



Εκθετικές & Λογάριθμοι

Κώστας Γλυκός

Άλγεβρα

Κεφάλαιο 5

386 ασκήσεις

και τεχνικές

σε 43 σελίδες

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ

Ιδιαίτερα μαθήματα

697.300.88.88

Kglykos.gr

22/8/2026

εκδόσεις

Καλό πήξιμο



Τα πάντα για τις
εκθετικές και τους
λογαρίθμους

Εκθετικές

Να λύσεις εξισώσεις και ανισώσεις :

2280. $2^{x-1} = 8^{x-1}$

$x = 1$

2281. $3^{5x} = 27^{5x+1}$

$x = -\frac{3}{10}$

2282. $\frac{8^{2x-3}}{2} = 16^{5-x}, 9^{1+2x} = 27^{x-1}$

$a:3, b:-5$

2283. $9^{|x|-5} = \frac{1}{27}$

2284. $5^{x+3} + 25 = 0, 13^{x-1} = 0$

2285. $7^{2x-5} - 7^{4-x} = 0$

2286. $3^{8-|x|} = 9^{|x|-2}$

2287. $8^{x^2-x} = 4^{x^2+2}$

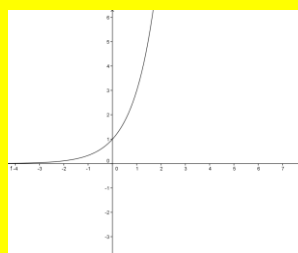
2288. $\left(\frac{1}{4}\right)^{x+5} = \sqrt{2}^{x-4}$

$x = -\frac{16}{5}$

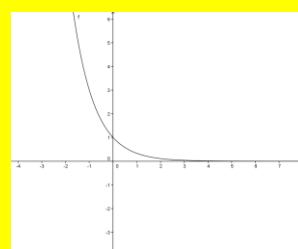
2289. $4^{x+1} - 9 \cdot 2^x + 2 = 0$

$x = 1$

Εκθετική με $a > 1$



Εκθετική με $a < 1$



Εκθετική συνάρτηση

$f(x) = a^x, a > 0, a \neq 1$

Για $a > 1$

Πεδίο ορισμού : $(-\infty, +\infty)$

Σύνολο τιμών : $(0, +\infty)$

Μονοτονία : γνησίως αύξουσα

Διέρχεται από $A(0,1)$

Ασύμπτωτη : Ox'

Για $a < 1$

Πεδίο ορισμού : $(-\infty, +\infty)$

Σύνολο τιμών : $(0, +\infty)$

Μονοτονία : γνησίως φθίνουσα

Διέρχεται από $A(0,1)$

Ασύμπτωτη : Ox



2290. $3^x - 7 = \frac{63}{3^{x+1}} - 3^{3-2x}$

$x = 2$

2291. $9^{x+1} - 4^{x+2} = 44 \cdot 4^{x-1} + 3^{2x}$

$x = \frac{3}{2}$

2292. $4^{x+1} - 13 \cdot 6^x + 9^{x+1} = 0$

$x = 0$

2293. $(x^2 - 3x + 1)^{3x-5} = 1$

$x = 1$

2294. $(x-3)^{2x^2-5x-3} = (x-3)^{x^2-4x+3}$

$x = 2, 4$

2295. $3^{12-5x} < 9$

$(2, +\infty)$

2296. $\left(\frac{1}{4}\right)^{x^2-2x} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x+10}$

2297. $e^{|2x-1|} \geq 1$

2298. $\left(\frac{2}{5}\right)^{x^2-9} < -1$

2299. $5^{3-4x} \geq -25$

2300. $\left(\frac{1}{27}\right)^{x^2-4x} - \left(\frac{1}{9}\right)^{x^2-3x-4} \geq 0$

$\left[\frac{-6-\sqrt{52}}{2}, \frac{-6+\sqrt{52}}{2}\right]$

2301. $4 \cdot 2^{x-3} + \frac{16}{2^{x+2}} > 3$

$(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$

2302. $2^{x-1} - 15 \cdot 3^{x-6} \leq 4 \cdot 2^{x-5} + 3^{x-4}$

$[6, +\infty)$

2303. $5 \cdot 9^x < 2 \cdot 4^x + 3 \cdot 6^x$

$(-\infty, 0)$



Εκθετική συνάρτηση

Συστήματα

Αν οι εξισώσεις έχουν τις ίδιες εκθετικές τότε θέτω και έχω ένα απλό σύστημα

Αν οι εξισώσεις δεν έχουν τις ίδιες εκθετικές τότε δουλεύω κάθε εξίσωση μόνη της και κουράγιο ...

Εκθετική συνάρτηση

Εξισώσεις

Με μία εκθετική : σπάω και θέτω

Με δύο εκθετικές : σπάω , χωρίζω και ενώνω

Με τρεις εκθετικές : βοήθειά σου

Ανισώσεις

Εφαρμόζεις τις τεχνικές των εξισώσεων αλλά κάθε φορά στο τέλος θα πρέπει να ελέγχεις αν η βάση είναι μεγαλύτερη του 1 (γν. αυξ) οπότε δεν αλλάζεις φορά ανίσωσης ή αν είναι μικρότερη του 1 (γν. φθιν) οπότε αλλάζεις φορά ανίσωσης



2304. $(x^2 - 2x - 3)(e^x - 1)(2^x - 8)\left(\left(\frac{2}{3}\right)^x - \frac{4}{9}\right) \geq 0$

$[-1, 0] \cup [2, 3] \cup [3, +\infty)$

2305. $(x - 2)^{2x^2 - 3x - 5} > 1, x \in (2, +\infty)$

Να λύσεις τα συστήματα :

2306.
$$\begin{cases} 8^{x-y} 4^{2y-1} = 4 \cdot 2^x \\ 1000^{x-2} = 10 \cdot 100^{x+y} \end{cases}$$

$(x, y) = (3, -2)$

2307.
$$\begin{cases} 2^{x+1} - 15 \cdot 3^{y-1} = 3 \\ 2^{x+2} - 3^{y+1} = 13 \end{cases}$$

$(x, y) = (2, 0)$

2308.
$$\begin{cases} 2^x = 3y \\ y \cdot 3^x = 12 \end{cases}$$

$(x, y) = \left(2, \frac{4}{3}\right)$

2309.
$$\begin{cases} 2^x 3^y = 108 \\ 2^y 3^x = 72 \end{cases}$$

$(x, y) = (2, 3)$

2310.
$$\begin{cases} 2^x + 5^y = 3 \\ 2^{x+2} - 5^{y+1} = 7 \end{cases}$$

2311.
$$\begin{cases} 3^{x+2} + 3^y = 28 \\ 8^{x-y} 4^{2y-x} = 2 \end{cases}$$

2312.
$$\begin{cases} 3^x - 5^y = 4 \\ 9 \cdot 3^{-x} + 5^y = 6 \end{cases}$$

2313.
$$\begin{cases} 4^{x+\frac{1}{2}} = 2y \\ 8^{x+1} = 32y \end{cases}$$

Να λύσεις τις εξισώσεις :

2314. $2 \cdot 5^{x+3} - 50 = 0$

$x = -1$



2315. $2^{3-x} = \sqrt{2}$

$x = \frac{5}{2}$

2316. $2^{|x|-6} - \frac{1}{4} = 0$

$x = \pm 4$

2317. $11^{x^2-3x-4} - 1 = 0$

$x = -1, 4$

2318. $27 \cdot 9^{x-4} - 3^{13-x} = 0$

$x = 6$

2319. $4^x 2^{-9} = 2\sqrt{2}$

$x = \frac{21}{4}$

2320. $\sqrt{5}^{3x+3} - 5 \cdot 25^{x-1} = 0$

$x = 5$

2321. $(5^{2x-3} - 5\sqrt{5})\left(e^x - \frac{1}{e}\right) = 0$

$x = -1, \frac{9}{4}$

2322. $(\sqrt[3]{9^{x+1}} - \sqrt{3^{5x-6}})(7^{|x|-3} - 1) = 0$

$x = 2, \pm 3$

2323. $(3^{x^2-9})^{x-2} = 1$

$x = 2, \pm 3$

2324. $9^{\sigma\nu^2 x+1} = 27 \cdot 3^{\eta\mu x}$

$x = k\pi + \frac{\pi}{2}, x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}, x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6}$

2325. $9^{x+1} - 36 \cdot 3^{x-1} + 3 = 0$

$x = -1, 0$

2326. $9^{x+\frac{1}{2}} - 10 \cdot 3^{x+\frac{1}{2}} + 9 = 0$

$x = -\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$

2327. $72 \cdot 3^{x-2} - 9 \cdot 2^{x+1} = 0$



$$x = 2$$

2328. $9^{x+1} = 2 \cdot 4^{x+1} - 6 \cdot 3^{2x+1}$

$$x = -\frac{3}{2}$$

2329. $5^x - 3 \cdot 5^{x-1} = \frac{8}{5^x} + \frac{50}{5^{x+2}}$

$$x = 1$$

2330. $9^{\eta \mu^2 x} - 27^{1+\sigma \nu x} = 0$

$$x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}, x = 2k\pi \pm \pi$$

2331. $2^{\sigma \nu^2 x} - 2^{\eta \mu^2 x} = 1$

2332. $(x^2 - x + 1)^{x^2+3x} = 1$

$$x = 0, 1, -3$$

2333. $(x^2 - x - 1)^{x^2+3x} = (x^2 - x - 1)^{x^2-3x}$

$$x = 0, 1$$

Να λύσεις τις ανισώσεις :

2334. $\left(\frac{1}{9}\right)^{|x|-2} \left(\frac{1}{3}\right)^{1-|x|} \leq 1$

$$(-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$$

2335. $2^{2x} - 10 \cdot 2^{x-1} + 4 > 0$

$$(\infty, 0) \cup (2, +\infty)$$

2336. $9^{\frac{x+1}{2}} - 2 \cdot 3^{x+2} + 27 \geq 0$

$$\mathbb{R}$$

2337. $2^x + 2^{3-x} \geq 9$

$$(-\infty, 0] \cup [3, +\infty)$$

2338. $2^{x+3} + 15 \cdot 3^{x-1} < 3^{x+2} - 2^x$

$$(2, +\infty)$$

2339. $4^{\frac{x+1}{2}} - 3 \cdot 10^x - 5^{2x+1} < 0$

$$(-1, +\infty)$$



2340. $(2^x - 8)(3^x - 9)(7^x - 1) \geq 0$

$[0, 2] \cup [3, +\infty)$

2341. $(4 - 2^x)(5^{x+2} - 1)\left(3^x - \frac{1}{27}\right) > 0$

$(-\infty, -3) \cup (-2, 2)$

2342. $\frac{4^x + 10 \cdot 2^x - 14}{4^x + 1} \leq 2$

$(-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$

2343. $\frac{(2^x - 8)(13^x - 1)}{3^x - 9} \geq 0$

$[0, 2) \cup [3, +\infty)$

2344. $2^x + 1 \leq \frac{2^{x+1} - 6}{2^x - 2}$

$(-\infty, 1)$

Να λύσεις :

2345. $6^{4x-5} = 2^{2x-1} 3^{6x-9}$

$x = 2$

2346. $20^{6x-1} = 10^{3x+1} 2^{9x-3}$

$x = \frac{2}{3}$

2347. $3x6^{x-1} \geq \frac{|x|}{2}, xe^x \leq e|x|$

$a : x = 0, b : (-\infty, 1]$

2348. $5 \cdot 7^{2x} - 3 \cdot 7^x = 2$

$x = 0$

2349. $5^{2x+1} + 24 \cdot 5^x - 5 = 0$

$x = 1$

2350. $2^x - 4\sqrt{2^x} = 0$

$x = 4$



2351. $3^{x+1} - 10\sqrt{3^x} + 3 = 0$

$x = \pm 2$

2352. $\frac{10+2^x}{4} = \frac{9}{2^{x-2}}$

$x = 3$

2353. $8\left(8^{\frac{x-2}{3}} + 1\right) = 5 \cdot 2^{2x} + 7 \cdot 2^{x+1}$

$x = 2, -1$

2354. $4^{x+1} + 3 \cdot 2^x \leq 25 - 3 \cdot 2^{1-x}$

$(-2, 2)$

2355. $\frac{3^x + 3^{-x}}{3^x - 3^{-x}} = 2$

$x = \frac{1}{2}$

2356. $\left(\frac{1}{5}\right)^{x+\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{25} \cdot 0,04^x$

$x = -2$

2357. $\left(\frac{5}{12}\right)^x \left(\frac{6}{5}\right)^{x-1} = \frac{10}{3}$

$x = -2$

2358. $4^x + 6^x = 2 \cdot 9^x$

$x = 0$

2359. $16^x + 36^x = 2 \cdot 81^x$

$x = 0$

2360. $9 \cdot 4^x = 16 \cdot 3^x$

$x = 2$

2361. $\sqrt{3} \cdot 4^{x^2} = 2 \cdot 3^{x^2}$

$x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

2362. $(16\sqrt{2})^{|x-1|} = 8$



$$x = \frac{1}{3}, x = \frac{5}{3}$$

2363. $2^{2+\frac{x}{2}} - 7 \cdot 2^{\frac{x}{4}} = 2$

$$x = 4$$

2364. $x^{5\eta\mu 2x+2} = \frac{1}{\sqrt{x}}$

2365. $8^x \leq 4, (0,3)^x > \frac{100}{9}$

$$a : x \leq \frac{2}{3}, b : x < -2$$

2366. $3^{3x-4} > 9$

$$\left(-\infty, \frac{2}{3}\right) \cup (2, +\infty)$$

2367. $16^x - 3^{2x-\frac{1}{2}} \geq 3^{2x+\frac{1}{2}} - 4^{2x-\frac{1}{2}}$

$$\left[\frac{3}{4}, +\infty\right)$$

2368. $\sqrt{2}^{2x^2} \left(\frac{1}{2}\right)^{7-6x} > 1$

$$(-\infty, -7) \cup (1, +\infty)$$

2369. $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2+x-3} \leq \frac{8}{27}$

$$(-\infty - 3] \cup [2, +\infty)$$

2370. $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} > \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{x+1}}$

$$(-\infty, -2) \cup (-2, -1)$$

2371. $2^{2+x} - 2^{2-x} \leq 15$

$$(-\infty, 2]$$

2372. $2^x + 2^{1-x} < 3$

$$(0, 1)$$

2373. $7 \cdot 3^{x+1} - 5^{x+2} \leq 3^{x+4} - 5^{x+3}$



$$(-\infty, -1]$$

2374. $2^{x^2-1} - 3^{x^2} = 3^{x^2-1} - 2^{x^2+2}$

2375. $3 \cdot 4^x + 3 \cdot 9^{x+1} = 3 \cdot 4^{x+\frac{3}{2}} - \frac{1}{2} 9^{x+1}$

2376. $3^{3^x} \geq 27, \quad 2^{3^x} \leq \sqrt[3]{2}$

2377. $\frac{2^{x+1} + 1}{2^{x+1} - 1} \leq 2$

$$(-\infty, -1)$$

2378. $\sqrt{9^x - 3^{x+2}} \leq 3^x - 9$

2379.
$$\begin{cases} 5 \cdot 3^x - 4 \cdot 5^{x-y} = 25 \\ 3^x + 3 \cdot 5^{-y} = 24 \end{cases}$$

$$x = 2, y = -1$$

2380.
$$\begin{cases} 2^x = 8^{y+1} \\ 9^y = 3^{x-9} \end{cases}$$

$$x = -6, y = -3$$

2381.
$$\begin{cases} 3^x + 4^y = 13 \\ 9^x - 16^y = 65 \end{cases}$$

$$x = 2, y = 1$$

2382.
$$\begin{cases} 2^x - 3^y = 1 \\ 8^x - 27^y = 7 \end{cases}$$

$$x = 1, y = 0$$

2383.
$$\begin{cases} 2^x + 2^y = 6 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

2384.
$$\begin{cases} 2^x + 5^y = 9 \\ 4^x - 25^y = -9 \end{cases}$$

2385. Πότε ορίζεται η $f(x) = \left(1 + \frac{1}{m}\right)^x$

$$(-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$$



2386. Ποια η μονοτονία της $f(x) = \left(\frac{m-2}{2-3m}\right)^x$

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$$

2387. $5^{x+\sqrt{x}} = 3^{x+\sqrt{x}}$

$$x = 0$$

2388. $(x^2 + 2x + 3)^{x-\frac{1}{x}} = (x^2 + 4x + 7)^{x-\frac{1}{x}}$

$$x = \pm 1$$

2389. $ex^2 - (e^3 + 1)x + e^2 = 0$

$$x = e^2, e^{-1}$$

2390. $e^{1+x} - e^{1-x} = 1 - e^2$

$$x = -1$$

2391. $3^{x-2} = 2 \cdot 2^{x-3}$

$$x = 2$$

2392. $4^{1+\eta\mu x} - 9 \cdot 2^{\eta\mu x} + 2 = 0$

$$x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

2393. $3^{\eta\mu^2 x} + 3^{\sigma\upsilon\nu^2 x} = 4$

$$x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}, x = k\pi + \frac{\pi}{2}, x = k\pi$$

2394. $3^{4\sqrt{x}} - 4 \cdot 3^{2\sqrt{x}} + 3 = 0$

2395. $\left(\frac{5}{6}\right)^x \left(\frac{36}{25}\right)^{2x-1} = 1$

$$x = \frac{2}{3}$$

2396. $\left(\frac{1}{10}\right)^{\frac{x}{3}} = 10\sqrt{10}$

2397. $3^{x+2} 5^x = 2025$

$$x = 2$$



2398. $\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{x}} = \frac{4}{3}$

2399. $e^{1+x} + e^{1+2x} > 1 + e^x$

2400. $(x^2 - x + 2)^{\eta_{\mu x}} = \sqrt{x^2 - x + 2}$

$x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}, x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6}$

2401. $(x^2 - x + 1)^x \geq (x^2 - x + 1)^{\frac{4}{x}}$

2402. $2^x + 2^{|x|} \leq 2$

2403. $2^x + 3^x = 2$

2404. $\begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 12 \\ 2^y \cdot 3^x = 18 \end{cases}$

$x = 2, y = 1$

2405. Να συγκρίνεις : $\left(\frac{2}{3}\right)^{1+\sqrt{6}}, \left(\frac{2}{3}\right)^{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

2406. Να συγκρίνεις : $\left(\frac{4}{\pi}\right)^{2012}, \left(\frac{4}{\pi}\right)^{2013}$

2407. $\sqrt{9^x - 3^{x+2}} \leq 3^x - 9$

2408. $(1 - e^x)(2^{3x} - 4)(x^2 - x) \geq 0$

2409. $\left(4^{2x-\frac{1}{2}} - 2\right)(x^4 - x^3 - 12x^2) \leq 0$

2410. Να βρεις πεδίο ορισμού : $f(x) = \sqrt{4^x - 6^x}$

2411. Να βρεις πεδίο ορισμού : $f(x) = \sqrt{3 \cdot 9^x + 8 \cdot 3^x - 3}$

2412. Να βρεις πεδίο ορισμού : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3^x - 2\sqrt{3^x} + 1}}$

2413. Στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων

- $f(x) = 3^x$ $g(x) = 3^{x+2}$ $h(x) = 3^{x+2} - 1$
- $f(x) = 2^x$ $g(x) = 2^{x-2}$ $h(x) = 2^{x-2} + 3$
- $f(x) = e^x$ $g(x) = e^{x-1}$ $h(x) = e^{x-1} - 2$
- $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$ $h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} - 3$



$$\bullet \quad f(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^x \quad g(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^{x-3} \quad h(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^{x-3} + 2$$

2414. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων :

- $f(x) = 3^{|x|}$
- $f(x) = 3^{-|x|}$
- $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$
- $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-|x|}$

2415. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων :

- $f(x) = 2^{|x|+1}$
- $f(x) = 2^{|x|-1}$
- $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|+1}$
- $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|-1}$
- $f(x) = \sqrt{4 \cdot 4^x + 12 \cdot 2^x + 9}$

2416. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{\lambda+4}{2-\lambda}\right)^x$. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R} - \{2\}$ η συνάρτηση

$f(x)$:

- έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$
- είναι εκθετική
- είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$
- είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$

2417. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (2\alpha - 5)^x$. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$ η συνάρτηση $f(x)$:

- έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$
- είναι εκθετική
- είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$
- είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$

2418. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (|\lambda| - 3)^x$. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ η συνάρτηση $f(x)$:

- έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$
- είναι εκθετική
- είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$
- είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$

2419. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (3\lambda^2 + 8\lambda + 5)^x$. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ η συνάρτηση $f(x)$:

- είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$
- είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$



2420. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (6\lambda^3 - 7\lambda^2 + 1)^x$. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ η συνάρτηση $f(x)$:

- είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$
- είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$

2421. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (\lambda^4 + 4\lambda^3 - 7\lambda^2 - 22\lambda + 25)^x$. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ η συνάρτηση $f(x)$ είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$.

2422. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{\lambda^3 + 2\lambda^2 - 3\lambda - 7}{2\lambda - 1}\right)^x$. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ η συνάρτηση $f(x)$ είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$.

2423. Να λύσετε τις εξισώσεις:

- $3^{2x} = \frac{1}{81}$
- $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 27$
- $2^{-x} = 32$
- $\frac{1}{2^x} = 16$
- $4^{3x} = 2x^2 \cdot 16x^{\frac{5}{2}}$
- $9^x - 2 \cdot 3x^2 - 3 = 0$

2424. Να λυθούν οι εξισώσεις :

- $e^{x^2-2x} = 1$
- $3^{x^2-|x|} = 9^{|x|-2}$
- $\left(\frac{3}{4}\right)^x = \frac{64}{27}$
- $\left(\frac{1}{4}\right)^{x+5} = \sqrt{2^{x-4}}$

2425. Να λυθούν οι εξισώσεις :

- $2 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$
- $2^{2x+1} - 4 \cdot 2^x = 0$
- $4^{x+1} - 9 \cdot 2^x + 2 = 0$
- $3^x - 7 = \frac{63}{3^{x+1}} - 3^{3-2x}$

2426. Να λυθούν οι εξισώσεις :

- $3^{2x} + 9^x = 11 \cdot 4^{x-1} + 4^{x+1}$
- $3 \cdot 2^{x-4} - 2^{x-1} = 5^{x-2} - 6 \cdot 5^{x-3}$
- $9^{x+1} - 4^{x+2} = 44 \cdot 4^{x-1} + 3^{2x}$
- $4^{x+1} - 13 \cdot 6^x + 9^{x+1} = 0$

2427. Να λυθούν οι εξισώσεις:

- $2^{x^2-5x+6} = 1$



- $2^{4x+10} - 3 \cdot 2^{2x+5} + 2 = 0$
- $5^{2x-1} + 5^{x+1} = 250$
- $3^{2x-2} + 3^x = 4$
- $4^x - 7 \cdot 2^x - 8 = 0$
- $2 \cdot 9^x - 3^{x+1} - 135 = 0$

2428. Να λυθούν οι εξισώσεις:

- $2^x - 5\sqrt{2^x} + 4 = 0$
- $3^{x+1} - 28 + 9 \cdot 3^{-x} = 0$
- $2^{x-2} - 3^{x-3} + 3^{x-4} = 0$
- $4^x - 3^{x-\frac{1}{2}} = 3^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1}$
- $9^{x-1} + \sqrt{9^{x-1}} - 10 = 0$
- $3^{x-1} + \sqrt{3^{x+1}} - 108 = 0$

2429. Να λυθούν οι εξισώσεις:

- $(x^2 - 5x + 5)^{x+2} = 1$
- $e^{2x} + e = e^x + e^{x+1}$
- $(\sqrt{3} + 1)^{x+5} = 1$
- $3^{(x^2-9x+21)} = 1$
- $(x^2 - 3x + 1)^{3x-5} = 1$
- $(x-3)^{2x^2-5x-3} = (x-3)^{x^2-4x+3}$

2430. Να λύσετε τις εξισώσεις:

- $5 \cdot 2^{2x} - 7 \cdot 10^x + 2 \cdot 5^{2x} = 0$
- $4^{x+1} - 12 \cdot 6^{x-1} = 6 \cdot 9^x$
- $3^{x^2-x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$
- $9^{x^2-1} = 27^{(1+m)x}$

2431. Να λύσετε τις ανισώσεις:

$$e^{x^2-x} < 1$$

$$7^{2x-4} > 7^{x+1}$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{x-3}{x}} < 5^{1-2x}$$

$$e^{x^2-5x} - e^6 < 0$$

$$3^{2x} + 3 \leq 28 \cdot 3^{x-1}$$

$$3^{x^2-7x+9} < \frac{1}{3}$$

2432. Να λύσετε τις ανισώσεις:

$$3^{12-5x} < 9$$

$$e^{|2x-1|-5} \geq 1$$



$$5^{3-4x} \geq -25$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{x^2-2x} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x+10}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{x^2-9} < -1$$

$$\left(\frac{1}{27}\right)^{x^2-4x} - \left(\frac{1}{9}\right)^{x^2-3x-4} \geq 0$$

2433. Να λύσετε τις ανισώσεις:

$$3^{x^2-7x+6} < 1$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x} < \left(\frac{1}{4}\right)^{x+\frac{5}{2}}$$

$$2^{2x} - 10 \cdot 2^{x-1} + 4 \geq 0$$

$$4^x - 6 \cdot 2^x + 8 < 0$$

$$2^{x+3} + 15 \cdot 3^{x-1} < 3^{x+2} - 2^x$$

$$2^{x-1} - 15 \cdot 3^{x-6} \leq 4 \cdot 2^{x-5} + 3^{x-4}$$

2434. Να λύσετε τις ανισώσεις:

$$4 \cdot 2^{x-3} + \frac{16}{2^{x+2}} > 3$$

$$16 \cdot 8^{x-1} - 13 \cdot 4^x + 11 \cdot 2^{x+1} - 8 \leq 0$$

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{x-1} - 30\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} + 1 \leq 0$$

$$\frac{1}{4} \cdot 8^{x+1} - 11 \cdot 4^x + 26 \cdot 2^{x-1} - 4 \geq 0$$

2435. Να λύσετε την ανίσωση : $(x^2 - 2x - 3)(e^x - 1)(2^x - 8)\left[\left(\frac{2}{3}\right)^x - \frac{4}{9}\right] \geq 0$.

2436. Να λύσετε την ανίσωση : $(x^2 - 3x - 4)(e^x - 1)\left[\left(\frac{1}{2}\right)^x - \frac{1}{16}\right] \leq 0$.

2437. Να λύσετε την ανίσωση : $(x - 2)^{2x^2-3x-5} > 1$ με $x > 2$.

2438. Να λυθούν τα συστήματα:

$$9^{x+1} = 3^{y+3}$$

$$2^{x-1} \cdot 4^y = 1$$

$$5^{3x-1} \cdot 25^{y+1} = 1$$

$$4^{x+y} = 8 \cdot 2^y$$

$$3^x \cdot 3^{y-1} = 9$$

$$4^{2x+4} \cdot 8^{y-1} = 8$$

2439. Να λυθούν τα συστήματα:

$$8^{x+1} - 4^{2y+1} = 4 \cdot 2^y,$$

$$2^{x+1} - 15 \cdot 3^{y-1} = 3,$$

$$1000^{x-2} = 10 \cdot 100^{y+x}$$

$$2^{x+2} - 3^{y+1} = 13$$

$$2^x = 3y,$$

$$2^x \cdot 3^y = 108,$$

$$y \cdot 3^x = 12$$

$$2^y \cdot 3^x = 72$$

2440. Να λυθούν τα συστήματα:

$$2^{x^2-5x+6} = 1,$$

$$4^x \cdot 8^y = 256,$$

$$x + y = 8$$

$$64 \cdot 4^x - 8^y = 0$$

$$2^{x+y} = 4,$$

$$2^{x+1} - 15 \cdot 3^{y-1} = 3,$$

$$2^{x+1} + 2^{y+2} = 10$$

$$2^{x+2} - 3^{y+1} = 13$$

2441. Να λυθούν τα συστήματα:



$$3^x - 5^y = 4,$$

$$9 \cdot 3^x + 5^y = 6$$

$$5^x - 4^{y+1} = 9,$$

$$5^{x-1} + 4^{y+2} = 69$$

$$3^x - 5^y = 4,$$

$$27^x - 125^y = 604$$

$$\sqrt{x+y} = 2,$$

$$(x+y) \cdot 3^{x-y} = 27$$

2442. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης : $f(x) = 4^x + \lambda$ διέρχεται από το σημείο $A(\frac{3}{2}, 11)$.

- Να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$.
- Να λύσετε την εξίσωση : $f(\frac{5}{2}) \cdot \eta\mu^2 x + f(-\frac{1}{2}) \cdot \sigma\upsilon\nu x = 56(1 - \sigma\upsilon\nu x)$
- Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f .

2443. Η συνάρτηση : $f(x) = (-3\lambda^2 + 12\lambda - 8)^x$, με $\lambda \in \mathbb{Z}$, είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$.

- Να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{Z}$.
- Να λύσετε την εξίσωση : $f(\frac{3}{2}) \cdot \eta\mu \frac{5\pi}{6} \cdot \eta\mu \frac{4\pi}{3} \cdot \eta\mu x = -[f(\frac{5}{2}) + f(1)]^{\frac{1}{2}} \cdot \sigma\upsilon\nu x$

2444. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 3^x - 3^{x+a} - 2^{x+2} - 2^{x-2}$ διέρχεται από το σημείο $A(3, -12)$. Να βρείτε:

- Την τιμή του $a \in \mathbb{R}$.
- Τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τον άξονα $x'x$.

2445. Το πολυώνυμο $f(x) = x^4 + 5^{2\lambda-1} \cdot x^3 - 2 \cdot 3^{\lambda+1} \cdot x^2 + 25^\lambda \cdot x - 1$ έχει παράγοντα το $x - 1$.

- Να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$.
- Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της f βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$.

2446. Δίνεται η συνάρτηση : $f(x) = (\alpha + 2)^x - 5\alpha^{x-1} + 20$ με $\alpha > 0$, της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $M(2, -4)$.

- Να βρείτε τον αριθμό α .
- Να λύσετε την ανίσωση $f(x) \leq 4$.
- Να λύσετε το σύστημα : $\{ 2^x \cdot 2^y = (f(1))^{\frac{1}{2}}, 2^x + 2^y = 3(f(3))^{\frac{1}{2}} \}$

2447. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{\frac{4^x - 3 \cdot 2^{x+2} + 8}{2^{x+2} + 4}}$.

- Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .
- Να λύσετε την εξίσωση $9^{f(x)} - 8 \cdot 3^{f(x)} - 9 = 0$.

2448. Δίνεται το σύστημα $\{ 4^{\alpha-1} \cdot 8^{\beta-2} = 2, 7^{3\alpha-2\beta} = 1 \}$

- Να βρείτε τις τιμές των α και β



- α λύσετε την ανίσωση $(\frac{\alpha}{\beta})^x < \frac{8}{27}$
- Να λύσετε την εξίσωση $\alpha^{x-1} \cdot \beta^{x+1} = 54$

2449. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{40}{4^{x+\lambda} - 8}$

- Αν η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $M(3, 5)$, να δείξετε ότι $\lambda = -1$.
- Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .
- Να λύσετε την εξίσωση : $f(x) = -\frac{160}{31}$. (Απ. $x = 0$)

- Να λύσετε την εξίσωση : $9^{y-1} + \sqrt{9^{y-1}} + f(2) = 0$. (Απ. $y = 1$)

2450. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (2^{\lambda-3} - 1)^x$.

- Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα και για ποιες είναι γνησίως φθίνουσα.
- Να βρείτε το $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $A(2, 9)$.
- Αν $\lambda = 5$, να λύσετε την εξίσωση : $f(x) + f(x + \frac{1}{2}) = \frac{\sqrt{3}}{3} + 1$.
- Αν $\lambda = 5$, να λύσετε την ανίσωση : $f(-2x) - 4f(-x) + 3 \leq 0$.
- Αν $\lambda = 5$, να δείξετε ότι : $f(\frac{\alpha+\beta}{2}) \leq \frac{f(\alpha) + f(\beta)}{2}$ για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

2451. Δίνεται η συνάρτηση : $f(x) = 4^{\frac{\eta\mu x}{2}} \cdot 2^{2\eta\mu^2 x - 5} + \alpha$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

- Να δείξετε ότι $\alpha = -\frac{1}{8}$.
- Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τον άξονα $x'x$.
- Να λύσετε την ανίσωση : $\frac{1}{e} + f((\frac{\pi}{2})^x) \geq 0$.



Λογάριθμοι

Να υπολογίσεις :

2452. $\log 10, \ln e, \log 1$

$1, 1, 0$

2453. $\ln 1, \log 10000, \ln \frac{1}{e^2}$

$0, 4, -2$

2454. $\log(\ln e^{100}), 10^{\log 3}, e^{\ln 5}$

$2, 3, 5$

2455. $\log_4 \frac{1}{32}, \log_{\frac{1}{3}} \sqrt{27}, \log_7 7$

$-\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}, 1$

2456. $\log_2 16, \log_{13} 1, 5^{\log_5 3}$

Να υπολογίσεις την τιμή του x :

2457. $\log x = 3$

2458. $\log_x 9 = 3$

2459. $\log_x (5x - 4) = 2$

Να υπολογίσεις την αριθμητική τιμή :

2460. $\log 20 + \log 50$

3

2461. $\ln(e^4 - e^3) - \ln(e - 1)$

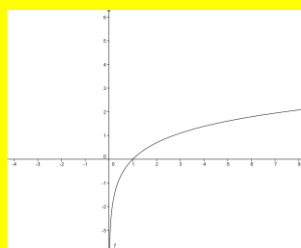
3

2462. $2 \log 5 + \frac{1}{2} \log 16$

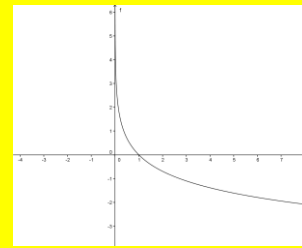
2

2463. $\frac{\ln 25 - \log 9}{\ln \sqrt{5} - \log \sqrt{3}}$

Λογαριθμική με $a > 1$



Λογαριθμική με $a < 1$



Λογαριθμική συνάρτηση
 $f(x) = \log_a x, a > 0, a \neq 1$

Για $a > 1$

Πεδίο ορισμού : $(0, +\infty)$

Σύνολο τιμών : $(-\infty, +\infty)$

Μονοτονία : γνησίως αύξουσα

Διέρχεται από $A(1, 0)$

Ασύμπτωτη : $O\psi'$

Για $a < 1$

Πεδίο ορισμού : $(0, +\infty)$

Σύνολο τιμών : $(-\infty, +\infty)$

Μονοτονία : γνησίως φθίνουσα

Διέρχεται από $A(1, 0)$



4

$$2464. \frac{2 - \log 4}{\frac{1}{2} + \log \sqrt{\frac{5}{2}}}$$

$$2465. \frac{1 + 4 \log 2 - 3 \log 4 + \frac{1}{3} \log 8}{\log 75 - 2 \log \sqrt{3}}$$

$\frac{1}{2}$

$$2466. e^{\frac{1}{2} \ln 9 - \frac{2}{3} \ln 8 + \ln 12}$$

9

$$2467. \frac{\log^2 20 - \log^2 5}{\log \sqrt{2}}$$

8

$$2468. \frac{\log 45}{\log 3} - \frac{\ln 5}{\ln 3}$$

2

$$2469. 3 \log 2 + \log 125$$

3

$$2470. 2 \log 40 - 4 \log 2$$

2

$$2471. \frac{1}{2} \log 25 + \frac{1}{3} \log 8$$

1

$$2472. 2 \ln(3 + \sqrt{3}) + \ln(7 - 4\sqrt{3})$$

$$2473. \log 40 - \log(3 - \sqrt{5}) - \log(3 + \sqrt{5})$$

1

$$2474. \frac{2 \log 3 + 3 \log 2 + \log 5 - 1}{2 \log 2 + \log 150}$$

$$2475. \frac{2 \log 40 - \log 20 - 1}{1 - \log 50}$$

$$2476. 10^{1 - \log 5}, 100^{\log 6 - \log 2}$$

Λογάριθμος $\log_a x$

Ιδιότητες

$$\log_a x = \theta \Leftrightarrow a^\theta = x$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a x + \log_a y = \log_a xy$$

$$\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$$

$$k \log_a x = \log_a x^k$$



2,9

2477. $1000^{\log 2}, \sqrt{10}^{\log 9}, e^{2 \ln 5}$

2478. $\sqrt{e}^{\ln 16}, \left(\frac{1}{e}\right)^{\ln 3}, \left(\frac{\sqrt{e}}{e^2}\right)^{\ln 4}$

2479. $10^{2 \log 6 - \log 12}, 1000^{\frac{2}{3} - \frac{1}{6} \log 16}$

3,25

2480. $\left(\frac{\sqrt{10}}{10}\right)^{\log 25 - 4}, e^{\ln 24 - 3 \ln 2}$

2481. $\left(\frac{1}{e}\right)^{2 \ln 5 - \ln 75}, 4^{1 + \log_2 3}$

3,36

Να λυθούν οι εξισώσεις :

2482. $\log(|2x - 5| - 15) = 2$

2483. $\ln(x^2 - 4x + 4) = 0$

$x = 1, 3$

2484. $\ln(3x - 1) = \ln(9 - x^2)$

$x = 2, -5$

2485. $\log(x + 8) + \log(8 - x) = 1 + \log(x + 4)$

$x = 2$

2486. $\frac{\log x + 3}{\log x} + \frac{\log x^2 - 3}{\log x - 2} = 5$

$x = 10, 1000$

2487. $2^{x+4} = 5^{2-x}$

$x = 2 \log \frac{5}{4}$

2488. $x^{\log x} = \sqrt{10}x$

$x = 10, \frac{1}{\sqrt{10}}$

2489. Ν.δ.ο. $x^{\log 2} = 2^{\log x}, x > 0$ και να λύσεις την εξίσωση : $4^{\log x} = x^{\log 2} + 2$



$$x = 10$$

Να λύσεις τα συστήματα :

$$2490. \begin{cases} \log(20x+10y) = 2 \\ \log(x+1) + \log y = 1 \end{cases}$$

$$(x, y) = (0, 10), (4, 2)$$

$$2491. \begin{cases} \log(y-x) = 1 - \log 5 \\ \log x + \log 6 = \log y + \log 2 \end{cases}$$

$$(x, y) = (1, 3)$$

$$2492. \begin{cases} \log x^2 - \log x^4 = -10 \\ \log^2 x + \log^2 y = 5 \end{cases}$$

$$(x, y) = \left(\frac{1}{10}, 100\right)$$

$$2493. \begin{cases} x^{\log y} = \frac{1}{100} \\ 2^{\log y} 4^{\log x} = 1 \end{cases}$$

$$(x, y) = \left(\frac{1}{10}, 100\right)$$

$$2494. \begin{cases} x^{\log y} + y^{\log x} = 20 \\ \log x + 2 \log y = 3 \end{cases}$$

$$2495. \begin{cases} 3^x - 2^y = 1 \\ x \ln 3 + y \ln 2 = \ln 72 \end{cases}$$

$$(x, y) = (2, 4)$$

$$2496. \begin{cases} 2^{\ln x} - 3^{\ln y} = 1 \\ 4^{\ln x} + 9^{\ln y} = 25 \end{cases}$$

$$(x, y) = (e^2, e)$$

$$2497. \text{ Δίνονται οι συναρτήσεις : } f(x) = (2a-5)^x, g(x) = (|a|-3)^x, h(x) = \left(\frac{a+1}{5-a}\right)^x$$

- Να βρεις πεδίο ορισμού
- Να βρεις διαστήματα μονotonίας



2498. Δίνονται οι συναρτήσεις :

$$f(x) = \ln(e^{2x} - e) - 1, g(x) = \ln(3 - \sqrt{x+1}), h(x) = \log(2 - \log(|2x-13|-3))$$

- Να βρεις πεδίο ορισμού
- Να βρεις τα σημεία τομής με άξονες

2499. Αν $\log 2 = a, \log 3 = b$, υπολόγισε $\log 5, \log 6, \log 8, \log 50, \log \sqrt[3]{24}$

2500. $\log a + \log a^2 + \dots + \log a^n =$

2501. $5^{3x-1} = 2^{x+3}$

2502. $\log(x-13) + 3\log 2 = \log(3x+1)$

2503. $\log 2 + \log(x^2 + 1) = \log 5 + \log x$

2504. $\log(2x-4) - \log(9-x) = 2\log 3$

2505. $\log\left(x + \frac{1}{2}\right) = -\log x$

2506. $\log(x-6) + \log(x-7) = 1 - \log 5$

2507. $\log(x-9) + 2\log\sqrt{2x-1} = 2$

2508. Να βρεις το πρόσημο των :

$$\log_2 \frac{3}{2}, \log_{\frac{2}{3}} 2, \log_{\frac{3}{2}} \frac{3}{4}, \log_{\frac{4}{3}} \frac{2}{3}$$

2509. Να συγκρίνεις : $\log_7 2005, \log_7 2016$

2510. Να συγκρίνεις : $\log_{\frac{1}{7}} 5, \log_{\frac{1}{7}} 6$

2511. Να βρεις το a ώστε η εξίσωση να έχει δύο ρίζες

άνισες : $4x^2 + 4x - 3 = \log_2 a$

2512. Να βρεις το $x \in \mathbb{R} : \log x, \log 2\sqrt{14}, \log(x+1)$, να είναι διαδοχικοί όροι Α.Π.

2513. $x(1 - \log 5) = \log(2^x + x - 1)$

$x = 1$

2514. $x(\log 5 - 1) = \log(2^x + 1) - \log 6$

$x = 1$

2515. $2x - \log(5^{2x} + 4^x - 16) = x \log 4$

Λογαριθμική συνάρτηση

Εξισώσεις

Ο στόχος είναι να εφαρμόσεις ιδιότητες λογαρίθμων ώστε να μείνει ένας λογάριθμος σε κάθε μέλος και λόγω του 1-1 να "διώξεις" τα log

Ανισώσεις

Εφαρμόζεις την τεχνική των εξισώσεων αλλά κάθε φορά στο τέλος θα πρέπει να ελέγχεις αν η βάση είναι μεγαλύτερη του 1 (γν. αυξ) οπότε δεν αλλάζεις φορά ανίωσης ή αν είναι μικρότερη του 1 (γν. φθιν) οπότε αλλάζεις φορά ανίωσης



$x = 2$

2516. $\log_3 |3 - 4x| < 2$

2517. $\log_9 \frac{2x}{x+1} > \frac{1}{2}$

2518. $\log_{\frac{1}{5}} (x^2 - 4) \geq -1$

2519. Να βρεις το m ώστε η εξίσωση να έχει μιγαδικές ρίζες : $x^2 - 2(1 + \log m)x + 1 - \log^2 m = 0$

2520. Να υπολογίσεις : $4^{\frac{1}{2} + \log_4 3}, 25^{1 - 3 \log_5 10}$

2521. Ν.δ.ο. $\log_2 (\log_2 \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}) = \log_2 7 - 3$

2522. $9^{\log_3 5} + e^{1 - \ln 2} - 2^{\log_4 36} =$

2523.
$$\begin{cases} \log x + \log y = 3 \\ \log x^3 - \log y^4 = 2 \end{cases}$$

$(x, y) = (100, 10)$

2524.
$$\begin{cases} \log_5 x + \log_5 y = 2 \\ 2x + 7y = 57 \end{cases}$$

2525. $\left(\frac{1}{6}\right)^{\log_3 (x^2 - 2x - 3)} > 1$

2526. $\log(3x - 2) - 2 = \frac{1}{2} \log(x + 2) - \log 50$

$x = 2$

2527. $\log_5 (\log_2 (\log_3 x)) = 0$

2528. $\log_3 (1 + \log_3 (2^x - 7)) = 1$

2529. $\log_2 (4^x + 4) - \log_2 (2^{x+1} - 3) = x$

2530. $\log_2 (9^{x-1} + 7) = 2 + \log_2 (3^{x-1} + 1)$

2531. $\log_{\frac{1}{3}} (\log_2 (x^2 - 8)) \geq -1$

2532. $\log_{\frac{1}{2}} (\log_3 (1 - x)) > -1$

2533. $x + \log(1 + 2^x) = x \log 5 + \log 6$

Λογαριθμική συνάρτηση

Συστήματα

Αν οι εξισώσεις έχουν τους ίδιους λογάριθμους τότε θέτω και έχω ένα απλό σύστημα

Αν οι εξισώσεις δεν έχουν τους ίδιους λογάριθμους τότε δουλεύω κάθε εξίσωση μόνη της και κουράγιο ...



$x = 1$

2534.
$$\begin{cases} \log_2 x + \log_2 y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

2535.
$$\begin{cases} \log_3 xy = 3 \\ \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{x}{y} \right) = 3 \end{cases}$$

2536.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ \log x + \log y = \log 2 \end{cases}$$

$(x, y) = (1, 2), (2, 1)$

2537.
$$\frac{1}{5 - \log_a x} + \frac{2}{1 + \log_a x} < 1, a \in (0, 1)$$

2538.
$$\log(-8 \cdot 5^x + 2 \cdot 20^x) = x + \log 15$$

$x = 3$

2539.
$$x(1 - \log 5) = \log(4^x - 12)$$

$x = 2, x = -\frac{16}{5}$

2540.
$$\frac{1}{\log x} = 2 + \log \frac{1}{x}$$

$x = 10$

2541.
$$\log_2 \left(\frac{8}{2^x} - 1 \right) = x - 2$$

2542.
$$\sqrt{5 - 2 \log_2 x} = 3 - \log_2 x$$

2543.
$$\left(\frac{1}{5} \right)^{\log^2 x - \log x} = \frac{1}{125} 5^{\log x - 1}$$

$x = 100, \frac{1}{100}$

2544.
$$2^{\log_3 x} 5^{\log_3 x} = 10\sqrt{10}$$

2545.
$$x^{\log_2 x - 2} > \frac{x}{4}$$

2546.
$$5^{\log x} - 3^{\log x - 1} = 3^{\log x + 1} - 5^{\log x - 1}$$



$x = 100$

2547. $9^{1+\log_3 x} - 3^{1+\log_3 x} = 210$

2548. $x^{\log 2x} = 5$

2549. $\frac{2\log x}{\log(5x-4)} = 1$

$x = 1, 4$

2550.
$$\begin{cases} x^{\log y} = 100 \\ \sqrt{\frac{10}{xy}} = \frac{1}{10} \end{cases}$$

$(x, y) = (100, 10), (10, 100)$

2551.
$$\begin{cases} \log x \log(xy) = 2 \\ \log \frac{x}{y} = 3 \end{cases}$$

2552.
$$\begin{cases} \log_3 x = y - 1 \\ x^y = 3^{12} \end{cases}$$

2553. $\log_2 (4^x - 5 \cdot 2^x + 2) > 2$

2554. $5^{2\log x} - 3^{2\log x-1} = 9^{\log x + \frac{1}{2}} - \frac{1}{5} 25^{\log x}$

$x = 10$

2555. Να βρεις πεδίο ορισμού : $f(x) = \log(4 - 9x^2), g(x) = \sqrt{\log\left(\frac{x-1}{x+1}\right)}$

2556. Ομοίως $f(x) = \sqrt{x \log(x+2)}$

2557. $\log^2 x \geq \log x + 2$

$\left(-\infty, \frac{1}{10}\right) \cup (100, +\infty)$

2558. $\log^2 x + 3\log x \leq 4$

2559. $15^{\log x} < 1$

2560. $x^{\log x-3} = 0,01$

2561. $\log(x-2) + \log(27-x) < 2$



2562. $\log_{x-1}(x-2) < 2$

2563. $\log_{2x}(x^2 - 5x + 6) > 1$

2564. Να υπολογίσετε τους λογάριθμους :

- $\log_4 256 \quad \log_3 243 \quad \log \sqrt{1000} \quad \log_{0,4} 0,16$
- $\log_4 \frac{1}{32} \quad \log_{\frac{1}{3}} \sqrt{27} \quad \log_2 16 \quad \log_3 9^{15}$
- $\log_5 \sqrt{5} \quad \log_{13} 1 \quad 5^{\log_5 3}$

2565. Να υπολογίσετε τους λογάριθμους :

- $\log 10 \quad \ln e \quad \log 1 \quad \ln 1 \quad \log 10000$
- $\ln \frac{1}{e^2} \quad \log(\ln e^{100}) \quad 10^{\log 3} \quad e^{\ln 5}$

2566. Να υπολογισθεί το x στις παρακάτω ισότητες.

- $\log_2 x = -3$
- $\log x = 5$
- $\ln x = 2$
- $\log_{\frac{1}{3}} x = -2$

2567. Να υπολογισθεί το x στις παρακάτω ισότητες.

- $\log_x 27 = \frac{3}{2}$
- $\log_x 125 = -3$
- $\log_x (2x^2 - 7x + 12) = 2$
- $\ln x^4 = 4e$

2568. Να αποδείξετε ότι :

- $\log_2 6 - 2\log_2 12 - 3\log_2 16 - \log_2 3 = -13$
- $e^4 - e^3 - \ln(e - 1) = 3$
- $\frac{1}{2} \log 16 = 2$
- $\frac{\ln 25 - \log 9}{\ln \sqrt{5} - \log \sqrt{3}} = 4$
- $\frac{1 + 4 \log 2 - 3 \log 4 + \frac{1}{3} \log 8}{\log 75 - 2 \log \sqrt{3}} = \frac{1}{2}$
- $\frac{2 - \log 4}{\frac{1}{2} + \log \sqrt{\frac{5}{2}}} = 2$
- $2^{\log_2 3 + 2\log_2 \sqrt{3} + 1} = 4$

2569. Να αποδείξετε ότι : $\log_2 3 + \log_2 6 - \log_2 27 = 1$

2570. Να αποδείξετε ότι : $\frac{1}{2} \ln 4 + \frac{2}{3} \ln 27 - \ln 6 = \ln 3$

2571. Να αποδείξετε ότι :



- $\frac{\log \sqrt{125} + \log \sqrt{27} - \log \sqrt{8}}{\log \sqrt{15} - \log \sqrt{2}} = 3$
- $\frac{\log_3 \sqrt{27} - \frac{1}{12} \log_2 \frac{1}{64}}{\log_{\sqrt{2}} 8 + 2 \log_{\frac{1}{3}} 9} = 1$
- $\frac{1}{2} \log 2 + \frac{1}{2} \log(2 + \sqrt{2}) + \frac{1}{2} \log(2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}) + \frac{1}{2} \log(2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}) = \log 2$

2572. Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων :

- $4^2 - \frac{3}{2} \log_2 3$
- $49^{\frac{1}{2} \log_7 20} - 1$

2573. Για τους αριθμούς α , με $0 < \alpha \neq 1$, και $x, y, \omega > 0$ ισχύουν $\log_{\alpha} x = 5, \log_{\alpha} y = 4$ και $\log_{\alpha} \omega = 3$. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων :

- $\log_{\alpha} \frac{\alpha^3 \sqrt{x^4 y^3}}{\omega^4}$
- $\frac{x\omega}{y^2}$

2574. Να βρείτε την τιμή της παράστασης : $\frac{\log^2 20 - \log^2 5}{\log \sqrt{2}}$

2575. Να αποδείξετε ότι για κάθε $x > 0$ και $0 < \alpha \neq 1$ ισχύει : $\log_{\alpha} x = \log_{\alpha^2} x^2$

2576. Να αποδείξετε ότι : $\log_{\beta} \alpha \cdot \log_{\alpha} \left(\frac{1}{\beta^2} \right) = -2$

2577. Να βρείτε την τιμή των παραστάσεων :

- $\log_2 6 - \log_4 9$
- $\frac{\log 45}{\log 3} - \frac{\ln 5}{\ln 3}$

2578. Αν $0 < \alpha, \beta, \gamma$ να αποδείξετε ότι : $\alpha^{\log_{\beta} \gamma} = \gamma^{\log_{\beta} \alpha}$

2579. Αν $\alpha, \beta > 0$ και $\alpha, \beta \neq 1$, να δείχθεί ότι $\frac{\log_{\alpha} \sqrt{\log_{\alpha} \beta}}{\sqrt{\log_{\alpha} \beta}} + \frac{\log_{\beta} \sqrt{\log_{\beta} \alpha}}{\sqrt{\log_{\beta} \alpha}} = 0$

2580. Να αποδείξετε ότι $x^{\log y} = y^{\log x}$, με $x, y > 0$.

2581. Δίνεται ο αριθμός : $\alpha = \log \left(\ln \sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{e}}} \right)$

- $\alpha = -8$
- $\frac{\sqrt{e^{2 \ln |x|}} \cdot x^3 + 2x^2 + \alpha x - 6}{x - 1} \leq \log 1000 \quad 7^{-\alpha}$

2582. Να εξετάσετε αν οι παρακάτω συναρτήσεις είναι άρτιες ή περιττές :

- $f(x) = \ln \left(\frac{3-x}{3+x} \right)$
- $f(x) = x \cdot \ln \left(\frac{2-x}{2+x} \right)$
- $f(x) = \ln(\sqrt{x^2 + 1} - x)$



2583. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \log[(\kappa - 1)x^2 - 2(\kappa - 3)x + \kappa]$. Να βρείτε το κ , ώστε η συνάρτηση f να έχει πεδίο ορισμού $A_f = \mathbb{R}$.

2584. Να παρασταθούν γραφικά στο ίδιο σύστημα αξόνων οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων :
 $\phi(x) = \ln x$, $f(x) = \ln x - 2$ και $g(x) = \ln(x + 2)$

2585. Να παρασταθούν γραφικά στο ίδιο σύστημα αξόνων οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων :
 $f(x) = \ln x$ και $g(x) = \ln \frac{1}{x}$

2586. Να παρασταθούν γραφικά στο ίδιο σύστημα αξόνων οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων :
 $f(x) = \log x$ και $g(x) = \log(-x)$

2587. Να λυθούν οι εξισώσεις :

- $\ln x^4 = 4$
- $\log(x - 5) = 0$
- $\log(1 - x) + \log(x + 4) = \log 4$
- $\ln(3e - x) = 1$
- $\ln(x^2 - 1) - \ln(x - 2) = \ln 8$
- $\log(x + 2) + \log(x - 2) = 1 + 5 \log 2$
- $\log_x x^2 = 4$
- $\log x^2 = 5 \cdot (\log x)^2$
- $\log \sqrt{x} = \sqrt{\log x}$

2588. Να λυθούν οι εξισώσεις:

- $\ln(x + 1) + \ln(x - 2) = \ln 4$
- $2 \log x - \log(x + 6) = \log 3$
- $\log(x - 6) + \log(x - 7) = 1 - \log 5$
- $\log(1 + x) = \log(1 - x)$
- $\log(1 + x) = 1 + \log(1 - x)$
- $2 \log(2x - 1) - \log(3x - 2x^2) = \log(4x - 3) - \log x$
- $\ln\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\ln x}{2}$
- $2 \log x = \log\left(x + \frac{11}{10}\right) + 1$

2589. Να λυθούν οι εξισώσεις:

- $\log[\log(2x^2 + x - 11)] = 0$
- $\frac{1}{2} \log(x + 2) + \log \sqrt{x - 3} = 1 + \log \sqrt{3}$
- $\ln(x^2 - 2e^2) = 1 + \ln(-x)$
- $\ln(x - 2e) + \ln(x + e) = 2 \ln 2 + 2$
- $\log(x^2 + 1) + 2 \log(\sqrt{5}x) = 2$



- $\ln|x + 1| = \ln 2$
- $\log(4x - 1) = 2 \log 2 + \log(x^2 - 1)$
- $\ln x + \ln(1 + x) + \ln(x + 2) = \ln 24$

2590. Να λυθούν οι εξισώσεις :

- $(\ln x)^3 - 2(\ln x)^2 - 5 \ln x + 6 = 0$
- $2(\log x)^2 + \log x^2 = 4$

2591. Να λυθούν οι εξισώσεις :

- $\frac{\log x + 3}{\log x} + \frac{\log x^2 - 3}{\log x - 2} = 5$
- $\log^2 x^2 + \log x^4 - 8 = 0$

2592. Δείξτε ότι $2^{\ln x} = x^{\ln 2}$ και να λυθεί η εξίσωση: $4^{\ln x} - 9 \cdot x^{\ln 2} + 8 = 0$

2593. Να υπολογίσετε τον αριθμό $100^{\log \sqrt{3}}$ και να λύσετε την εξίσωση:

$$3^{2 \log x} - 2 \cdot 3^{\log x} - 100^{\log \sqrt{3}} = 0$$

2594. Να λυθούν οι εξισώσεις:

- $x(\log 10 - \log 5) = \log(4^x - 12)$
- $x + \log(1 + 2^x) = x \log 5 + \log 6$
- $\log 2 + \log(4^{x-2} + 9) = 1 + \log(2^{x-2} + 1)$
- $\log(2^x + 2 \cdot 3^x) + \log 81 = x \log 3 + \log 178$

2595. Να λυθούν οι εξισώσεις :

- $(\log x - 1)(\log^2 x + \log x + 1) = 7$
- $x^{\log x} - 13 x^{\log x / 2} + 36 = 0$

2596. Να αποδείξετε ότι: $x^{\log 5} = 5^{\log x}$ για κάθε $x > 0$ και να λυθεί η εξίσωση :

$$5^{2 \log x} = 5 + 4 \cdot x^{\log 5}$$

2597. Να αποδείξετε ότι: $x^{\log 2} = 2^{\log x}$ για κάθε $x > 0$. Και να λυθεί η εξίσωση :

$$4^{\log x} = x^{\log 2} + 2.$$

2598. Να λυθούν οι εξισώσεις :

- $3^{x-2} = 6^{4-x}$ και $2^{3-2x} = 5^{x-1}$
- $2^{x+4} = 5^{2-x}$ και $x^{\log x} = \sqrt{10x}$

2599. Να λυθούν οι εξισώσεις :

- $\log_2(5 + x^3) = \log_2(x + 3)$
- $\log_{x+1}(x^3 - 9x - 8) - \log_{x+1}(x + 1) = 3$

2600. Να λυθεί η εξίσωση: $2^{x+4} = 5 - \log x$.

2601. Να λυθούν τα ακόλουθα συστήματα :

- $\begin{cases} xy = 10000 \\ \log x \cdot \log y = 3 \end{cases}$



- $\begin{cases} 3 \ln x - 5 \ln y = 11 \\ \ln x \cdot \ln y = -2 \end{cases}$
- $\begin{cases} \log(20x + 10y) = 2 \\ \log(x + 1) + \log y = 1 \end{cases}$

2602.

Να λυθούν τα συστήματα:

- $\begin{cases} \ln x + 2 \ln y = 5 \\ 3 \ln x - \ln y = 1 \end{cases}$
- $\begin{cases} x + y = 7 \\ \ln x + \ln y = 2 \ln 2 + \ln 3 \end{cases}$
- $\begin{cases} 2^{\log x} - 3^{\log y} = 1 \\ 4^{\log x} + 9^{\log y} = 25 \end{cases}$
- $\begin{cases} x^2 + y^2 = 425 \\ \log x + \log y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} \log x + \log y = 1 \\ 3^{x-2} \cdot 9^{y-4} = \frac{1}{3} \end{cases}$
- $\begin{cases} \log^2 x + \log^2 y = 10 \\ \log x - \log y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} \ln(xy) = 4 \\ \ln x \cdot \ln y = -12 \end{cases}$
- $\begin{cases} x + y = 2 \\ \ln x - \ln y = \ln 3 \end{cases}$
- $\begin{cases} x + y = 15 \\ \ln x + \ln y = \ln 36 \end{cases}$
- $\begin{cases} \ln x + \ln y = 0 \\ e^x \cdot e^{y+3} = e^3 \end{cases}$
- $\begin{cases} \ln x - \ln 4 = \ln 3 - \ln y \\ e^x = e^{y+1} \end{cases}$
- $\begin{cases} x^{\log y} + y^{\log x} = 20 \\ \log \sqrt{xy} = 1 \end{cases}$

2603.

Να λυθούν τα συστήματα:

- $\begin{cases} \log^2 x + \log^2 y = 10 \\ \log x - \log y = 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} \log x + \log y = 3 \\ \log x^3 - \log y^4 = 2 \end{cases}$

2604.

Να δειχθεί ότι $a^{\log \beta} = \beta^{\log a}$. Και Να λυθεί το σύστημα: $\begin{cases} (2x)^{\log y} + y^{\log(2x)} = 8x^2 \\ \frac{y}{4x^2} = y^{\log(2x)} \end{cases}$

2605.

Να συγκριθούν οι ακόλουθοι αριθμοί :

- $\log_3 4$ και $\log_3 6$
- $\log_{0.4} 3$ και $\log_{0.4} 5$
- $\ln(2x)$ και $\ln(x^2 + 1)$ $x > 0$



- $\log(2xy)$ και $\log(x^2 + y^2)$ με $x, y > 0$

2606. Να δείξετε ότι : $\log_2 3 > \log_6 9$

2607. Να λυθούν οι ανισώσεις :

- $\log(2x + 4) < \log(13 - x)$
- $\log(x - 1) + \log(x - 2) \geq \log(x + 2)$
- $\ln(2x - e) < 1$
- $\log(x - 1) < 2$
- $\ln(|x| - 3) < 0$
- $\log(7 - x) \geq 1 - \log x$

2608. Να λυθούν οι ανισώσεις :

- $\ln(2x + 4) < 3 + \ln x$
- $\log_{0.2}(x^2 - 2) > \log_{0.2} x$
- $\log x^2 > (\log x)^2$
- $\log \sqrt{x} > \sqrt{\log x}$
- $e^{\log x} > 10$
- $\ln[\ln(x + 3)] > 1$

2609. Να λυθούν οι ανισώσεις :

- $\ln(2x - 1)(x + 3) \geq 2 \ln 3$
- $\ln(x + e) + \ln(x - e) \leq 2 + \ln 3$
- $\log(x + 1) + \log(x + 2) \geq \log 3 + \log\left(\frac{3}{2}x + 1\right)$

2610. Να λυθούν οι ανισώσεις :

- $\ln(x + 3) + \ln(2 - x) < \ln(5 - x)$
- $\log(7 - x) \geq 1 - \log x$
- $(\log x)^2 - \log x^2 \geq 3$
- $x^{2 - \ln x} \geq \frac{1}{e^{15}}$
- $\frac{\log x^2}{\log \frac{1}{3}} < 2$

2611. Να λυθεί η ανίσωση : $\ln x < \frac{1}{x} - 1$.

2612. Δίνεται η συνάρτηση : $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x - \log x$.

- Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως φθίνουσα.
- Να λύσετε την ανίσωση : $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x^2+3} - \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+12} < \log \frac{2x^2+3}{x^2+12}$

2613. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 3 - \log(10 - 2x)$

- Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f



- Να βρείτε το σημείο τομής της γραφικής παράστασης της f με τον άξονα $y'y$
- Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία
- Να λύσετε την εξίσωση $8^{\frac{x-2}{3}} = f\left(\frac{99}{20}\right)$

2614. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \log(\sqrt{x^2 + 100} - x) + \alpha$ διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

- Να βρείτε την τιμή του $\alpha \in \mathbb{R}$
- Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .
- Να αποδείξετε ότι η f είναι περιττή.

- Να λύσετε την εξίσωση : $2\sin^3 x + 7\eta\mu^2 x + 2\sin x = \left(\frac{1}{100}\right)^{f\left(\frac{12}{5}\right)}$

2615. Να αποδείξετε ότι για κάθε $x, y > 0$ ισχύει $x^{\log y} = y^{\log x}$

- Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} x^{\log y} + y^{\log x} = 20 \\ \log \sqrt{xy} = 1 \end{cases}$
- Αν ο αριθμός x που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα είναι λύση της εξίσωσης $\log[\log[x^2 + x \log \theta - 110]] = 0$, να βρείτε την τιμή του θ , όπου θ θετικός πραγματικός αριθμός.

2616. Οι αριθμοί $\ln(3^\alpha - 1), \ln(3^\alpha + 1), 3 \ln 2$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

- Να βρείτε την τιμή του $\alpha \in \mathbb{R}$.
- Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} x + \ln y = \alpha \\ y - ex + e = \alpha \end{cases}$

2617. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln \frac{16 \cdot 2x - 8}{4^x + 7 \cdot 2x}$

- Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f
- Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 0$
- Να λύσετε την ανίσωση $f(x) \leq \ln 4 - \ln 3$

2618. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln \frac{e^{2x} - 1}{e^x + 5}$

- Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .
- Να λύσετε την εξίσωση : $f(x) = 2 \ln 2$
- Να λύσετε την ανίσωση : $f(x) > 0$

2619. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln \left(\frac{4^x - 2x}{2^{x+1} + 4} \right)$

- Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f
- Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = -2 \ln 2$
- Να λύσετε την ανίσωση $f(x) < 0$



- Να δείξετε ότι $f(x) = (x - 1) \ln 2 + \ln \left(\frac{2^x - 1}{2^x + 2} \right)$
2620. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \ln(e^{2x} - 2ex + 3)$ και $g(x) = \ln 3 + \ln(ex - 1)$.
- Να βρείτε τα πεδία ορισμού των f, g .
- Να βρείτε τα σημεία τομής των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων f, g .
- Να λύσετε την ανίσωση : $f(x) > 2g(x)$
2621. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{e^{2x} - ex}{e^x - e} - e$
- Να βρείτε πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .
- Να αποδείξετε ότι $f(x) = ex$.
- Να λυθεί η εξίσωση $f(2x) = 2 \cdot f(x) + 3$
2622. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\ln x}{1 + \ln x}$.
- βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .
- Να λυθεί η εξίσωση $f(x) = -1$
- Να βρείτε τα διαστήματα του x στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης f βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$.
2623. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(2 - ex) - \ln(ex + 1)$
- Να βρείτε το πεδίο ορισμού Δ της συνάρτησης.
- Να δείξετε ότι η γραφική παράσταση της f τέμνει τον αρνητικό ημιάξονα Ox' .
- Να βρείτε για ποιες τιμές του Δ , η γραφική παράσταση της f βρίσκεται κάτω από την ευθεία $g(x) = \ln 2$.
2624. Δίνεται η πολυωνυμική συνάρτηση: $f(x) = (10^{\log 2} - 2)x^4 + 2^{\log \theta} x^3 - 4x^2 - x + 2^{2-\log 6} + 1$ με $\theta > 0$. Να δείξετε ότι:
- Η πολυωνυμική συνάρτηση είναι τρίτου βαθμού.
- Αν το $x - 1$ είναι παράγοντας της πολυωνυμικής συνάρτησης τότε $\theta = 10$.
- Για $\theta = 10$, η πολυωνυμική συνάρτηση έχει τη μορφή $f(x) = 2x^3 - 4x^2 - x + 3$.
- Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της f να μην βρίσκεται πάνω από την γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = x - 1$.
2625. Δίνεται η συνάρτηση : $f(x) = \ln \frac{9^x - 1}{3^x + 5}$.
- Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .
- Να βρείτε το σημείο της C_f που έχει τεταγμένη $2 \ln 2$.
- Να βρείτε το διάστημα στο οποίο η C_f βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$.
- Να αποδείξετε ότι ο τύπος της f γίνεται : $f(x) = \ln(3^x - 1) + \ln \left(1 - \frac{4}{3^x + 5} \right)$.
- Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία.



2626. Δίνεται η συνάρτηση : $f(x) = \log \left\{ \left(\frac{1}{2} \right)^x + \lambda \right\}$, της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $M(-6, 1 + \log 6)$.
- Να αποδείξετε ότι $\lambda = -4$.
 - Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .
 - Να λύσετε την ανίσωση : $f(x) < 1$.
 - Να λύσετε την εξίσωση : $2^{f(x)} + y^{f(-3)} = 2$
 - Για $\alpha, \beta < -1$ να αποδείξετε ότι : $2f(\alpha + \beta) \geq f(2\alpha) + f(2\beta)$.
2627. Δίνεται η συνάρτηση : $f(x) = \ln(e^{2x} + \alpha) - x$, με $\alpha > 0$, της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $M\left(\ln 3, \frac{1 - \log 3}{\log e}\right)$.
- Να αποδείξετε ότι $\alpha = 1$.
 - Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .
 - Να λύσετε την εξίσωση : $f(x) = \ln 5 - \ln 2$.
 - Να αποδείξετε ότι η f είναι άρτια.
 - Να αποδείξετε ότι η f παρουσιάζει ελάχιστο στο $x_0 = 0$.
2628. Δίνεται η συνάρτηση : $f(x) = \ln(\sqrt{x^2 + \lambda} - x)$, $\lambda > 0$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
- Να αποδείξετε ότι $\lambda = 1$.
 - Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .
 - Να εξετάσετε αν η f είναι άρτια ή περιττή.
 - Να λύσετε την εξίσωση : $\frac{\varepsilon\varphi x + \sigma\varphi x}{2} = \frac{f\left(\sin \frac{\pi}{5}\right)}{f\left(\sin \frac{4\pi}{5}\right)}$.
 - Αν το σημείο $M(\alpha, \beta)$ ανήκει στη C_f , να αποδείξετε ότι το σημείο $N(\beta, \alpha)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της $g(x) = \frac{e^{-x} - ex}{2}$.
2629. Δίνεται η συνάρτηση : $f(x) = \frac{6 \ln x + \alpha}{\ln^2 x - \ln \sqrt[4]{x}}$, της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $M\left(e^2, \frac{14}{15}\right)$.
- Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .
 - Να αποδείξετε ότι $\alpha = -5$.
 - Να λύσετε την εξίσωση : $f(x) = 6 - f\left(\frac{1}{\sqrt{e^3}}\right)$.



Το νου σας

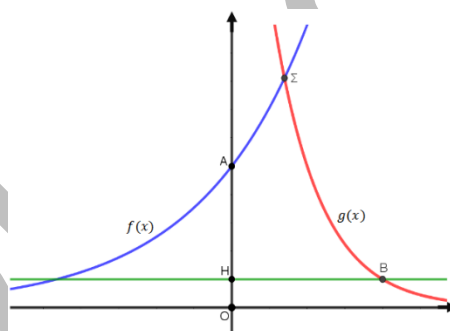
2630. Δίνεται η εξίσωση $\log(x^2 + 1) = 1 + \log 3 - \log 6$.

• Να αποδείξετε ότι η εξίσωση γράφεται $\log(x^2 + 1) = \log 5$. (Μονάδες 12)

• Να λύσετε την εξίσωση. (Μονάδες 13)

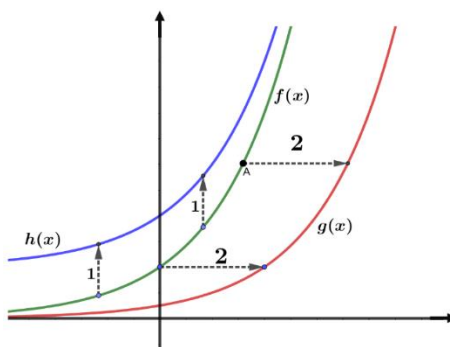
2631. Στο παρακάτω σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = 2^x$ και $g(x) = 5^{1-x}$, $x \in \mathbb{R}$. Μια ευθεία παράλληλη προς τον άξονα x' τέμνει τον άξονα y' στο σημείο $H(0, \frac{1}{5})$.

- Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A και B. (Μονάδες 8)
- Να βρείτε την τετμημένη του σημείου Σ. (Μονάδες 10)
- Αν είναι x_B, x_Σ οι τετμημένες των σημείων B, Σ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι $x_B - x_\Sigma = \log 20$. (Μονάδες 7)



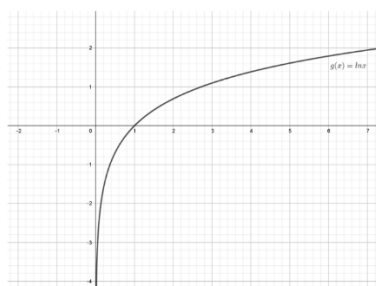
2632. Στο παρακάτω σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = 2^x$, $x \in \mathbb{R}$ και δύο άλλων συναρτήσεων $g(x)$ και $h(x)$, $x \in \mathbb{R}$ που προέκυψαν από μετατοπίσεις τη γραφικής παράστασης της $f(x)$.

- Να εξηγήσετε με τι είδους μετατοπίσεις προέκυψαν οι γραφικές παραστάσεις των $g(x)$ και $h(x)$ από την γραφική παράσταση της $f(x)$. (Μονάδες 8)
- Να γράψετε τους τύπους των συναρτήσεων $g(x)$ και $h(x)$. (Μονάδες 8)
- Να βρείτε την τετμημένη του σημείου A της γραφικής παράστασης της f του οποίου η τεταγμένη είναι 16. (Μονάδες 9)





2633. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(e^x - 1)$.
- Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f . (Μονάδες 10)
 - Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 0$ (Μονάδες 15)
2634. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(e^x - 1)$
- Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f . (Μονάδες 7)
 - Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τον άξονα $x\chi'$. (Μονάδες 8)
 - Να βρείτε για ποιες τιμές του x η γραφική παράσταση της f είναι κάτω από τον $x\chi'$. (Μονάδες 10)
2635. Δίνεται η παράσταση $A = \log_4 3 + \log_4 \alpha - \log_4 \beta$, όπου α, β θετικοί αριθμοί.
- Να αποδείξετε ότι $A = \log_4 \frac{3\alpha}{\beta}$ (Μονάδες 13)
 - Αν για τους αριθμούς α, β ισχύει $3\alpha = 16\beta$, να βρείτε την τιμή της παράστασης A . (Μονάδες 12)
2636. Δίνονται οι αριθμοί $\alpha = \ln 2$, $\beta = \ln 4$, $\gamma = \ln 8$.
- Να αποδείξετε ότι $2\beta = \alpha + \gamma$. (Μονάδες 12)
 - Να αποδείξετε ότι $\beta + \gamma = 5\alpha$. (Μονάδες 13)
2637. Δίνονται οι αριθμοί $\alpha = \ln 2$ και $\beta = \ln 3$.
- Να αιτιολογήσετε γιατί $0 < \alpha < \beta$. (Μονάδες 12)
 - Να αποδείξετε ότι $\beta - \alpha < 1$. (Μονάδες 13)
2638. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(x^2 - 2x + 3)$, με $x \in \mathbb{R}$.
- Να βρείτε το $f(3)$. (Μονάδες 5)
 - Να δείξετε ότι $\ln 3 + 3\ln 2 - f(3) = \ln 4$. (Μονάδες 7)
 - Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = \ln 4$. (Μονάδες 13)
2639. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(x + 2)$.
- α βρείτε το πεδίο ορισμού της f . (Μονάδες 7)
 - Να βρείτε το σημείο τομής της γραφικής παράστασης της f με τον άξονα $x\chi'$. (Μονάδες 8)
 - Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = \ln x$.





Να μεταφέρετε στην κόλλα σας το σχήμα και να χαράξετε τη γραφική παράσταση της $f(x) = \ln(x+2)$ μετατοπίζοντας κατάλληλα την γραφική παράσταση της g . (Μονάδες 10)

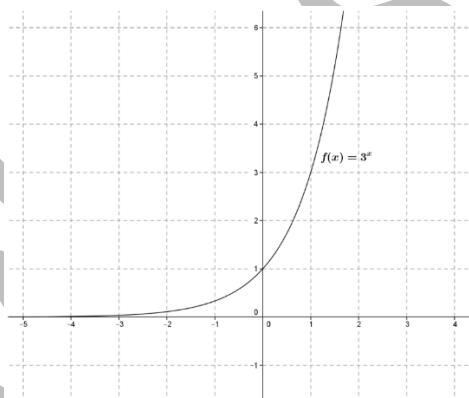
2640. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(x+1)$

- Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f . (Μονάδες 8)
- Να βρείτε τα σημεία τομής (αν υπάρχουν) της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με τους άξονες x' και y' . (Μονάδες 10)
- Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f μετατοπίζοντας κατάλληλα τη γραφική παράσταση της $y = \ln x$. (Μονάδες 7)

2641. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \ln(x^2 + 4)$ και $g(x) = \ln x + \ln 4$.

- Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων f και g . (Μονάδες 12)
- Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = g(x)$. (Μονάδες 13)

2642. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 3^x$ με $x \in \mathbb{R}$.



- Στο ίδιο σύστημα αξόνων να χαράξετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $g(x) = 3^x + 1$ και $h(x) = 3^x - 1$, μετατοπίζοντας κατάλληλα τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f . (Μονάδες 12)
- Ποια είναι η ασύμπτωτη ευθεία της γραφικής παράστασης της συνάρτησης g και ποια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης h ; (Μονάδες 13)

2643.

- Να λύσετε την εξίσωση: $\ln(x+1) = \ln(2x)$. (Μονάδες 13)
- Να λύσετε την ανίσωση: $\ln(x+1) > \ln(2x)$. (Μονάδες 12)

2644.

- Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού x για τις οποίες ορίζεται η παράσταση $A = \ln x + \ln(x+6)$ (Μονάδες 10)
- Να λύσετε την εξίσωση $\ln x + \ln(x+6) = \ln 7$. (Μονάδες 15)



2645. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - x^2 - 2x$.

- Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$. (Μονάδες 7)
- Να λύσετε την εξίσωση $\ln^3 x - \ln^2 x - 2\ln x = 0$. (Μονάδες 8)
- Να λύσετε την ανίσωση $\ln^3 x - \ln^2 x - 2\ln x > 0$. (Μονάδες 10)

2646. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$.

- Να βρείτε το πεδίο ορισμού της. (Μονάδες 5)
- Να αποδείξετε ότι η γραφική της παράσταση έχει κέντρο συμμετρίας το $O(0,0)$. (Μονάδες 6)
- Να υπολογίσετε την παράσταση $f(\ln 2) + f\left(\ln \frac{1}{2}\right)$. (Μονάδες 7)
- Να αποδείξετε ότι $f(\eta\mu\theta) + f(\eta\mu(\pi + \theta)) = 0$, για κάθε $\theta \in \mathbb{R}$. (Μονάδες 7)

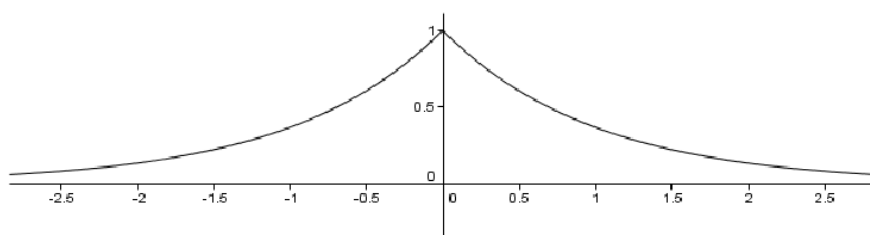
2647. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \log(10^x - 1)$.

- Να αποδείξετε ότι το πεδίο ορισμού της συνάρτησης είναι το διάστημα $(0, +\infty)$. (Μονάδες 5)
- α βρείτε το διάστημα στο οποίο η γραφική παράσταση της συνάρτησης f βρίσκεται πάνω από τον άξονα x' .
- Να αποδείξετε ότι $f(x) + x = \log(10^{2x} - 10^x)$, $x > 0$. (Μονάδες 7)
- Να βρείτε τις συντεταγμένες του μοναδικού κοινού σημείου της γραφικής παράστασης της f και της ευθείας $y = -x$. (Μονάδες 6)

2648. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 - 9x^2 + (a - 2)x - 6$ το οποίο έχει παράγοντα το $x - 1$.

- Να βρείτε τον αριθμό a . (Μονάδες 6)
- Για $a = 15$
- να κάνετε τη διαίρεση $P(x) : (x^2 - 3x + 2)$ και να γράψετε την ταυτότητα της ευκλείδειας διαίρεσης. (Μονάδες 6)
- αν $P(x) = (x^2 - 3x + 2)(2x - 3)$ να λύσετε την ανίσωση $P(x) < 0$. (Μονάδες 7)
- να αποδείξετε ότι $P(\ln 2) < 0$. (Μονάδες 6)

2649. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f διπλού τύπου





- Αν είναι γνωστό ότι η γραφική παράσταση αντιστοιχεί σε μια ακριβώς από τις παρακάτω συναρτήσεις να επιλέξετε ποιος είναι ο τύπος της συνάρτησης f .

$$\text{A. } f(x) = \begin{cases} e^x, & x < 0 \\ e^{-x}, & x \geq 0 \end{cases} \quad \text{B. } f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x < 0 \\ e^x, & x \geq 0 \end{cases}$$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 8)

- Να βρείτε τη μονοτονία και την μέγιστη τιμή της. (Μονάδες 5)
- Να βρείτε, για τις διάφορες τιμές του α , το πλήθος των κοινών σημείων της γραφικής παράστασης C_f της f με την ευθεία $y = \alpha$, $\alpha \in \mathbb{R}$. (Μονάδες 7)
- Να αιτιολογήσετε γιατί το μοναδικό κοινό σημείο της γραφικής παράστασης C_f της f με την παραβολή $y = x^2 + 1$, $x \in \mathbb{R}$ είναι το σημείο $(0,1)$. (Μονάδες 5)

2650.

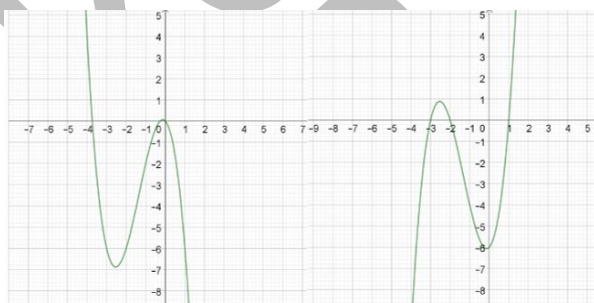
Δίνεται η πολυωνυμική συνάρτηση $P(x) = e^{\ln e} x^3 + 4x^2 \ln \sqrt{e} + 2$.

- Να δείξετε ότι $P(x) = ex^3 + 2x^2 + 2$. (Μονάδες 5)
- Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων τομής της γραφικής παράστασης της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)$ με την ευθεία $\varepsilon : y = ex + 4$. (Μονάδες 8)
- Να βρείτε τα διαστήματα x που η γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)$ είναι πάνω από την ευθεία $\varepsilon : y = ex + 4$. (Μονάδες 8)
- Να βρείτε το πρόσημο της παράστασης: $P(e) - e^2 - 4$. (Μονάδες 4)

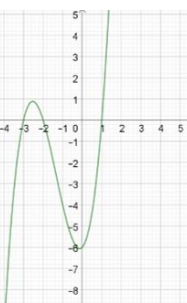
2651.

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = -x^3 - 4x^2 - x + 6$.

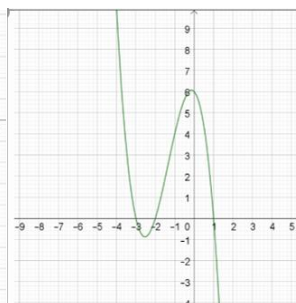
- Να λύσετε την ανίσωση $P(x) < 0$. (Μονάδες 10)
- Από τα παρακάτω σχήματα, ένα μόνο μπορεί να αντιστοιχεί στην γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)$. Να βρείτε ποιο αιτιολογώντας την απάντησή σας. (Μονάδες 7)
- Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $P(x) = \ln x$ έχει μοναδική λύση την $x = 1$. (Μονάδες 8)



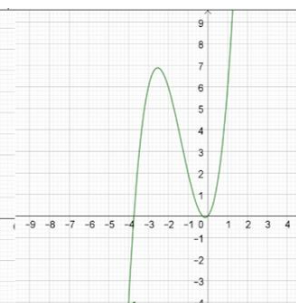
Σχήμα 1



Σχήμα 2



Σχήμα 3



Σχήμα 4

2652.

Δίνεται η παράσταση $A = \ln \left(\frac{e^{2x} - 1}{e^x - 3} \right)$.



- Να λύσετε την ανίσωση $\frac{\omega^2 - 1}{\omega - 3} > 0$. (Μονάδες 8)

- Να βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A . (Μονάδες 8)

- Να λύσετε την εξίσωση $A = -\ln 3$. (Μονάδες 9)

2653. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{2} \ln x^2$, $x \neq 0$.

- Να αποδείξετε ότι η γραφική της παράσταση είναι συμμετρική ως προς τον άξονα $y'y$. (Μονάδες 5)

- Να αποδείξετε ότι για κάθε $x > 0$ ισχύει $f(x) = \ln x$. (Μονάδες 6)

- Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της $f(x) = \frac{1}{2} \ln x^2$, $x \neq 0$. (Μονάδες 7)

- Να βρείτε για ποιες τιμές του x η γραφική της παράσταση είναι κάτω από την ευθεία $y = 2$. (Μον 7)

2654. Στην Αστρονομία, οι αστέρες ταξινομούνται ανάλογα με την λαμπρότητα τους με βάση την σχέση $m - M = 5 \cdot \log\left(\frac{d}{10}\right)$, (I) όπου d η απόσταση του αστέρα από τον παρατηρητή, m είναι το φαινόμενο μέγεθός τους (το πόσο λαμπροί φαίνονται) και M το απόλυτο μέγεθός τους. Το απόλυτο μέγεθος ορίζεται να είναι το φαινόμενο μέγεθος σε απόσταση 10 parsec από τον παρατηρητή, όπου 1 parsec είναι η μονάδα μέτρησης της απόστασης d και ισούται με $3,26$ έτη φωτός $= 30,9 \cdot 10^{12}$ Km.

- Για ποιες τιμές της απόστασης d το φαινόμενο μέγεθος ενός αστέρα είναι μικρότερο από το απόλυτο μέγεθός του; (Μονάδες 7)

- Ένας αστέρας έχει φαινόμενο μέγεθος $m = 1,157$ και βρίσκεται σε απόσταση $d = 100$ parsec από έναν παρατηρητή. Ποιο είναι το απόλυτο μέγεθος αυτού του αστέρα; (Μονάδες 6)

- Να επιλύσετε την σχέση (I) ως προς d . (Μονάδες 7)

- Ο αστέρας Betelgeuse έχει φαινόμενο μέγεθος 0,46 και απόλυτο μέγεθος $-5,14$. Ποια είναι η απόστασή του από τον παρατηρητή; Δίνεται ότι $\sqrt[25]{10^{53}} \approx 131$. (Μονάδες 5)

2655. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = \alpha x^3 + \beta x^2 + x$ με $\alpha, \beta \in \mathbb{Z}$ και $\alpha \neq 0$, το οποίο έχει 3 ακέραιες ρίζες διαφορετικές ανά δύο.

- Να βρείτε τις ακέραιες ρίζες του $P(x)$. (Μονάδες 7)

- Να αποδείξετε ότι $\alpha = -1$ και $\beta = 0$. (Μονάδες 6)

Με $\alpha = -1$ και $\beta = 0$,

- να λύσετε την ανίσωση $P(x) > 0$. (Μονάδες 6)

- να αποδείξετε ότι $P(\log \sqrt{10}) > 0$. (Μονάδες 6)

2656. Ένα πολυώνυμο $P(x)$ διαιρούμενο με το πολυώνυμο $4x^2 - 1$ δίνει πηλίκο $3x - 2$ και υπόλοιπο 1.

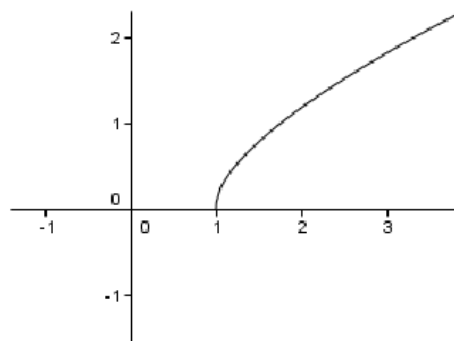


- Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 1$. (Μονάδες 10)
- Να αποδείξετε ότι $P(\log 5) \neq 1$. (Μονάδες 10)
- Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $P(x) = 0$ έχει μια τουλάχιστον ρίζα στο διάστημα $(-1, 0)$. (Μονάδες 5)

2657.

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \sqrt{x \ln x}$ και $g(x) = \sqrt{\ln x}$.

- Να βρείτε τα πεδία ορισμού τους. (Μονάδες 4)
- Να αιτιολογήσετε γιατί η γραφική παράσταση της f είναι από τη γραφική παράσταση της g και πάνω. (Μονάδες 5)
- Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της f .
- Να βρείτε τη μονοτονία της. (Μονάδες 4)
- Να συγκρίνετε τους αριθμούς $f\left(\frac{5}{3}\right)$ και $f\left(\frac{7}{5}\right)$ (Μονάδες 5)
- Να σχεδιάσετε την ευθεία $y = 1 - x$ και να βρείτε γραφικά τη λύση της εξίσωσης $f(x) = 1 - x$. (Μονάδες 7)



2658.

Δίνονται οι συναρτήσεις $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπους $f(x) = 4^x$ και $g(x) = 2^x - \frac{1}{4}$.

- Να αποδείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g έχουν ακριβώς ένα κοινό σημείο A , του οποίου να βρείτε τις συντεταγμένες. (Μονάδες 9)
- Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης f βρίσκεται πάνω από τη γραφική παράσταση της g , με εξαίρεση το σημείο A . (Μονάδες 9)
- Να παραστήσετε γραφικά τις συναρτήσεις f και g στο ίδιο σύστημα αξόνων. (Μονάδες 7)

2659.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \log \frac{4^x - 1}{2^x + 5}$.

- Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f . (Μονάδες 7)
- Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = \log 3 - \log 7$. (Μονάδες 9)
- Να λύσετε την ανίσωση $f(x) > \log 3 - \log 7$. (Μονάδες 9)

2660.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(e^x - 2)$.

- Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f . (Μονάδες 7)
- Να λύσετε την εξίσωση $f(x) + x = 3 \ln 2$. (Μονάδες 9)
- Να λύσετε την ανίσωση $f(x) + x \geq 3 \ln 2$. (Μονάδες 9)

2661.

Σε ένα πείραμα εργαστηρίου, ο αριθμός των βακτηρίων δίνεται από τον τύπο $P(t) = 200 \cdot e^{ct}$, όπου t ο χρόνος σε ώρες από την αρχή του πειράματος ($t = 0$). Σε μία ώρα ο αριθμός των βακτηρίων ήταν 328.



(Δίνεται ότι $\ln(1,64) \approx 0,5$ και $\ln 10 \approx 2,3$)

- Να βρείτε τον αριθμό των βακτηρίων όταν ξεκίνησε το πείραμα. (Μονάδες 7)
- Να αποδείξετε ότι $C = \frac{1}{2}$. (Μονάδες 9)
- Να βρείτε το χρονικό διάστημα κατά το οποίο ο αριθμός των βακτηρίων είναι μεγαλύτερος από το δεκαπλάσιο και μικρότερος από το εκατονταπλάσιο της αρχικής του τιμής. (Μονάδες 9)

2662. Όταν ένας ασθενής παίρνει μια δόση ενός φαρμάκου τη χρονική στιγμή $t = 0$, τότε ο οργανισμός του το μεταβολίζει έτσι ώστε η ποσότητά του $f(t)$ (σε mg) να μειώνεται μετά από t ημέρες σύμφωνα με τη συνάρτηση $f(t) = q_0 \cdot \alpha^t$, $t \geq 0$, όπου οι αριθμοί α , q_0 είναι κατάλληλες θετικές σταθερές.

- Να εξηγήσετε τι παριστάνει η σταθερά q_0 στο πλαίσιο του προβλήματος και να αιτιολογήσετε γιατί ισχύει $0 < \alpha < 1$. (Μονάδες 6)

Υποθέτουμε τώρα ότι μία ημέρα μετά τη λήψη του φαρμάκου, η ποσότητά του στον οργανισμό του ασθενούς έχει υποδιπλασιαστεί.

- Να αποδείξετε ότι $\alpha = \frac{1}{2}$. (Μονάδες 5)
- Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών της συνάρτησης f , εκφράζοντας τις τιμές $f(t)$ ως συνάρτηση της αρχικής τιμής q_0 . (Μονάδες 4)

t	0	1	2	3	4	5	6
$f(t)$	q_0	$\frac{q_0}{2}$					

Υποθέτουμε τώρα ότι $\alpha = \frac{1}{2}$ και ότι η ποσότητα του φαρμάκου που παραμένει στον οργανισμό στο τέλος της 4ης ημέρας είναι 25 mg.

- Να υπολογίσετε την ποσότητα της δόσης που πήρε ο ασθενής. (Μονάδες 5)
- Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f στο διάστημα $[0,6]$. (Μονάδες 5)

2663. Μια ποσότητα Q ραδιενεργού υλικού (σε κιλά) θάβεται και με την πάροδο του χρόνου t (σε έτη), μειώνεται ακολουθώντας το νόμο της εκθετικής μεταβολής $Q(t) = Q_0 \cdot e^{ct}$. Γνωρίζουμε ότι μετά από δύο χρόνια έχει απομείνει το $\frac{1}{3}$ της αρχικής ποσότητας και μετά από τέσσερα χρόνια έχει απομείνει 1 κιλό.

- Να δείξετε ότι $Q(t) = Q_0 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^t$. (Μονάδες 10)
- Να βρείτε την αρχική ποσότητα που θάφτηκε (για $t = 0$). (Μονάδες 6)



- Να βρείτε μετά από πόσα χρόνια η ποσότητα που θα έχει απομείνει θα είναι $\frac{1}{81}$ κιλά. (Μονάδες 9)

2664. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha \cdot 2^x + \beta$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f διέρχεται από τα σημεία $A(1,3)$ και $B(2,13)$.

- Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς α και β . (Μονάδες 7)
Αν $\alpha = 5$ και $\beta = -7$,
- Να βρείτε το κοινό σημείο της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με τον άξονα $y'y$. (Μον 4)
- Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$. (Μονάδες 7)
- Να λύσετε την ανίσωση $f(x) > 4^x - 3$. (Μονάδες 7)

2665. Σε ένα ανοιχτό δοχείο υπάρχουν 10 λίτρα ενός υγρού. Το υγρό εξατμίζεται έτσι ώστε ο όγκος του να μειώνεται κατά 15% ανά εβδομάδα.

- Να βρείτε την ποσότητα του υγρού που υπάρχει στο δοχείο στο τέλος της 1ης και στο τέλος της 2ης εβδομάδας. (Μονάδες 8)
- Ο όγκος V του υγρού μετά από t εβδομάδες δίνεται από τη συνάρτηση $V(t) = V_0 \cdot \alpha^t$, όπου V_0 και α σταθεροί πραγματικοί αριθμοί. Να βρείτε τους αριθμούς V_0 και α . (Μονάδες 8)
- Αν ο όγκος του υγρού μετά από t εβδομάδες δίνεται από τη σχέση $V(t) = 10 \cdot (0,85)^t$, να βρείτε πότε ο όγκος του υγρού που υπάρχει στο δοχείο είναι μικρότερος από το μισό της αρχικής του τιμής. (Δίνεται ότι: $\log(0,5) = -0,3$ και $\log(0,85) = -0,07$). (Μονάδες 9)

