευθειών (Μονάδες 9)



- Να δείξετε ότι η εξίσωση του κύκλου που διέρχεται από τα σημεία A, B και το κέντρο του ανήκει στην ευθεία (ε) είναι η $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 4$. (Μονάδες 7)

1414. Οι πλευρές AB και AD ενός παραλληλογράμμου ABΓΔ έχουν εξισώσεις $x + 2y + 1 = 0$ και $2x + y + 5 = 0$ αντίστοιχα και το κέντρο του παραλληλογράμμου είναι το σημείο K(1,2). Να αποδείξετε ότι:

- Η κορυφή A του παραλληλογράμμου έχει συντεταγμένες A(-3,1). (Μονάδες 8)
- Η κορυφή Γ του παραλληλογράμμου έχει συντεταγμένες Γ(5,3). (Μονάδες 7)
- Να βρείτε τις εξισώσεις των άλλων δύο πλευρών του BΓ και ΓΔ. (Μονάδες 10)

1415. Δίνονται οι εξισώσεις (1): $\lambda x + (\lambda - 1)y - 4 = 0$ και (2): $(3\lambda + 1)x - 2\lambda y - 7 = 0$ με $\lambda \in \mathbb{R}$.

- Να αποδείξετε ότι οι εξισώσεις (1) και (2) παριστάνουν εξισώσεις ευθειών για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$. (Μον 15)
- Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε οι ευθείες με εξισώσεις τις (1) και (2) να είναι μεταξύ τους κάθετες. (Μονάδες 10)

1416. Δίνεται τετράπλευρο ABΓΔ με κορυφή A(1,4). Η πλευρά AD έχει εξίσωση $3x - 2y + 5 = 0$ και η διαγώνιος BD έχει εξίσωση $y = x + 2$.

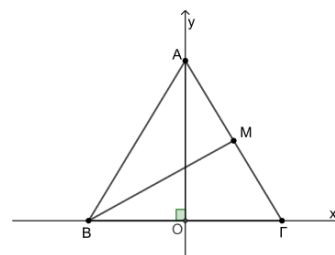
- Να αποδείξετε ότι η κορυφή Δ έχει συντεταγμένες Δ(-1,1). (Μονάδες 12)
- Αν οι διαγώνιοι ΑΓ και ΒΔ του τετραπλεύρου τέμνονται κάθετα, να βρείτε την εξίσωση της διαγωνίου ΑΓ. (Μονάδες 13)

1417. Δίνονται οι ευθείες $\epsilon_1: 3x - y = 5$ και $\epsilon_2: x - y + 1 = 0$.

- Να βρεθεί το σημείο τομής τους Μ. (Μονάδες 10)
- Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο M(3,4) και είναι κάθετη στην (ϵ_2). (Μονάδες 10)
- Να βρεθεί ένα διάνυσμα παράλληλο στην (ϵ_1). (Μονάδες 5)

1418. Το ισοσκελές τρίγωνο ABΓ έχει βάση ΒΓ και ύψος ΑΟ. Η κορυφή Α είναι σημείο του θετικού ημιάξονα Ογ και οι κορυφές Β και Γ είναι σημεία του άξονα $x'x$, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Έστω $(B\Gamma) = 12$, $(AO) = 8$ και Μ το μέσο της πλευράς ΑΓ. Να αποδείξετε ότι:

- A(0,8), B(-6,0) και Γ(6,0). (Μονάδες 9)
- M(3,4) (Μονάδες 9)
- Να βρείτε το μήκος της διαμέσου ΒΜ. (Μονάδες 7)



1419. Σε ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων θεωρούμε το σημείο M(2,1). Μια ευθεία (ε) με συντελεστή διεύθυνσης λ διέρχεται από το Μ. Να βρείτε:

- Την εξίσωσή της.



- Για ποιες τιμές του λ η ευθεία σχηματίζει τρίγωνο με τους άξονες. (Μονάδες 6) (2+4)
Έστω ότι η ευθεία (ε) τέμνει τους άξονες x' και y' στα σημεία A, B αντίστοιχα.
- Να βρείτε, με τη βοήθεια του λ , τα μήκη των τμημάτων OA, OB.
- Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η ευθεία σχηματίζει με τους άξονες ισοσκελές τρίγωνο.
- Να υπολογίσετε, σε κάθε περίπτωση, το εμβαδόν του ισοσκελούς τριγώνου που σχηματίζεται. (Μονάδες 19) (6+7+6)

1420. Δίνονται τα σημεία A(1,1), B(3,3).

- Αν M(x,y) σημείο του επιπέδου, να βρείτε τις αποστάσεις d_1 , d_2 του M από τα A και B αντίστοιχα. (Μονάδες 6)
- Να γράψετε τη σχέση που πρέπει να πληρούν οι d_1 , d_2 ώστε το σημείο M να ανήκει στη μεσοκάθετο του AB. (Μονάδες 4)
- Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκαθέτου του AB. (Μονάδες 8)
- Να βρείτε σημείο Σ τέτοιο ώστε το τρίγωνο ΣAB να είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 7)

1421.

Θεωρούμε τα σημεία

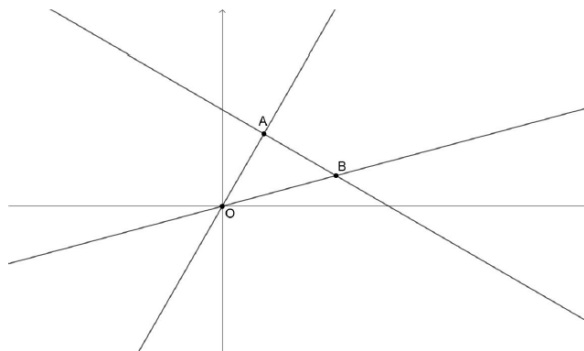
A(-2,-3) και B(7,9). Έστω S το σύνολο των σημείων M που είναι κορυφές των τριγώνων AMB ώστε $(AMB) = 12$ τ.μ.

- Να αποδείξετε ότι το S αποτελείται από τα σημεία των παραλλήλων ευθειών $(\varepsilon_1): 4x - 3y - 9 = 0$ και $(\varepsilon_2): 4x - 3y + 7 = 0$. (Μονάδες 9)
- Να αποδείξετε ότι η ευθεία AB είναι η μεσοπαράλληλη των (ε_1) και (ε_2) . (Μονάδες 9)
- Θεωρούμε ένα σημείο M_1 στην (ε_1) και ένα σημείο M_2 στην (ε_2) ώστε να σχηματίζεται το τετράπλευρο AM_1BM_2 . Πόσο είναι το εμβαδόν του;
- Πόσα τετράπλευρα AXBY υπάρχουν, αν το X πρέπει να είναι σημείο της (ε_1) και το Y σημείο της (ε_2) , που έχουν το ίδιο εμβαδόν με το AM_1BM_2 ; Εξηγήστε (Μονάδες 7)

1422.

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται τα σημεία O(0,0),
 $A(1, \sqrt{3})$, $B(\sqrt{3} + 1, \sqrt{3} - 1)$.

- Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας OA καθώς και τη γωνία ω που σχηματίζει με τον άξονα x' . (Μονάδες 6)
- Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας AB καθώς και τη γωνία ϕ που σχηματίζει με τον άξονα x' . (Μονάδες 6)





- Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΟΑΒ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές με $\hat{A} = 90^\circ$. (Μονάδες 7)

- Να δείξετε ότι $\epsilon\phi 15^\circ = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$. (Μονάδες 6)

1423. Δίνονται τα σημεία του επιπέδου Α(1,1), Β(4,4) και Γ (3,1).

- Να δείξετε ότι τα σημεία αυτά σχηματίζουν τρίγωνο. (Μονάδες 7)
- Να δείξετε ότι η μεσοκάθετος του τμήματος ΒΓ είναι η ευθεία (ε) : $y = -\frac{1}{3}x + \frac{11}{3}$. (Μονάδες 9)
- Να βρείτε σημείο Κ της ευθείας (ε) του β) ερωτήματος τέτοιο ώστε $(ΚΑ) = (ΚΒ)$. Τι ιδιότητα έχει το σημείο Κ; (Μονάδες 9)

1424. Δίνεται η εξίσωση $(\mu^2 - 1)x + (3\mu^2 - 2\mu - 1)y - 5\mu^2 + 4\mu + 1 = 0$ (1), όπου $\mu \in \mathbb{R}$.

- Να βρείτε για ποιες τιμές του μ η (1) παριστάνει ευθεία ε. (Μονάδες 5)
- Να βρείτε για ποιες τιμές του μ οι ευθείες ε:
- είναι παράλληλες στον $x'x$. (Μονάδες 4)
 - είναι παράλληλες στον $y'y$. (Μονάδες 4)
 - διέρχονται από το (0,0). (Μονάδες 4)
 - Να δείξετε ότι όλες οι ευθείες ε που προκύπτουν από την (1) διέρχονται από σταθερό σημείο. (Μον 8)

1425. Θεωρούμε τα σταθερά σημεία Α(3,4), Β(2,5) και Γ(-2,2) και το μεταβλητό σημείο Μ(4α-1,3α+1), $\alpha \in \mathbb{R}$.

- Να αποδείξετε ότι τα Α, Β, Γ σχηματίζουν τρίγωνο. (Μονάδες 5)
- Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ΒΓ. (Μονάδες 5)
- Να αποδείξετε ότι τα σημεία Μ κινούνται στην ευθεία που διέρχεται από το Α και είναι παράλληλη στην ΒΓ. (Μονάδες 7)
- Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε θέση του σημείου Μ ισχύει $(ΜΒΓ) = (ΑΒΓ)$. Πως αιτιολογείται αυτό γεωμετρικά; (Μονάδες 8)

1426. Σε ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων θεωρούμε το σημείο Μ(2,1). Μια ευθεία (ε) με συντελεστή διεύθυνσης λ διέρχεται από το Μ. Να βρείτε:

- Την εξίσωσή της. (Μονάδες 2)
 - Για ποιες τιμές του λ η ευθεία σχηματίζει τρίγωνο με τους άξονες. (Μονάδες 5)
- Έστω ότι η ευθεία (ε) τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$ στα σημεία Α, Β αντίστοιχα.
- Να βρείτε, με τη βοήθεια του λ, τα μήκη των τμημάτων ΟΑ, ΟΒ. (Μονάδες 6)
 - Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η ευθεία σχηματίζει με τους άξονες ισοσκελές τρίγωνο. (Μονάδες 6)



- Να υπολογίσετε, σε κάθε περίπτωση, το εμβαδόν του ισοσκελούς τριγώνου που σχηματίζεται.
(Μονάδες 6)

1427. Δίνονται τα σημεία $A(1,3)$, $B(-2,2)$ και η ευθεία $\varepsilon : 3x + y + \alpha = 0$ με $\alpha \in \mathbb{R}$.

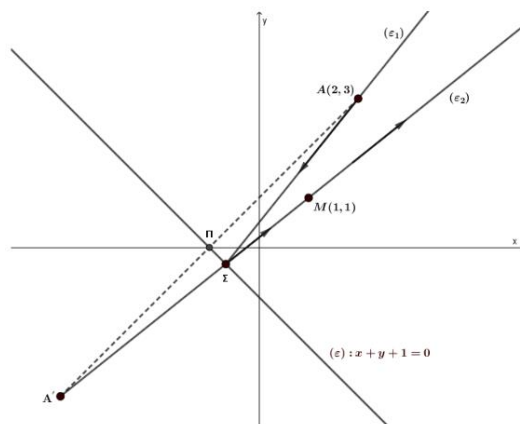
- Να βρείτε για ποια τιμή του α , η απόσταση του σημείου A από το σημείο B είναι ίση με την απόσταση του σημείου A από την ευθεία ε .
(Μονάδες 8)
- Για $\alpha = 4$
- Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$, όπου Γ το σημείο τομής της ευθείας ε με τον άξονα $y'y$.
(Μονάδες 8)
- Να βρείτε το σημείο της ευθείας ε που απέχει την μικρότερη απόσταση από την αρχή των αξόνων.
(Μονάδες 9)

1428. Δύο οικισμοί A και B βρίσκονται στις θέσεις που ορίζουν τα σημεία $A(-1,-2)$ και $B(3,1)$. Εξωτερικά των οικισμών υπάρχει ευθύγραμμος δρόμος με εξίσωση $\delta : x + y - 1 = 0$.

- Να βρείτε σε ποια θέση του δρόμου δ :
- Ο οικισμός A έχει τη μικρότερη απόσταση από τον δρόμο.
(Μονάδες 8)
- Υπάρχει το Κέντρο Υγείας της περιοχής, αν είναι γνωστό ότι ισαπέχει από τους δύο οικισμούς.
(Μον 7)
- Να βρείτε τη θέση Γ ενός αυτοκινήτου πάνω στο δρόμο, αν είναι γνωστό, ότι το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζουν τα τρία σημεία A , B και Γ είναι ίσο με 8.
(Μονάδες 10)

1429. Μία φωτεινή ακτίνα διερχόμενη από το σημείο $A(2,3)$ και προσπίπτουσα στην ευθεία (ε) με εξίσωση $x + y + 1 = 0$, μετά την ανάκλασή της διέρχεται από το σημείο $M(1,1)$

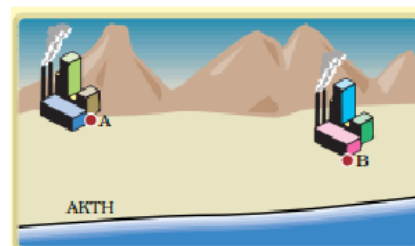
- Να αποδείξετε ότι η προβολή του σημείου A πάνω στην ευθεία (ε) είναι το σημείο $\Pi(-1,0)$.
(Μονάδες 7)
- Να αποδείξετε ότι το συμμετρικό του σημείου A ως προς την ευθεία (ε) , είναι το σημείο $A'(-4,-3)$.
(Μονάδες 5)



- Αν γνωρίζετε ότι η ανακλώμενη ακτίνα είναι η ευθεία (ε_2) , η οποία διέρχεται από τα σημεία A' , Σ , M , τότε να βρείτε την εξίσωσή της.
(Μονάδες 4)
- α βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου πρόσπτωσης Σ της φωτεινής ακτίνας (ε_1) πάνω στην ευθεία (ε) .
(Μονάδες 5)
- Αν $\Sigma\left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$, τότε να βρείτε την εξίσωση της προσπίπτουσας ακτίνας (ε_1) . (Μονάδες 4)



1430. Δύο εργοστάσια Α και Β τα οποία σε ένα σύστημα συντεταγμένων έχουν συντεταγμένες $A(2,1)$, $B(4,3)$, βρίσκονται κοντά σε μια ακτή που πρόκειται να κατασκευαστεί μια αποβάθρα και θα εξυπηρετεί τα δύο εργοστάσια.



- Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που συνδέει τα δύο εργοστάσια. (Μονάδες 8)
- Αν η ακτή είναι ευθύγραμμη με εξίσωση $\varepsilon : y = 2x - 7$, να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου της ακτής στο οποίο πρέπει να τοποθετηθεί η αποβάθρα ώστε να απέχει εξ ίσου από τα δύο εργοστάσια. (Μονάδες 10)
- Αν το ζητούμενο σημείο του ερωτήματος β) είναι $N(4,1)$, να βρείτε πόσο απέχει το κάθε εργοστάσιο από το σημείο αυτό. (Μονάδες 7)

1431. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (2, -2)$ και $\vec{\beta} = (1, 1)$ τα οποία έχουν κοινή αρχή το σημείο $K(2, 1)$.

- Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι κάθετα. (Μονάδες 4)

Αν το σημείο Α είναι το πέρας του διανύσματος $\vec{\alpha}$, Β είναι το πέρας του διανύσματος $\vec{\beta}$ και $\Gamma(x_\Gamma, y_\Gamma)$ ένα τυχαίο σημείο της ευθείας ΑΒ,

- να δείξετε ότι οι συντεταγμένες των σημείων Α και Β είναι $A(4, -1)$ και $B(3, 2)$. (Μονάδες 5)
- να δείξετε ότι $3x_\Gamma + y_\Gamma = 11$. (Μονάδες 6)
- να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου $\Gamma(x_\Gamma, y_\Gamma)$, αν ισχύει ότι το Γ είναι εσωτερικό σημείο του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ και $|\vec{K\Gamma}| = \frac{1}{2}|\vec{AB}|$. (Μονάδες 10)

1432. Δίνονται τα σημεία $O(0,0)$, $A(\alpha, 0)$, $B\left(\frac{\alpha}{2}, \beta\right)$ και $M\left(\frac{\alpha}{2}, 0\right)$, όπου α, β σταθεροί θετικοί πραγματικοί αριθμοί.

- Να μεταφέρετε τα παραπάνω σημεία σε ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων. Κατόπιν, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΟΑΒ είναι ισοσκελές και το σημείο Μ είναι το μέσο της βάσης του ΟΑ. (Μονάδες 6)
- Να αποδείξετε ότι οι εξισώσεις των ευθειών ΟΒ και ΑΒ είναι $OB : 2\beta x - \alpha y = 0$ και $AB : 2\beta x + \alpha y - 2\alpha\beta = 0$ αντίστοιχα. (Μονάδες 8)
- Αν d_1 είναι η απόσταση του σημείου Μ από την ευθεία ΟΒ και d_2 η απόσταση του σημείου Μ από την ευθεία ΑΒ, να αποδείξετε ότι $d_1 = d_2$. (Μονάδες 8)
- Ποια πρόταση της Ευκλείδειας Γεωμετρίας έχει αποδειχθεί; (Μονάδες 3)



1433. Δίνονται τα σημεία $A(1,1)$ και $B(2,3)$.

- Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας AB είναι η $(\epsilon) : y = 2x - 1$. (Μονάδες 8)
- Να αιτιολογήσετε αν το σημείο $\Gamma(2^{100}, 5)$ ανήκει ή όχι στο ημιεπίπεδο που ορίζεται από την ευθεία (ϵ) και την αρχή των αξόνων $O(0,0)$. (Μονάδες 8)
- Να αιτιολογήσετε αν το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι μεγαλύτερο ή μικρότερο από το εμβαδόν του τριγώνου AOB . (Μονάδες 9)

1434. Θεωρούμε την οικογένεια των ευθειών $\epsilon_\alpha : (\alpha - 4)x - 2\alpha y + \alpha + 4 = 0, \alpha \in \mathbb{R}$.

- Να βρείτε τις ευθείες που προκύπτουν όταν $\alpha = 0$ και όταν $\alpha = 1$ και κατόπιν να προσδιορίσετε το κοινό τους σημείο M . (Μονάδες 8)
- Να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες της οικογένειας διέρχονται από το M . (Μονάδες 6)

Έστω ότι μια ευθεία της παραπάνω οικογένειας τέμνει τους θετικούς ημιάξονες Ox, Oy στα σημεία A και B αντίστοιχα.

- Να αποδείξετε ότι $0 < \alpha < 4$. (Μονάδες 6)
- Να βρείτε για ποια τιμή του α ισχύει $(OA) = 2(OB)$. (Μονάδες 5)

1435. Δίνονται τα σημεία $A(2,0), B(3,4)$ και $\lambda \in \mathbb{R}$.

- Να βρείτε την εξίσωση που περιγράφει όλες τις ευθείες που διέρχονται από το σημείο A και έχουν κλίση λ . (Μονάδες 5)
- Να αποδείξετε ότι η ευθεία, η οποία διέρχεται από το σημείο A , έχει κλίση λ και απέχει απόσταση ίση με 1 από το σημείο B , έχει εξίσωση $(\epsilon) : 15x - 8y - 30 = 0$. (Μονάδες 8)
- Να αποδείξετε ότι υπάρχει και άλλη ευθεία (ζ) , εκτός από την (ϵ) , η οποία διέρχεται από το σημείο A και απέχει απόσταση ίση με 1 από το σημείο B . (Μονάδες 5)
- Να βρείτε τις εξισώσεις των διχοτόμων των γωνιών που σχηματίζουν οι ευθείες $(\epsilon), (\zeta)$. (Μονάδες 7)

1436. Σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων Oxy , η εξίσωση ευθείας $\epsilon_\lambda : \lambda x + (1 - \lambda)y + 2 = 0$, όπου λ αριθμός που μεταβάλλεται στο $\mathbb{R}$, παριστάνει τη φωτεινή ακτίνα που εκπέμπει ένας περιστρεφόμενος φάρος Φ . Ακόμη δίνεται ότι ένα φορτηγό πλοίο είναι αγκυροβολημένο στο σημείο $O(0,0)$.

- Να βρείτε τις συντεταγμένες του φάρου Φ . (Μονάδες 10)
- Να εξετάσετε αν υπάρχει φωτεινή ακτίνα που εκπέμπεται από το φάρο προς το αγκυροβολημένο πλοίο. (Μονάδες 5)
- Ένα ρυμουλκό πλοίο P βρίσκεται βόρεια του φάρου Φ . Η φωτεινή ακτίνα που φωτίζει το P έχει εξίσωση $x + y + 4 = 0$. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου P όταν είναι γνωστό ότι η συντομότερη διαδρομή που πρέπει να διανύσει το ρυμουλκό πλοίο για να πάει προς το αγκυροβολημένο φορτηγό πλοίο είναι ίση με 4 μονάδες μήκους. (Μονάδες 10)



- 1437.** Δίνονται τα σημεία $A(3, 2\alpha)$, $B(4, \alpha)$, $\Gamma(\alpha+1, 1-\alpha)$ και $\Delta(\alpha, 1)$, με $\alpha \in \mathbb{R}$. Να αποδείξετε ότι:
- Η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία A και B έχει εξίσωση $y = -\alpha x + 5\alpha$. (Μονάδες 6)
 - Τα σημεία Γ και Δ ανήκουν στην ευθεία AB αν και μόνο αν $\alpha = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$. (Μονάδες 7)
 - Το τετράπλευρο ABΓΔ είναι παραλληλόγραμμο όταν $\alpha \neq \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$. (Μονάδες 7)
 - Θεωρήστε τον ισχυρισμό: «Υπάρχει πραγματικός αριθμός α ώστε το τετράπλευρο ABΓΔ να είναι τετράγωνο.». Είναι αληθής ή ψευδής ο παραπάνω ισχυρισμός; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 5)
- 1438.** Στο χάρτη μιας πεδινής περιοχής, που είναι εφοδιασμένος με ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων, δύο κωμοπόλεις A και B έχουν συντεταγμένες $A(3, 6)$ και $B(7, -2)$.
- Ανάμεσα στις δύο κωμοπόλεις, θα κατασκευαστεί ευθεία σιδηροδρομική γραμμή, κάθε σημείο της οποίας θα ισαπέχει από αυτές. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας, πάνω στην οποία βρίσκεται η σιδηροδρομική γραμμή. (Μονάδες 12)
 - Πάνω στη σιδηροδρομική γραμμή θα κατασκευαστεί σταθμός Σ, ώστε το εμβαδόν της περιοχής που ορίζεται από τα σημεία A, B και Σ να ισούται με 20 τετραγωνικές μονάδες. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σταθμού Σ στο χάρτη. (Μονάδες 13)
- 1439.** Υποθέτουμε, ότι σε ένα επίπεδο που έχουμε εφοδιάσει με ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων, κινούνται δύο σημεία A και B. Κάθε χρονική στιγμή t με $t \geq 0$ η θέση του πρώτου σημείου είναι $A(t-1, 2t-1)$ και του δεύτερου $B(3t-1, -4t-1)$.
- Να βρείτε τις εξισώσεις των γραμμών πάνω στις οποίες κινούνται τα δύο σημεία. (Μονάδες 8)
 - Υπάρχει χρονική στιγμή κατά την οποία τα δύο σημεία ταυτίζονται; (Μονάδες 7)
 - Να υπολογιστεί η απόσταση των δύο σημείων την χρονική στιγμή $t = 2$. (Μονάδες 5)
 - Να βρεθεί η χρονική στιγμή t κατά την οποία η απόσταση του σημείου A από την ευθεία $\varepsilon: 4x + 3y + 7 = 0$ ισούται με 6. (Μονάδες 5)
- 1440.** Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: y = \sqrt{3}x$ και $\varepsilon_2: y = x$.
- Να σχεδιάσετε τις $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ στο ίδιο ορθοκανονικό σύστημα αξόνων. (Μονάδες 6)
 - Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει κάθε μια από τις ευθείες ε_1 και ε_2 με τον άξονα x' . (Μονάδες 6)
 - Να αιτιολογήσετε γιατί η οξεία γωνία των $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ είναι 15° . (Μονάδες 3)
 - Να αποδείξετε ότι $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{3} + 1}{2\sqrt{2}}$. (Μονάδες 10)
- 1441.** Δίνονται τα σημεία $A(2, 4)$, $B(-1, 0)$ και $\Gamma(3, -2)$.
- Να αποδείξετε ότι τα σημεία A, B, Γ αποτελούν κορυφές τριγώνου ABΓ. (Μονάδες 4)



Αν η ευθεία AB τέμνει τον άξονα $y'y$ σε ένα σημείο Δ και η ευθεία AG τέμνει τον άξονα $x'x$ σε ένα σημείο E , τότε:

- Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων Δ και E . (Μονάδες 10)
- Να αποδείξετε ότι $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{DB}$ και $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{EG}$. (Μονάδες 6)
- Να αποδείξετε ότι η ευθεία DE είναι παράλληλη της BG . (Μονάδες 5)

1442. Σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων Oxy θεωρούμε το τρίγωνο που ορίζεται από τα σημεία $O(0,0)$, $B(\kappa,0)$ και $\Gamma(0,2\kappa)$ όπου κ θετικός πραγματικός αριθμός. Εξωτερικά του τριγώνου $OB\Gamma$ κατασκευάζουμε τετράγωνα $OBDE$ και $OGZH$, τότε:

- Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που ανήκουν τα ευθύγραμμα τμήματα $\Gamma\Delta$ και BZ . (Μονάδες 10)
- Να βρεθεί η εξίσωση του ύψους του τριγώνου $OB\Gamma$ που διέρχεται από το O . (Μονάδες 7)
- Να αποδείξετε ότι οι ευθείες $\Gamma\Delta$, BZ και το ύψος του β) ερωτήματος διέρχονται από το ίδιο σημείο. (Μονάδες 8)

1443. Σε χάρτη με καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων η θέση ενός λιμανιού προσδιορίζεται από το σημείο $\Lambda(2,6)$ και η θέση ενός πλοίου με το σημείο $\Pi(\lambda-1,2+\lambda)$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

- Αν το πλοίο κινείται ευθύγραμμα, να βρείτε την εξίσωση της τροχιάς του. (Μονάδες 7)
- Να εξετάσετε αν το πλοίο θα περάσει από το λιμάνι. (Μονάδες 5)

Αν τελικά το πλοίο δεν περάσει από το λιμάνι, να βρείτε:

- Ποια είναι η ελάχιστη απόσταση του πλοίου από το λιμάνι; (Μονάδες 6)
- Το σημείο του καρτεσιανού επιπέδου που βρίσκεται το πλοίο, όταν απέχει την ελάχιστη απόσταση από το λιμάνι. (Μονάδες 7)

1444. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές τα σημεία $A(-2,1)$, $B(1,5)$ και $\Gamma(5,-1)$.

- Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 5)
- Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας $B\Gamma$. (Μονάδες 5)
- Να βρείτε την εξίσωση του ύψους του τριγώνου από την κορυφή A . Στη συνέχεια να βρείτε το σημείο Δ της ευθείας $B\Gamma$, από το οποίο, το A απέχει την ελάχιστη απόσταση. (Μονάδες 8)
- Να βρείτε το σύνολο των σημείων M του επιπέδου για τα οποία ισχύει: $(MAB) = \frac{1}{2}(AB\Gamma)$. (Μονάδες 7)

1445. Στο καρτεσιανό επίπεδο δίνονται τα σημεία $A(1,-1)$, $B(2,2)$ και $\Gamma(\mu-1, 3\mu-2)$, $\mu \in \mathbb{R}$.

- Να αποδείξετε ότι καθώς το μ διατρέχει το $\mathbb{R}$, το σημείο Γ κινείται στην ευθεία $\epsilon : y = 3x + 1$. (Μονάδες 6)
- Να αποδείξετε ότι καθώς το μ διατρέχει το $\mathbb{R}$, τα σημεία A , B , Γ είναι κορυφές τριγώνου. (Μον 6)
- Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι σταθερό. (Μονάδες 5)



- Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που διέρχονται από το σημείο Β και από τις οποίες το σημείο Α, απέχει απόσταση ίση με 1. (Μονάδες 8)

1446. Δίνεται η εξίσωση $(2\lambda + 1)x - (\lambda - 2)y + \lambda - 7 = 0$ (Ε) με $\lambda \in \mathbb{R}$ και η ευθεία (ζ) με εξίσωση:

$$6x - 8y + 3 = 0.$$

- Να αποδείξετε ότι για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση (Ε) παριστάνει ευθεία. (Μονάδες 6)
- Να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες που ορίζονται από την εξίσωση (Ε), για τα διάφορα $\lambda \in \mathbb{R}$, διέρχονται από το ίδιο σημείο, του οποίου να βρείτε τις συντεταγμένες. (Μονάδες 7)
- Να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε ευθεία (ε) που ορίζεται από την εξίσωση (Ε) να είναι παράλληλη στη ευθεία (ζ). Ποια είναι η εξίσωση της (ε); (Μονάδες 7)
- Να βρείτε την απόσταση του σημείου $M(1,3)$ από την ευθεία (ζ). (Μονάδες 5)



Περίεργα θέματα ευθειών

1447. Να βρεις την ευθεία που διέρχεται από αρχή των αξόνων και απέχει από το $M(3,5)$ απόσταση 2.

$$5k^2 - 30k + 21 = 0$$

1448. Να βρεις την ευθεία που είναι παράλληλη στην $y = 2x + 5$ και φτιάχνει με άξονες εμβαδό 12.

$$b = \pm\sqrt{48}$$

1449. Να βρεις την ευθεία που είναι κάθετη στην $3x - y = 5$ και απέχει από το $M(3,5)$ απόσταση 2.

$$b = 6 \pm 2\sqrt{\frac{10}{3}}$$

1450. Ποιο το σημείο του XX' που ισαπέχει από το $A(1,2), B(3,3)$.

$$\left(\frac{13}{4}, 0\right)$$

1451. Ποιο το σημείο του YY' που φτιάχνει εμβαδό 5 με $A(1,2), B(3,3)$.

$$\left(0, \frac{13}{2}\right), \left(0, -\frac{7}{2}\right)$$

1452. Ν.δ.ο η εξίσωση $x^2 - 4xy + y^2 = 0$ παριστάνει δύο ευθείες όπου η καθεμιά σχηματίζει με την $x - y = 0$ γωνία 30° .

1453. Να βρεις τις εξισώσεις των ευθειών που διέρχονται από το $A(2,-1)$ και απέχουν από την αρχή των αξόνων απόσταση 2

$$y = \frac{3}{4}x - \frac{5}{2}, x = 2$$

1454. Να βρεις τις ευθείες που διέρχονται από $A(1,1)$ και ισαπέχουν από $B(5,-1), C(1,4)$

$$\lambda = \frac{1}{4}, \lambda = -\frac{5}{4}$$

1455. Να βρεις τις ευθείες που είναι παράλληλες στη διχοτόμο $1^{\text{ου}}$ και $3^{\text{ου}}$ τεταρτημορίου και ισαπέχουν από σημεία $B(-5,1), C(1,4)$

$$b = \frac{9}{2}$$



1456. Να βρεις τις ευθείες που διέρχονται από το $A(1,3)$ και σχηματίζουν με διχοτόμους αξόνων τρίγωνο με εμβαδό 1

1457. Να βρεις πλευρές ρόμβου με εμβαδό 5 και δύο απέναντι κορυφές $A(-2,1), C(2,3)$

Ευθεία τέμνει άξονες : για xx' βάζω όπου $y=0$ και βρίσκω το x , για yy' βάζω όπου $x=0$ και βρίσκω το y .

$$B\left(\frac{1}{2}, 1\right), D\left(-\frac{1}{2}, 3\right)$$

1458. Να βρεις ευθείες που είναι παράλληλες στην $\varepsilon_1 : 2x + 3y + 1 = 0$ και σχηματίζουν με άξονες τρίγωνο εμβαδού 3 τ.μ.

$$b = \pm 2$$

1459. Να βρεις ευθείες που διέρχονται από το σημείο $M(-2,1)$ και σχηματίζουν με ευθείες :

$$\varepsilon_1 : x - y = 0, \varepsilon_2 : 2x + y - 3 = 0 \text{ τρίγωνο με εμβαδό } 21 \text{ τ.μ.}$$

1460. Τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει κορυφές $A(3k-1, 2k+3), B(2k, -k), C(k, 4)$

- Να βρεις το Γ.Τ. της κορυφής A
- Ποιο το k ώστε το τρίγωνο να είναι ορθογώνιο

1461. Να βρεις την εξίσωση ευθείας που διέρχεται από το $A(-2,1)$ και το τμήμα της που αποκόπτεται από τους άξονες έχει μέσο το A

1462. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\overrightarrow{AB} = (-4, -6), \overrightarrow{AC} = (2, -8)$

- Να βρεις το $\overrightarrow{AM}$ (διάμεσος)
- Να βρεις το εμβαδόν του $AB\Gamma$
- Ν.δ.ο. η γωνία A είναι οξεία
- Αν $A(3,1)$, να βρεις τις άλλες κορυφές του $AB\Gamma$

$$\overrightarrow{AM} = (-1, -7), E = 22, B(-1, -5), C(5, -7)$$

1463. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφή $A(1,4)$ και $\nu_1 : x - y + 4 = 0, \nu_2 : 3x + 2y - 14 = 0$, να βρεις τις εξισώσεις των πλευρών του

1464. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφή $A(1,4)$ και $\mu_1 : x - y + 4 = 0, \mu_2 : 3x + 2y - 14 = 0$, να βρεις τις εξισώσεις των πλευρών του

1465. Δίνονται τα σημεία $A(-2, -1), B(2, 2)$

- Αν $C(2, 6) \Rightarrow (ABC) = ?$



- Να βρεις το Γ.Τ. των σημείων Μ ώστε $(MAB) = (ABC)$

$$E = 8, 3x - 4y = 14, 3x - 4y = -18$$

1466. Σε τρίγωνο ΑΒΓ με κορυφή $A(1, 4)$ και $\delta_1 : x - y + 4 = 0, \delta_2 : 3x + 2y - 14 = 0$, να βρεις τις εξισώσεις των πλευρών του

1467. Δίνεται η εξίσωση : $x^2 + y^2 + 2xy - 2x - 2y - 3 = 0$

- Ν.δ.ο. παριστάνει 2 ευθείες παράλληλες
- Να βρεις την απόστασή τους
- Να βρεις τη μεσοπαράλληλη

$$y = -x - 1, y = -x + 3, d = 2\sqrt{2}, y = -x + 1$$

1468. Σε τρίγωνο ΑΒΓ με κορυφή $A(2, 3)$ και $\nu_1 : 3x - 4y + 3 = 0, \mu_2 : 5x + 9y - 16 = 0$, να βρεις τις εξισώσεις των πλευρών του

1469. Δύο πλευρές παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ έχουν εξισώσεις $\varepsilon_1 : x + 3y - 4 = 0, \varepsilon_2 : 3x - 2y - 1 = 0$ και κέντρο του το σημείο $K(0, -2)$, να βρεις τις κορυφές του

1470. Δίνονται οι ευθείες : $(k) : 2x - y + 3 = 0, (m) : x + 2y - 1 = 0, K(2, -1)$ και μία ευθεία (ζ) διέρχεται από το Κ και τέμνει τις ευθείες (κ), (μ) στα Β, Γ αντίστοιχα

- Να βρεις διάνυσμα $\vec{a} \perp (k), \vec{b} \perp (m)$
- Ν.δ.ο. οι ευθείες (κ), (μ) είναι κάθετες
- Να βρεις τις διχοτόμους των ευθειών (κ), (μ)
- Να βρεις το σημείο τομής Α των (κ), (μ)
- Αν το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές, να βρεις την εξίσωση της ΒΓ

1471. Να βρεις τις εξισώσεις των ευθειών που διέρχονται από το $A(2, 3)$ και ορίζουν με άξονες ισοσκελές τρίγωνο

1472. Να βρεις τις γωνίες των ευθειών $\varepsilon_1 : 4x - 3y - 5 = 0, \varepsilon_2 : 7x + y - 10 = 0$

135

1473. Να βρεις την απόσταση των ευθειών $\varepsilon_1 : 2x - 3y + 1 = 0, \varepsilon_2 : 4x - 6y + 7 = 0$

$$d = \frac{5}{\sqrt{52}}$$

1474. Να βρεις τη μεσοπαράλληλη των ευθειών της προηγούμενης άσκησης

1475. Το σημείο $A(3, -1)$ είναι κορυφή του τετραγώνου, του οποίου μία πλευρά έχει εξίσωση $3x - 2y - 5 = 0$. Να βρεις τις εξισώσεις των άλλων πλευρών του.



1476. Σε χάρτη με καρτεσιανό σύστημα αξόνων η θέση ενός λιμανιού δίνεται από το σημείο $A(2,6)$ και η θέση ενός πλοίου με το σημείο $\Pi(\lambda - 1, 2 + \lambda)$.

- Για ποιες τιμές του λ το σημείο Π έχει τετμημένη μικρότερη από την τετμημένη του A ;
- Να εξετάσεις αν το πλοίο θα περάσει από το λιμάνι A , όταν κινείται ευθύγραμμα.
- Ποια θα είναι η ελάχιστη απόσταση της πορείας του πλοίου από το λιμάνι;

1477. Να βρεις την εξίσωση της ευθείας της οποίας κάθε σημείο ισαπέχει από

$$\varepsilon_1 : 3x + 4y + 2 = 0, \varepsilon_2 : 8x + 6y - 3 = 0 \text{ και ποια η γεωμετρική της ερμηνεία}$$

1478. Δίνονται τα σημεία : $A(-2,1), B(3,5), C(2,4)$

- Ν.δ.ο. τα σημεία A, B, Γ σχηματίζουν τρίγωνο
- Αν για τυχαίο M ισχύει : $(MBC) = 3(ABC)$, να βρεις το Γ.Τ του M
- Να βρεις ευθεία που ισαπέχει από το M

1479. Να βρεις την εξίσωση της ευθείας της οποίας κάθε σημείο ισαπέχει από

$$\varepsilon_1 : 3x + 4y + 2 = 0, \varepsilon_2 : 6x + 8y - 6 = 0 \text{ και ποια η γεωμετρική της ερμηνεία}$$

$$12x + 16y = 2$$

1480. Δίνονται οι ευθείες $ax - y - 1 = 0$ & $x + ay - a = 0, a > 0$

- Ν.δ.ο. οι 2 ευθείες και ο γγ' σχηματίζουν τρίγωνο
- Να βρεις το εμβαδόν του τριγώνου
- Ν.δ.ο. το $E(a) \leq E(1)$

1481. Να βρεις τις εξισώσεις των ευθειών που είναι κάθετες στην $\varepsilon_1 : 3x - 2y + 5 = 0$ και ορίζει με άξονες τρίγωνο με εμβαδό 3 τ.μ.

1482. Να βρεις το εμβαδόν τετραγώνου με εξισώσεις δύο πλευρών

$$\varepsilon_1 : 3x + 4y - 5 = 0, \varepsilon_2 : 3x + 4y + 7 = 0$$

$$\frac{144}{25}$$

Κ.ΓΛΥΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ
www.kglykos.gr



γιατί το διάβασμα δεν τελειώνει ποτέ