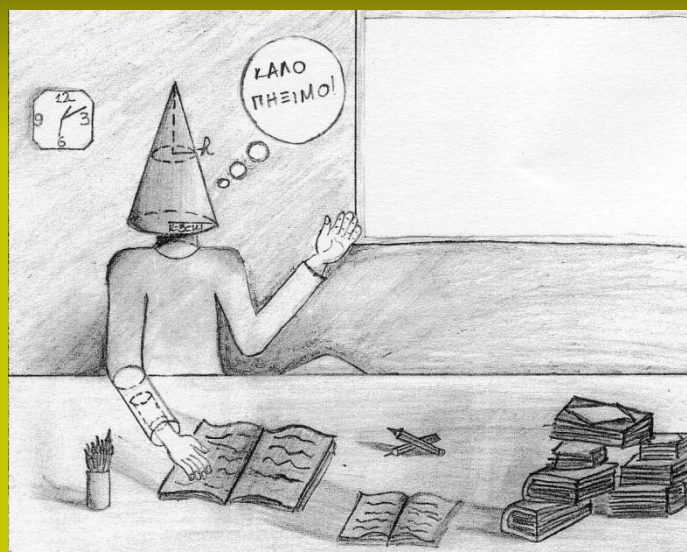




Στατιστική



Κώστας Γλυκός

Γενικής
κεφάλαιο 2
381 ασκήσεις
και τεχνικές

σε 75 σελίδες

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ

Ιδιαίτερα μαθήματα

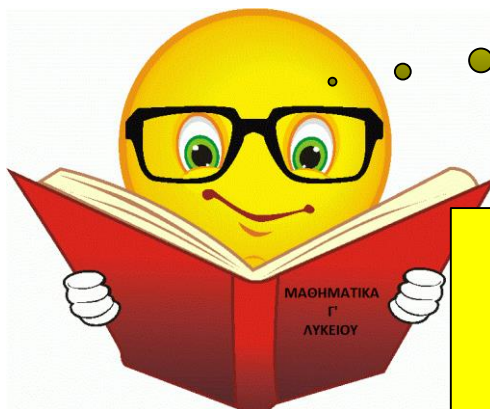
697.300.88.88

Kglykos.gr

2/12/2025

εκδόσεις

Καλό πήξιμο



Τα πάντα για τη
Στατιστική

$$f_i = \frac{v_i}{v}, \quad N_k = v_1 + \dots + v_k$$

$$F_k = f_1 + \dots + f_k$$

Πίνακας κατανομών

Ορισμοί

Παρατηρήσεις : x_i

Συχνότητες : v_i

Σχετικές συχνότητες : f_i

Σχετικές συχνότητες % : $f_i \%$

Αθροιστικές συχνότητες : N_i

Σχετικές αθροιστικές συχνότητες : F_i

Σχετικές αθροιστικές συχνότητες % : $F_i \%$

1. Μεταβλητές : τα χαρακτηριστικά ως προς τα οποία εξετάζουμε έναν πληθυσμό .
2. Είδη μεταβλητών : Ποιοτικές οι μεταβλητές των οποίων οι τιμές δεν είναι αριθμοί (ομάδα ,αίματος ,φύλο, κέρμα) . Ποσοτικές οι μεταβλητές των οποίων οι τιμές είναι αριθμοί .
3. Οι ποσοτικές διακρίνονται : Διακριτές αυτές που παίρνουν μόνο μεμονωμένες τιμές (ζάρι ,αριθμός υπαλλήλων). Συνεχείς αυτές που παίρνουν τιμές ενός διαστήματος (α,β) (ύψος , βάρος)
4. Συχνότητα v_i : ο φυσικός αριθμός που δείχνει πόσες φορές εμφανίζεται το x_i στο σύνολο των παρατηρήσεων
5. Σχετική συχνότητα f_i : το πηλίκο της διαίρεσης του v_i με το μέγεθος v του δείγματος . Ιδιότητες :
 $0 \leq f_i < 1, f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$
6. Αθροιστικές N_i, F_i : εκφράζουν το πλήθος και το ποσοστό αντίστοιχα των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες του x_i
7. Αν f_i οι σχετικές συχνότητες δείγματος να αποδείξεις ότι : $f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$,

Απόδειξη :

$$\text{Αφού } f_1 + f_2 + \dots + f_k = \frac{v_1}{v} + \frac{v_2}{v} + \dots + \frac{v_k}{v} = \frac{v_1 + v_2 + \dots + v_k}{v} = \frac{v}{v} = 1$$

Να υπολογίσεις

785. $0,3 \cdot 250 =$

786. $0,4 \cdot 150 =$

787. $0,04 \cdot 150 =$

788. $0,25 \cdot 30 =$

789. $0,25 \cdot 300 =$



790. $0,1 \cdot 40 =$

791. $0,4 \cdot 100 =$

792. $0,05 \cdot 20 =$

793. $0,75 \cdot 30 =$

794. $0,15 \cdot 360 =$

795. $0,02 \cdot 1000 =$

796. $0,04 \cdot 200 =$

797. $0,15 \cdot 200 =$

798. $0,15 \cdot 20 =$

799. $0,25 \cdot 80 =$

800. $0,4 \cdot 360 =$

801. $0,3 \cdot 360 =$

802. $0,20 \cdot 60 =$

803. $\frac{250}{50} =$

804. $\frac{40}{200} =$

805. $\frac{15}{0,3} =$

806. $\frac{25}{0,2} =$

807. $\frac{12}{0,4} =$

808. $\frac{50}{250} =$

809. $\frac{80}{0,4} =$

810. $\frac{45}{0,5} =$

811. $\frac{40}{120} =$

812. $\frac{30}{150} =$



813. $\frac{50}{150} =$

814. $\frac{50}{0,25} =$

815. Οι μέγιστες θερμοκρασίες σε μία πόλη το μήνα Απρίλιο ήταν :

30 29 32 28 30 31 30 31 30 31
31 30 30 31 29 30 32 30 29 30

Να φτιάξεις πίνακα κατανομών και διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων και πολύγωνο συχνοτήτων

816. Να συμπληρώσεις τον πίνακα

xi	vi	fi	fi%
0	9		
1	12		
3	24		
4	9		
7	6		
Σύνολο			

817. Ομοίως

xi	vi	fi	fi%
0			15
1			25
2			40
4			15
7			
Σύνολο	160		

818.



Ρωτήσαμε 30 μαθητές το είδος της μουσικής που ακούνε. Οι απαντήσεις τους ήταν οι εξής:

Ροκ	Τζαζ	Ραπ	Τζαζ	Ραπ	Ροκ	Τζαζ	Disco	Ραπ	Τζαζ
Τζαζ	Ραπ	Disco	Ροκ	Ραπ	Disco	Τζαζ	Ροκ	Τζαζ	Ραπ
Τζαζ	Τζαζ	Ροκ	Ραπ	Τζαζ	Ραπ	Ραπ	Τζαζ	Τζαζ	Ροκ

Να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων, σχετικών συχνοτήτων απόλυτων και αθροιστικών.

819.

Σε μια πόλη μετρήσαμε τις θερμοκρασίες (σε °C) για 20 ημέρες τον μήνα Απρίλιο. Τα αποτελέσματα που συλλέξαμε είναι τα εξής:

17	18	20	21	21	19	21	21	17	19
19	21	17	19	20	19	17	19	20	18

Να κατασκευάσετε πίνακα κατανομής συχνοτήτων (απόλυτων και αθροιστικών), σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό και αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό

820.

Ρίχνουμε ένα ζάρι 25 φορές και καταγράφουμε τις ενδείξεις του, οι οποίες φαίνονται παρακάτω

1	5	6	2	4	6	2	4	1	5
4	3	1	5	2	4	1	5	2	4
2	1	2	2	1					

Να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων, σχετικών συχνοτήτων απόλυτων και αθροιστικών.

821.

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας

x_i	n_i	$f_i\%$	N_i	$F_i\%$
0	$2\mu+6$			
2	4			
4	$\mu+7$			
7	8			
Σύνολο	40			

α) Να αποδείξετε ότι $\mu = 5$

β) Να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα



822.

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας

x_i	v_i	N_i	$f_i\%$	$F_i\%$
-2	4			
0	$\mu^2 - 2\mu$			
3	6			
5	$8 - \mu$			
6	3			
Σύνολο	25			

α) Να αποδείξετε ότι $\mu = 4$

β) Για $\mu = 4$, να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα

823.

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας

x_i	v_i	N_i	$f_i\%$	$F_i\%$
-1	4	μ^2		
0				
1	3μ			
2	5			
4	3			
Σύνολο	20			

α) Να αποδείξετε ότι $\mu = 2$

β) Για $\mu = 2$, να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα

824.

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

x_i	v_i	N_i	f_i	$f_i\%$
10				10
12				
14				30
16		20		15
Σύνολο				

825.

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

x_i	v_i	N_i	f_i	F_i
1			0,4	
3			0,3	
5			0,1	
7				
9			0,15	
Σύνολο	40			



826.

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

x_i	v_i	N_i	f_i	F_i	$f_i\%$	$F_i\%$
x_1		7				
x_2		15				
x_3		28				
x_4		44				
x_5						
Σύνολο	50					

827.

α)

x_i	v_i	N_i
x_1		3
x_2		8
x_3		11
x_4		16
x_5		20
Σύνολο		

β)

x_i	f_i	F_i
x_1		0,1
x_2		0,45
x_3		0,7
x_4		0,85
x_5		
Σύνολο		

γ)

x_i	v_i	N_i
-2		13
-1		29
0		45
1		81
2		100
Σύνολο		

δ)

x_i	f_i	F_i
3		0,12
6		0,24
9		0,42
10		0,73
11		
Σύνολο		

828.

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

x_i	v_i	f_i	N_i	$f_i\%$	$F_i\%$
0	8	0,4			
1			12		
2	5				
3					
Σύνολο		1			

829.

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

x_i	v_i	f_i	N_i	F_i	$f_i\%$	$F_i\%$
2	10	0,2				
4			30			
6				0,70		
8						90
10						
Σύνολο						



830.

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

x_i	v_i	f_i	N_i	F_i	$f_i\%$	$F_i\%$
-3		0,1				
-1	12		15			
0	9					
5						
Σύνολο						

831.

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

x_i	v_i	f_i	N_i	F_i	$f_i\%$	$F_i\%$
10						
20	12					50
30	21	0,35				
40						
Σύνολο						

832.

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

x_i	v_i	f_i	N_i	F_i
2				0,1
3		0,3		
4			28	0,7
5	2			
6				
Σύνολο				

833.

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

x_i	v_i	f_i	N_i	F_i
-5		0,2		
-2				0,52
0			16	
2	9			
Σύνολο				

834.

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

x_i	v_i	f_i	N_i	F_i
2	4			
4			12	
6				0,7
8	6			
Σύνολο				



835.

Η εξέταση ενός δείγματος 20 μαθητών ενός Σχολείου, ως προς τον αριθμό των ημερών που αυτοί απουσίασαν κατά τον μήνα Οκτώβριο του 2022 είναι

1,1,2,4,0,1,2,1,1,3,2,1,0,3,1,0,3,3,0,3

- α) Να μεταφέρετε στο τετράδιο σας τον παρακάτω πίνακα και να συμπληρώσετε όλα τα στοιχεία που λείπουν

836.

Η εξέταση ενός δείγματος 20 μαθητών ενός Σχολείου, ως προς τον αριθμό των ημερών που αυτοί απουσίασαν κατά τον μήνα Οκτώβριο του 2022 είναι

1,1,2,4,0,1,2,1,1,3,2,1,0,3,1,0,3,3,0,3

- α) Να μεταφέρετε στο τετράδιο σας τον παρακάτω πίνακα και να συμπληρώσετε όλα τα στοιχεία που λείπουν

837.

Ημέρες απουσίας x_i	Συχνότητα n_i	Σχετική συχνότητα f_i	Αθροιστική συχνότητα N_i	Αθροιστική σχετική συχνότητα F_i
0				
1				
2				
3				
4				
Σύνολο				

- β) Με τη βοήθεια του παραπάνω πίνακα, να βρείτε:

- Πόσοι μαθητές απουσίασαν τουλάχιστον 2 ημέρες.
- Πόσοι μαθητές απουσίασαν το πολύ 1 ημέρα.
- Το ποσοστό των μαθητών που δεν έλειψαν καμία ημέρα.
- Το ποσοστό των μαθητών που απουσίασαν τουλάχιστον 1 ημέρα και το πολύ 3 ημέρες.



838.

Σε μια έρευνα που έγινε για το πόσες ώρες παίζουν video games οι νέοι ενός τμήματος ενός Σχολείου προέκυψε ο παρακάτω ελλιπής πίνακας.

α) Να μεταφέρετε στο τετράδιο σας τον παρακάτω πίνακα και να συμπληρώσετε όλα τα στοιχεία που λείπουν.

Ωρες x_i	Συχνότητα y_i	Σχετική συχνότητα $f_i\%$	Αθροιστική συχνότητα N_i	Αθροιστική σχετική συχνότητα $F_i\%$
0				20
1		35		
2	3			
3		25		
4			20	
Σύνολο				

β) Με τη βοήθεια του παραπάνω πίνακα, να βρείτε:

- Πόσοι μαθητές έπαιξαν τουλάχιστον 3 ώρες;
- Πόσοι μαθητές έπαιξαν το πολύ 2 ώρες;
- Το ποσοστό των μαθητών που δεν έπαιξαν καθόλου.
- Το ποσοστό των μαθητών που έπαιξαν τουλάχιστον 2 ώρες και το πολύ 4 ώρες.

839.

11.23 Ρωτήσαμε 30 μαθητές πόσα χρήματα παίρνουν για χαρτζιλίκι στο σχολείο την εβδομάδα και προέκυψε ο παρακάτω ελλιπής πίνακας.

α) Να μεταφέρετε στο τετράδιο σας τον παρακάτω πίνακα και να συμπληρώσετε όλα τα στοιχεία που λείπουν.

Ευρώ x_i	Συχνότητα y_i	Σχετική συχνότητα $f_i\%$	Αθροιστική συχνότητα N_i	Αθροιστική σχετική συχνότητα $F_i\%$
8				
10		10		40
14	9			
16			27	
18				
Σύνολο				

β) Με τη βοήθεια του παραπάνω πίνακα, να βρείτε:

- Πόσοι μαθητές παίρνουν τουλάχιστον 10€;
- Πόσοι μαθητές παίρνουν το πολύ 16 €;
- Το ποσοστό των μαθητών που παίρνουν έως 14€.
- Το ποσοστό των μαθητών που παίρνουν τουλάχιστον 10€ και το πολύ 16€.



840.

Ρωτήσαμε 30 μαθητές πόσα χρήματα παίρνουν για χαρτζιλίκι στο σχολείο την εβδομάδα και προέκυψε ο παρακάτω ελλιπής πίνακας.

α) Να μεταφέρετε στο τετράδιο σας τον παρακάτω πίνακα και να συμπληρώσετε όλα τα στοιχεία που λείπουν.

Ευρώ x_i	Συχνότητα v_i	Σχετική συχνότητα $f_i\%$	Αθροιστική συχνότητα N_i	Αθροιστική σχετική συχνότητα $F_i\%$
8				
10		10		40
14	9			
16			27	
18				
Σύνολο				

β) Με τη βοήθεια του παραπάνω πίνακα, να βρείτε:

- Πόσοι μαθητές παίρνουν τουλάχιστον 10€;
- Πόσοι μαθητές παίρνουν το πολύ 16 €;
- Το ποσοστό των μαθητών που παίρνουν έως 14€.
- Το ποσοστό των μαθητών που παίρνουν τουλάχιστον 10€ και το πολύ 16€.

841.

Στον επόμενο πίνακα παρουσιάζονται τα λεπτά αναμονής σε μια υπηρεσία

x_i	v_i	N_i	f_i	F_i
0		α		
2			0,35	
4		14		
6	$8+\beta$			
Σύνολο				

η συχνότητα της 4^{ης} μεταβλητής είναι διπλάσια της συχνότητας της 1^{ης}

μεταβλητής και $\alpha = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 7x + 12}$

- Να αποδείξετε ότι $\alpha = 3$ και $\beta = -2$.
- Για $\alpha = 3$ και $\beta = -2$, να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα.
- Να υπολογίσετε το πλήθος των ατόμων που ανέμεναν:
 - Το πολύ 4 λεπτά.
 - Τουλάχιστον 2 λεπτά.



842.

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι ώρες (ημερησίως) που περνούν 20 μαθητές παρακολουθώντας τηλεόραση.

x_i	v_i	N_i	f_i	$f_i\%$	F_i
1		7			
2		12			
3	α				
4					
5	β				
Σύνολο					

Όπου $\alpha = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{\sqrt{x+3} - 2}$ και β ίσο με την θέση του τοπικού ελαχίστου της

συνάρτησης $f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x + 5$

- Να αποδείξετε ότι: $\alpha = 4$ και $\beta = 1$.
- Για $\alpha = 4$ και $\beta = 1$, να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα.
- Με τη βοήθεια του παραπάνω πίνακα, να βρείτε:
 - Πόσοι μαθητές βλέπουν το πολύ 2 ώρες τηλεόραση;
 - Το ποσοστό των μαθητών που βλέπουν τουλάχιστον 4 ώρες τηλεόραση.
 - Πόσοι μαθητές βλέπουν τουλάχιστον 1 ώρα και το πολύ 3 ώρες;
 - Το ποσοστό των μαθητών που βλέπουν πάνω από 4 ώρες τηλεόραση.

843. Ομοίως

x_i	v_i	f_i	$f_i\%$
2	12		
4			
6	24		40
8		0.05	
Σύνολο			

844. Ομοίως

x_i	v_i	f_i	$f_i\%$
-3		0.05	
-1			
1			40



3	8	0.2	
Σύνολο			

845. Ομοίως

xi	vi	Ni	fi	Fi	fi%	Fi%
1	20					
3	10					
5	15					
7	5					
Σύνολο						

846. Οι ενδείξεις ζαριού ήταν :

2	3	6	5	3	1	2	4	5	6
6	2	3	3	4	1	2	4	3	4,

να φτιάξεις διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων % και να βρεις πόσες ρίψεις και με τι ποσοστό είναι :

*μεγαλύτερη του 3

*τουλάχιστον 3

*το πολύ 3

*τουλάχιστο 2 , το πολύ 5

847. Να συμπληρώσεις τον πίνακα

xi	vi	fi%	Ni	Fi
1			4	0.1
2		30		
3				
4	3			
Σύνολο				

848. Ομοίως

xi	vi	fi	Ni	Fi%
1				20
2		0.4		
3	12			
4			60	
Σύνολο				



849. Ομοίως

xi	vi	fi	fi%	Ni	Fi	Fi%
0						10
1		0.15				
2					0.60	
3	5					
4				20		
Σύνολο						

850. Σε μία τάξη όπου δεν υπάρχουν συμμαθητές που να είναι αδέρφια έχουμε τα εξής :

- 20 μαθητές έχουν κανένα ή 1 ή 2 ή 3 ή 4 αδέρφια
- 18 έχουν τουλάχιστον 1 αδερφό
- 19 έχουν το πολύ 3 αδέρφια
- 5 οικογένειες έχουν το πολύ 3 ή 4 παιδιά
- 15% των οικογενειών έχουν 4 τουλάχιστον παιδιά

Να φτιάξεις πίνακα κατανομών με x_i το πλήθος των αδερφών των μαθητών

851. Σε μία πόλη είχαμε θερμοκρασίες : 10 11 15 13 16 όπου

- 18 ημέρες είχαν θερμοκρασία το πολύ 15
- 85% των ημερών η θερμοκρασία ήταν τουλάχιστο 11
- το πλήθος των ημερών με θερμοκρασία 13 ήταν διπλάσιο των ημερών που είχαν 11
- το 55% των ημερών είχαν θερμοκρασία 13 ή 15

Φτιάξε πίνακα κατανομών

852. Δίνεται ο πίνακας όπου θα πρέπει να συμπληρώσεις και να κάνεις κυκλικό διάγραμμα

Ήπειρος	Έκταση	fi%
Αμερική	20,8	
Ασία	44	
Αφρική	30,5	
Ευρώπη	10,5	
Ωκεανία	9	
σύνολο	114,8	

Κυκλικό διάγραμμα :
δημιούργησε μία
νέα στήλη στον
πίνακα την
 $a_i = f_i \cdot 360$, όπου
τα αποτελέσματα
εκφράζουν τη γωνία
που αντιστοιχεί στο
διάγραμμα



853. Χρησιμοποιώντας τον παρακάτω πίνακα 50 οικογενειών να βρεις τον αριθμό και το ποσοστό των οικογενειών που :
- * έχουν τουλάχιστο ένα παιδί
 - * πάνω από 3 παιδιά
 - * από 3 έως και 5 παιδιά
 - * το πολύ 6 παιδιά
 - * ακριβώς 6 παιδιά

Αριθμός παιδιών	Αριθμός οικογενειών
0	5
1	10
2	15
3	8
4	5
5	4
6	3
σύνολο	

8. Ραβδόγραμμα : η γραφική παράσταση της ποιοτικής μεταβλητής . Ορθογώνιες στήλες με βάση το οριζόντιο ή κατακόρυφο άξονα με ύψος την αντίστοιχη συχνότητα ή σχετική συχνότητα .
9. Διάγραμμα : η γραφική παράσταση σε ποσοτική μεταβλητή , μοιάζει με ραβδόγραμμα με μόνη διαφορά ότι οι ορθογώνιες στήλες δεν έχουν πάχος . Πολύγωνο : ενώνουμε τα σημεία (x_i, v_i) ή (x_i, f_i) , δηλαδή τις κορυφές διαγράμματος .
10. Κυκλικό διάγραμμα : σε ποσοτικές και ποιοτικές μεταβλητές όπου ένας κυκλικός δίσκος χωρίζεται σε τομείς με κεντρικές γωνίες $a_i = f_i \cdot 360$

854. Εξετάστηκε δείγμα 400 οικογενειών ως προς τον αριθμό των παιδιών τους και προέκυψε ο πίνακας , τον οποίο να συμπληρώσεις , να γίνει διάγραμμα συχνοτήτων , πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων και να βρεις μέτρα θέσεως

Αριθμός παιδιών	Αριθμός οικογενειών	f_i	$f_i\%$	$x_i v_i$	N_i
0	135				
1	220				
2	8				
3	15				
4	12				
5	10				
Σύνολο					

Γραφικές παραστάσεις

Διαγράμματα όταν τα x_i : αριθμοί
(πολύγωνο δημιουργώ ενώνοντας τις κορυφές του διαγράμματος)

Ραβδογράμματα όταν τα x_i : λέξεις
(πολύγωνο δεν έχουμε)

Ιστογράμματα όταν τα x_i : διαστήματα
(πολύγωνο σε $v_i, f_i, f_i\%$ δημιουργώ ενώνοντας τα μέσα των «τούβλων» στο αντίστοιχο ιστόγραμμα ενώ πολύγωνο σε $N_i, F_i, F_i\%$ δημιουργώ ενώνοντας τα δεξιά άκρα των «τούβλων» στο αντίστοιχο ιστόγραμμα)



11. Κλάσεις : Τα διαστήματα των ποσοτικών συνεχών μεταβλητών . Τα άκρα των διαστημάτων καλούνται όρια των κλάσεων . Κεντρικές τιμές είναι το ημιάθροισμα των ορίων κάθε κλάσης . Πλάτος κλάσης είναι η διαφορά των ορίων .
12. Υπολογισμός πλάτους κλάσεων : υπολογίζω το R , διαιρώ το R με πλήθος των κλάσεων , στρογγυλοποιώ προς το άνω το ημίκο και το αποτέλεσμα είναι το πλάτος .

ν	<20	20-50	50-100	100-200	200-400	400-700	700-1000
Πλήθος κλάσεων	5	6	7	8	9	10	11

Για πλήθος πάνω από 1000 φτιάχνω 12 κλάσεις

13. Ιστόγραμμα: η γραφική παράσταση των ποσοτικών συνεχών μεταβλητών . Είναι σαν το ραβδόγραμμα με μόνη διαφορά ότι τα ορθογώνια είναι διαδοχικά . Προσοχή θέλει στο πολύγωνο όπου : $\nu_i, f_i, f_i\%$ ενώνω τα μέσα των άνω βάσεων των ορθογωνίων . Στα $N_i, F_i, F_i\%$ ενώνω τα δεξιά άκρα των άνω βάσεων των ορθογωνίων .

855.

Ρωτήσαμε 40 μαθητές ενός Σχολείου, τι τύπου εξωσχολικά βιβλία διάβασαν τον τελευταίο μήνα και προέκυψαν τα αποτελέσματα του διπλανού πίνακα. Να κατασκευάσετε:

- α) Ραβδόγραμμα συχνοτήτων.
β) Κυκλικό διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων.

Αριθμός Βιβλίων x_i	Αριθμός μαθητών ν_i
Κόμικς	14
Αστυνομικά	8
Αθλητικά	12
Λογοτεχνικά	6
Σύνολο	40

856.

Στον παρακάτω ελλιπή πίνακα δίνονται τα αποτελέσματα των εκλογών για το μέρος που θα πάνε πενθήμερη εκδρομή οι μαθητές της Γ' Λυκείου ενός σχολείου

- α) Να συμπληρώσετε τον ελλιπή πίνακα.
β) Να κατασκευάσετε ραβδόγραμμα συχνοτήτων.
γ) Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που επέλεξαν νησιά.

Περιοχή x_i	ν_i	f_i	$f_i\%$	a_i
Θεσσαλονίκη	36			
Ρόδος		0,4		
Κρήτη			15%	
Ιωάννινα	12			36°
Πάτρα				
Σύνολο				



857.

Στο παρακάτω ελλιπή πίνακα φαίνονται τα αγαπημένα είδη μουσικής n κατοίκων μιας πόλης και οι απαντήσεις που πήραμε φαίνονται στον διπλανό πίνακα.

Μουσική x_i	n_i	f_i	$f_i\%$	a_i
Rock	8			
Hip Hop				108°
Trap	4		10	
Ελληνικά				
Disco		0,05		
Σύνολο				

- α) Να συμπληρώσετε τον ελλιπή πίνακα.
 β) Να κατασκευάσετε ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων.
 γ) Να υπολογίσετε το ποσοστό των μαθητών που ακούνε Rock ή Disco.

858.

Ρωτήσαμε τους μαθητές της Στ Δημοτικού ενός σχολείου πόσα αδέρφια έχουν και προέκυψαν τα δεδομένα του διπλανού πίνακα. Να κατασκευάσετε:

Αδέρφια x_i	Αριθμός μαθητών n_i
0	5
1	10
2	3
3	2
Σύνολο	20

- α) Διάγραμμα συχνοτήτων.
 β) Διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων.
 γ) Κυκλικό διάγραμμα.
 δ) Να υπολογίσετε το ποσοστό των μαθητών που έχουν τουλάχιστον έναν αδερφό ή αδερφή.

859.

Ρωτήσαμε n μαθητές πόσο έγραψαν στις προαγωγικές εξετάσεις στο μάθημα της Νεοελληνικής Γλώσσας, μερικά από τα αποτελέσματα φαίνονται στο διπλανό πίνακα.

Βαθμοί x_i	n_i	f_i	N_i	F_i
14	8			
15				0,36
16	17	0,34		
17			45	
18				
Σύνολο				

- α) Να συμπληρώσετε τον ελλιπή πίνακα.
 β) Να κατασκευάσετε διάγραμμα συχνοτήτων και το αντίστοιχο πολύγωνο.
 γ) Να κατασκευάσετε το διάγραμμα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων και το αντίστοιχο πολύγωνο.
 δ) Να υπολογίσετε το ποσοστό των μαθητών που έγραψαν το πολύ 17 και τουλάχιστον 15.



860.

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας κατανομής συχνοτήτων και αθροιστικών συχνοτήτων μιας ποσοτικής μεταβλητής X .

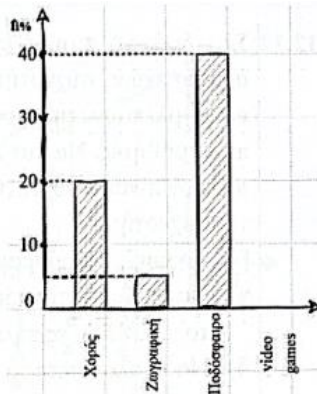
- Να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα.
- Να κατασκευάσετε το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων (επί τοις %).
- Να κατασκευάσετε το διάγραμμα αθροιστικών συχνοτήτων.
- Να κατασκευάσετε το κυκλικό διάγραμμα.

x_i	v_i	f_i	$f_i\%$	$F_i\%$	N_i
-3		0,2			
0					18
4					42
7				95	
8					60
Σύνολο					

861.

Στο διπλανό ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων δίνονται τα χόμπι που έχουν οι μαθητές ενός σχολείου.

- Να συμπληρώσετε το ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων.
- Αν το πλήθος των μαθητών του σχολείου είναι 300 μαθητές να βρείτε πόσοι έχουν σαν χόμπι το ποδόσφαιρο και τον χορό.
- Να κατασκευάσετε κυκλικό διάγραμμα για τα παραπάνω δεδομένα.

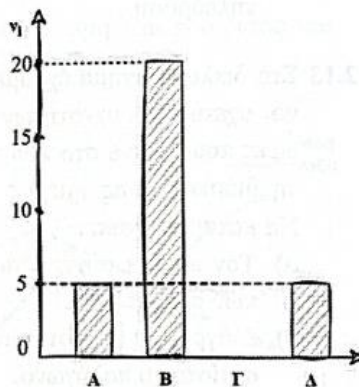


862.

Παρακάτω δίνεται το ραβδόγραμμα συχνοτήτων μιας ποιοτικής μεταβλητής.

Αν γνωρίζετε ότι $N_4 = 40$

- Να συμπληρώσετε το διπλανό ραβδόγραμμα συχνοτήτων.
- Να κατασκευάσετε το κυκλικό διάγραμμα για τα παραπάνω δεδομένα.
- Να υπολογίσετε το ποσοστό των παρατηρήσεων που παίρνουν τις τιμές Α και Δ.

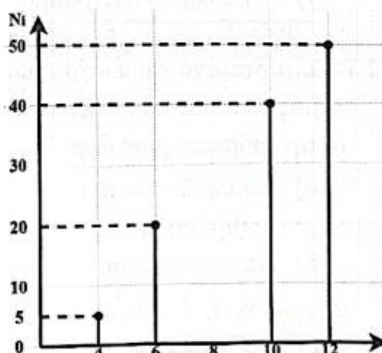




863.

Στο διπλανό διάγραμμα αθροιστικών συχνοτήτων μιας ποσοτικής μεταβλητής X , γνωρίζουμε ότι $v_2 = v_3$.

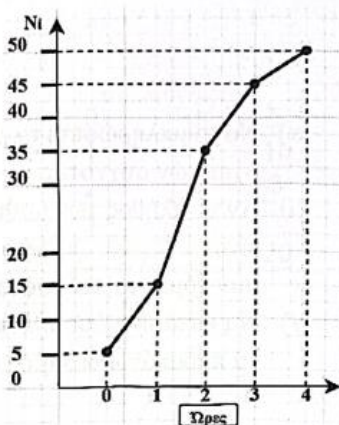
- Να συμπληρώσετε το διπλανό διάγραμμα αθροιστικών συχνοτήτων.
- Να υπολογίσετε το πλήθος των παρατηρήσεων που έχουν το πολύ 10.
- Να κατασκευάσετε το κυκλικό διάγραμμα για τα παραπάνω δεδομένα.
- Να κατασκευάσετε το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων (επί τοις %).



864.

Στο διπλανό σχήμα έχουμε το πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων από τις πόσες ώρες βλέπουν τηλεόραση την ημέρα κάποιοι μαθητές. Να κατασκευάσετε

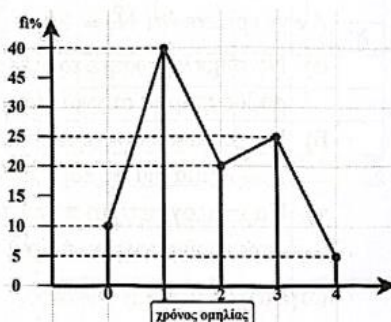
- Τον πίνακα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.
- Το κυκλικό διάγραμμα.
- Να υπολογίσετε πόσοι μαθητές βλέπουν το πολύ 2 ώρες τηλεόραση.
- Να υπολογίσετε το ποσοστό των μαθητών που δεν βλέπουν καθόλου τηλεόραση.



865.

Στο διπλανό σχήμα έχουμε το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων % από τις ώρες που μιλάνε στο κινητό τους κατά τη διάρκεια μιας ημέρας 40 μαθητές. Να κατασκευάσετε:

- Τον πίνακα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.
- Διάγραμμα συχνοτήτων και το αντίστοιχο πολύγωνο.
- Το κυκλικό διάγραμμα.





866.

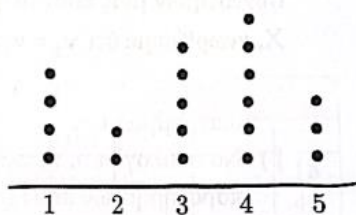
Στο διπλανό σημειόγραμμα δίνεται ο αριθμός των sms που στέλνουν οι μαθητές κατά την διάρκεια μιας ώρας

α) Να υπολογίσετε το πλήθος των μαθητών.

β) Να κατασκευάσετε πίνακα κατανομής (v_i, f_i, F_i, N_i).

γ) Να κατασκευάσετε πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.

δ) Να κατασκευάσετε το κυκλικό διάγραμμα.



867.

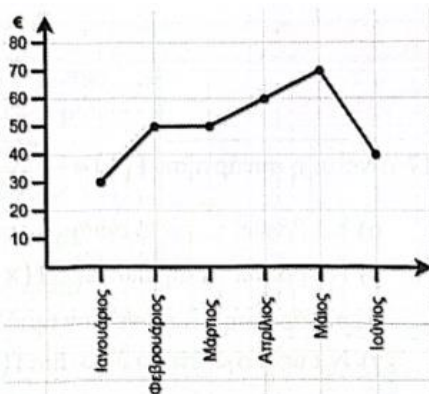
Η εξέλιξη της τιμής ενός προϊόντος κατά την διάρκεια του 1^{ου} εξαμήνου του 2022 φαίνεται στο παρακάτω χρονόγραμμα.

α) Ποιο μήνα το προϊόν είχε την χαμηλότερη και την υψηλότερη τιμή και τι τιμή είχε τότε.

β) Πότε το προϊόν είχε σταθερή τιμή;

γ) Ποιόν μήνα έγινε η μεγαλύτερη αύξηση στο προϊόν και ποια ήταν αυτή;

δ) Ποιο μήνα έγινε η μεγαλύτερη μείωση στην τιμή του προϊόντος και ποια ήταν αυτή;



868.

Στο διπλανό χρονόγραμμα παρουσιάζονται τα έσοδα και τα έξοδα μιας οικογενειακής επιχείρησης από το έτος 2016 έως και το έτος 2021.

α) Την 1^η χρονιά λειτουργίας της, η επιχείρηση είχε κέρδος ή ζημία; Πόσο κέρδος η ζημία είχε;

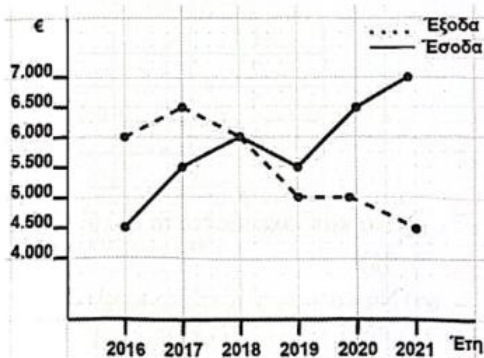
β) Μετά από ποια χρονιά η επιχείρηση άρχισε να έχει κέρδος;

γ) Ποια χρονιά η επιχείρηση είχε το μεγαλύτερο κέρδος και ποιο είναι αυτό;

δ) Ποια χρονιά η επιχείρηση είχε τη μεγαλύτερη ζημία και ποια ήταν αυτή;

ε) Υπήρχε χρονιά που η επιχείρηση δεν είχε ούτε κέρδος ούτε ζημία; Αν ναι τότε ποιο έτος ήταν αυτό;

στ) Να περιγράψετε την οικονομική κατάσταση της επιχείρησης το 2020.





869.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x+2} - 1}$

- α) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .
 β) Να βρεθεί το σημείο $A(x, f(x))$ στο οποίο η γραφική παράσταση της συνάρτησης f τέμνει τον ημιάξονα Ox .
 γ) Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$.
 δ) Έστω x_i με $i = 1, 2, 3, 4$ οι τιμές μιας μεταβλητής X ενός δείγματος $n = 20$. Εάν $\kappa = \lim_{x \rightarrow -1} f(x)$, να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα.

x_i	n_i	f_i	$f_i\%$	$F_i\%$	N_i
1				10%	
2	$-\kappa$				
3					14
4					
Σύνολο					

- ε) Να κατασκευάσετε το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων (επί τοις %).
 στ) Να κατασκευάσετε το κυκλικό διάγραμμα.

870.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 + \alpha x + \beta}{x^2 - x}$, με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης f διέρχεται από τα σημεία $A(2, 3)$ και $B(-1, -3)$, τότε:

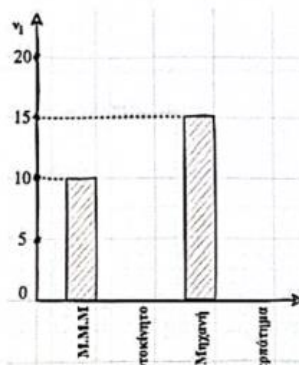
- α) Να βρείτε τις τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.
 β) Να βρείτε για ποιες τιμές του x η γραφική παράσταση της f είναι κάτω από τον άξονα $x'x$.
 γ) Να υπολογίσετε το όριο $\lambda = \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

871.

- δ) Στο παρακάτω ελλιπές ραβδόγραμμα συχνοτήτων δίνεται ο τρόπος με τον οποίο πηγαίνουν για δουλειά 50 υπάλληλοι μιας εταιρίας.

Αν περπατώντας πάνε $\lambda = \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$, να συμπληρώσετε το ελλιπές ραβδόγραμμα.

- ε) Να κατασκευάσετε κυκλικό διάγραμμα για τα παραπάνω δεδομένα.





872.

$$\text{Δίνεται η συνάρτηση } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x}{x - 1}, & x \neq 1 \\ \sqrt{x - 1}, & x = 1 \end{cases}$$

όπου α , παράμετρος με $\alpha > 2$

- α) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .
 β) Να βρεθεί το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.
 γ) Να βρεθεί ο αριθμός α , αν γνωρίζουμε ότι η f είναι συνεχής στο $x_0 = 1$.
 δ) Έστω x_i με $i = 0, 3, 6, 7$ οι τιμές μιας μεταβλητής X ενός δείγματος $n = 50$, να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα.

x_i	n_i	N_i	f_i	$f_i\%$	$F_i\%$
0	5α				
3					50%
6		37			
7					
Σύνολο					

- ε) Να κατασκευάσετε το διάγραμμα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων και το αντίστοιχο πολύγωνο.

873.

Οι χρόνοι αναμονής 40 μαθητών για την διενέργεια δωρεάν self-test δίνονται παρακάτω

0,3	3,9	1	1,2	3,1	0,7	4	1,3	2,1	1,9
2	7,7	3,3	4,4	0	3	1,5	2	0,8	3,8
1,8	1,1	4	0,5	4,8	2,2	5,1	7,9	1,7	5
5,5	3	0,6	2,9	6	0,9	3,1	8	5,5	1

- α) Να ομαδοποιήσετε τα παραπάνω δεδομένα σε 4 κλάσεις ίσου πλάτους.
 β) Να κατασκευάσετε πίνακα κατανομής με στήλες $n_i, f_i, N_i, F_i, f_i\%, F_i\%$.

874.

Τα παρακάτω δεδομένα παρουσιάζουν τα ύψη που έχουν 30 μαθητές σε εκατοστά (cm) μιας τάξης Γ' Λυκείου

165	170	169	167	173	168	161	171	166	177
175	167	179	160	171	169	178	169	174	167
164	177	168	174	165	179	166	176	180	175

- α) Να ομαδοποιήσετε τα παραπάνω δεδομένα σε 4 κλάσεις ίσου πλάτους.
 β) Να κατασκευάσετε πίνακα κατανομής με στήλες $n_i, f_i, N_i, F_i, f_i\%, F_i\%$.



875.

Τα παρακάτω δεδομένα παρουσιάζουν τις ημέρες που θα πάρουν άδεια οι 50 υπάλληλοι μιας εταιρείας

4 12 9 5 11 9 0 10 1 6 8 11 5
 7 15 7 9 6 13 10 9 11 2 0 8 6
 13 4 13 11 5 9 10 7 13 8 4 11 6
 16 8 12 5 12 9 10 3 10 14 6

- α) Να ομαδοποιήσετε τα παραπάνω δεδομένα σε 4 κλάσεις ίσου πλάτους.
 β) Να κατασκευάσετε πίνακα κατανομής με στήλες $v_i, f_i, N_i, F_i, f_i\%, F_i\%$.

876.

3.6 Τα λεπτά αναμονής στο ΚΤΕΟ 40 πελατών φαίνονται στον παρακάτω πίνακα

Κλάσεις	x_i	v_i	f_i	N_i	F_i
[5,9)		6			
[9,13)		10			
[13,17)		8			
[17,21)		14			
[21,25]		2			
Σύνολο		40			

- α) Να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα.
 β) Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων.
 γ) Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο των αθροιστικών συχνοτήτων.
 δ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου ανάμεσα από το πολύγωνο συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα.

877.

3.7 Τα χρόνια υπηρεσίας αναπληρωτών καθηγητών φαίνονται στον παρακάτω πίνακα

Κλάσεις	x_i	v_i	f_i	N_i	F_i
[0,2)				5	
[2,4)				15	
[4,6)				35	
[6,8)				45	
[8,10]				50	
Σύνολο					

- α) Να υπολογίσετε το πλήθος του δείγματος.
 β) Να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα.
 γ) Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο συχνοτήτων.
 δ) Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.



878.

3.8 Οι πιο χαμηλές θερμοκρασίες (σε βαθμούς Κελσίου) στην Πρέβεζα, για 20 ημέρες τον χειμώνα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Κλάσεις	x_i	v_i	f_i	N_i	F_i
$[-4, -2)$		α			
$[-2, 0)$				6	
$[0, 2)$			0,4		
$[2, 4)$					0,95
$[4, 6]$					
Σύνολο					

- α) Να υπολογίσετε το $\alpha = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^2 + 4x}{x^2 - 1}$.
- β) Για $\alpha = 2$, να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα.
- γ) Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων.
- δ) Να κατασκευάσετε το πολύγωνο συχνοτήτων.

879.

3.9 Στον παρακάτω πίνακα έχουμε ομαδοποιημένα δεδομένα σε 5 ισοπλάτεις κλάσεις.

Κλάσεις	x_i	v_i	f_i	N_i	F_i
$[1, 3)$					
$[3, 5)$					α
$[5, 7)$		12	0,2		
$[7, 9)$				54	
$[9, 11]$					
Σύνολο					

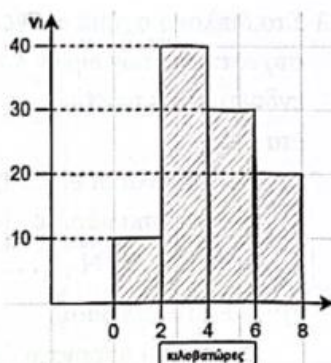
- α) Αν οι αθροιστικές σχετικές συχνότητες F_1 και F_3 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $4x^2 + \beta x + 1 = 0$, όπου $x \in \mathbb{R}$ και $\beta \in \mathbb{R}$, να αποδείξετε ότι $\beta = -5$ και να τις υπολογίσετε.
- β) Να υπολογίσετε το $\alpha = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 + x - 6}$.
- γ) Για $\alpha = 0,4$, να συμπληρώσετε το παραπάνω πίνακα.
- δ) Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων.



880.

Στο διπλανό ιστόγραμμα συχνοτήτων φαίνονται οι καταναλώσεις ρεύματος σε εκατοντάδες κιλοβατώρες που έγιναν από επιχειρήσεις σε μια γειτονιά της Αθήνας.

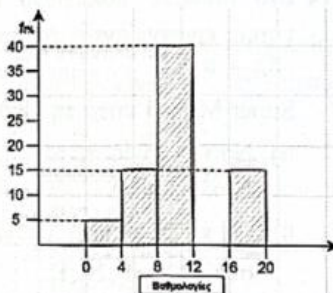
- Πόσες επιχειρήσεις υπάρχουν σε αυτή τη γειτονιά της Αθήνας;
- Να κατασκευάσετε πίνακα κατανομής με στήλες v_i, f_i, N_i, F_i .
- Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων.



881.

Στο διπλανό ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων παρουσιάζονται οι βαθμολογίες των μαθητών της Β' Λυκείου σε ένα διαγώνισμα μαθηματικών.

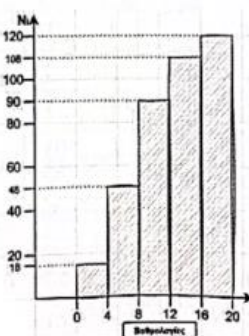
- Να συμπληρώσετε το διπλανό ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων.
- Αν το πλήθος των μαθητών είναι 40, να κατασκευάσετε πίνακα κατανομής με στήλες v_i, f_i, N_i, F_i .
- Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.
- Να κατασκευάσετε το κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων.



882.

Στο διπλανό ιστόγραμμα αθροιστικών συχνοτήτων έχουμε τις βαθμολογίες των μαθητών της Γ' Λυκείου ΕΠΑ.Λ στο μάθημα της έκθεσης.

- Πόσοι είναι οι μαθητές της Γ' Λυκείου ΕΠΑ.Λ;
- Να κατασκευάσετε πίνακα κατανομής με στήλες v_i, f_i, N_i, F_i .
- Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων.

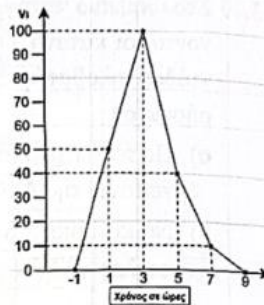




883.

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται το πολύγωνο συχνοτήτων των ωρών που διαρκούν τα ενδοεταιρικά meeting των εργαζομένων μιας εταιρείας.

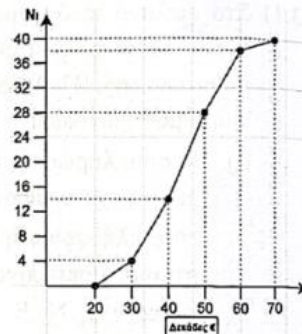
- Πόσοι είναι οι υπάλληλοι της εταιρείας;
- Να κατασκευάσετε πίνακα κατανομής με στήλες v_i, f_i, N_i, F_i .
- Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.
- Να κατασκευάσετε το κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων.



884.

Στο διπλανό πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων εμφανίζονται τα συνολικά έξοδα σε δεκάδες € που κάνουν κάποια νοικοκυριά στο Super Market κατά τη διάρκεια ενός μήνα.

- Να υπολογίσετε το πλήθος των νοικοκυριών.
- Να κατασκευάσετε πίνακα κατανομής με στήλες v_i, f_i, N_i, F_i .
- Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο συχνοτήτων.



885.

3.15 Δίνεται ο παρακάτω ελλιπής πίνακας

Κλάσεις	x_i	v_i	f_i	N_i	F_i
[...,...)					0,16
[15,...)		12			
[...,...)				37	
[...,30)					
[...,...]		3	0,06		
Σύνολο					

- Να συμπληρώσετε τον παραπάνω ελλιπή πίνακα.
- Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο συχνοτήτων.



886.

3.16 Δίνεται ο παρακάτω ελλιπής πίνακας

Κλάσεις	x_i	y_i	f_i	N_i	F_i
$[..., 4)$			0,25		
$[..., ...)$					0,65
$[..., ...)$	10			16	
$[..., ...]$					
Σύνολο		20			

- α) Να συμπληρώσετε τον παραπάνω ελλιπή πίνακα.
 β) Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων.

887.

3.17 Τα λεπτά που καθυστερούν να εξυπηρετηθούν οι πολίτες σε μια υπηρεσία ομαδοποιήθηκαν σε 5 κλάσεις ίσου πλάτους, σύμφωνα με τον παρακάτω πίνακα

Κλάσεις	x_i	y_i	f_i	N_i	F_i
$[0, ...)$					
$[..., ...)$		24			
$[..., ...)$					
$[..., ...)$					
$[..., 10]$					
Σύνολο					

- Στο κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων των λεπτών καθυστέρησης το τόξο α_2 του κυκλικού τομέα, το οποίο αντιστοιχεί στην 2^η κλάση είναι 144°
- $2f_5 = 2f_4 = f_1 = f_3$

- α) Να συμπληρώσετε τον παραπάνω ελλιπή πίνακα.
 β) Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο συχνοτήτων.



888.

3.18 Το μηνιαίο οικογενειακό εισόδημα 40 τυχαίων επιλεγμένων οικογενειών δίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Εισόδημα	x_i	v_i	N_i	f_i	F_i
[900,1.100)		2			
[1.100,1.300)		8			
[1.300,1.500)		12			
[1.500,1.700)		8			
[1.700,1.900)		6			
[1.900,2.100)		4			
Σύνολο		40			

α) Να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα.

β) Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο συχνοτήτων.

γ) Να βρείτε πόσες οικογένειες έχουν εισόδημα:

- i. Τουλάχιστον 1.500€ ii. Το πολύ 1200€ iii. Τουλάχιστον 1.550€

δ) Να βρείτε το ποσοστό των οικογενειών που έχουν εισόδημα:

- i. Το πολύ 1.800€ ii. Λιγότερα από 1350€ iii. Τουλάχιστον 1.700€

889.

3.19 Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι ηλικίες που έχουν 120 άτομα που εργάζονται σε μια εταιρεία. Τα δεδομένα είναι ομαδοποιημένα σε 4 κλάσεις ίσου πλάτους, όπως φαίνονται παρακάτω.

Ηλικίες	x_i	v_i	N_i	f_i	F_i
[...,30)				0,15	
[...,...)			42		
[...,...)	45				0,65
[...,...)					
Σύνολο		120			

α) Να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα.

β) Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων

γ) Να βρείτε πόσοι υπάλληλοι έχουν ηλικία:

- i. Το πολύ 40 ετών ii. Τουλάχιστον 45 ετών iii. Πάνω από 30 ετών



890.

- 13.20 Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι θερμοκρασίες σε μια Μεσογειακή πόλη. Τα δεδομένα είναι ομαδοποιημένα σε 6 κλάσεις ίσου πλάτους, όπως φαίνονται παρακάτω.

θερμοκρασίες	x_i	v_i	N_i	f_i	F_i
[...,...)			3		
[...,...)		18			
[...,...)					0,60
[26,...)				0,15	
[...,...)					0,95
[36,...)					
Σύνολο		60			

- α) Να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα.
 β) Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων.
 γ) Να βρείτε πόσες ημέρες η θερμοκρασία ήταν:
 i. Τουλάχιστον 22 ii. Το πολύ 18,5 iii. Κάτω από 31
 δ) Να βρείτε το ποσοστό των ημερών που η θερμοκρασία ήταν:
 i. Το πολύ 23 ii. Τουλάχιστον 26 iii. Πάνω από 33

891. Οι παρακάτω αριθμοί δίνουν τα ύψη 41 μαθητών σχολείου :

139 168 162 183 180 179 153 168 170 170
 172 175 175 181 165 166 171 185 169 180
 180 182 160 157 175 167 162 174 174 187
 192 166 172 167 187 177 178 174 171 177 172 , να

ομαδοποιήσεις τα αναστήματα σε κλάσεις πλάτους 5 και να υπολογίσεις τα μέτρα θέσεως . Τι θα άλλαζε αν ζητούσα απλά να ομαδοποιήσεις σε κλάσεις ;

892. Οι υπάλληλοι εταιρείας έχουν ηλικίες τις οποίες να ομαδοποιήσεις σε 8 κλάσεις , να κάνεις ιστόγραμμα συχνοτήτων , πολύγωνο συχνοτήτων και αθροιστικών συχνοτήτων και να βρεις πόσοι και με ποιο ποσοστό είναι μεγαλύτεροι των 44 χρόνων και μικρότεροι των 35 χρόνων :

28 36 22 41 27 50 32 29 42 29
 25 38 36 45 27 29 32 39 47 33
 53 33 31 40 20 34 37 29 33 27
 39 37 44 26 43 26 36 34 49 36
 26 31 28 59 30 28 30 34 28 24

Ομαδοποίηση κλάσεων
 Διαιρώ το πλήθος n του δείγματος με το πλήθος των κλάσεων που προτείνει το σχολικό βιβλίο και τον αριθμό που προκύπτει τον στρογγυλοποιώ προς τα άνω . Αυτός ο αριθμός είναι το πλάτος των κλάσεων



893. Αν x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 οι τιμές μεταβλητής όπου $v_i = 2i + 1, i = 1, \dots, 5 \Rightarrow v =$;

894. Αν x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 οι τιμές μεταβλητής όπου $v = 50, v_i = \frac{12}{i-1} i = 2, \dots, 5 \Rightarrow v_1 =$;

895. Αν x_1, x_2, x_3, x_4 οι τιμές μεταβλητής όπου $f_i = \frac{1}{2i-2}, i = 2, 3, 4 \Rightarrow f_1 =$;

896. Αν x_1, x_2, x_3 οι τιμές μεταβλητής όπου $F_2 = 0.3 \Rightarrow f_3 \% =$;

897. Αν x_1, x_2, x_3, x_4 οι τιμές μεταβλητής όπου $f_1 = 2 f_2 = 3 f_3 = 4 f_4 \Rightarrow f_i =$;

898. Αν x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 οι τιμές μεταβλητής όπου $f_i = \frac{i}{2k}, i = 1, \dots, 5 \Rightarrow k =$;

899. Αν x_1, x_2, x_3, x_4 οι τιμές μεταβλητής όπου $N_i = 3i^2 + 2, i = 1, \dots, 4 \Rightarrow v =$;

900. Αν x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 οι τιμές μεταβλητής όπου έχουν ίσες συχνότητες να βρεις τις σχετικές συχνότητες

901. Έστω δείγμα μεγέθους n όπου $\frac{N_5}{F_5} = 20 \Rightarrow n =$;

902. Να συμπληρώσεις τον πίνακα

Κλάσεις [-)	Κέντρο Χί
...-...	6
...-...	
...-...	
...-...	18

903. Ομοίως

Κλάσεις [-)	Κέντρο Χί
5 - ...	
...-...	
...- 23	
...-...	

904. Ομοίως

Κλάσεις [-)	Κέντρο Χί
...-...	
...-...	11



...-...	
17 -...	

905. Σε ομαδοποιημένο δείγμα μεγέθους $n=120$, στην κλάση $[4,12)$ με κεντρική x_2 υπάρχουν 48 παρατηρήσεις , να βρεις το πλήθος παρατηρήσεων που είναι από 4 έως 7 , το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι από 4 μέχρι 6 , να βρεις το διάστημα $[4,x)$ που ανήκουν 6 παρατηρήσεις

906. Στον παρακάτω πίνακα να βρεις το πλήθος των λεωφορείων που έχουν κάτω από 32 επιβάτες , το ποσοστό που έχουν τουλάχιστο 39 επιβάτες και το πλήθος των επιβατών που μετέφεραν 13 λεωφορεία με τη μικρότερη πληρότητα

Επιβάτες	Λεωφορεία
20-25	5
25-30	10
30-35	15
35-40	15
40-45	5

907. Σε κυκλικό διάγραμμα που απεικονίζει 3 κατηγορίες τραγουδιών : ρεμπέτικα με γωνία 81° , λαϊκά με γωνία 3γ και μοντέρνα με γωνία 4χ όπου $x+y=81$, να σχεδιάσεις το κυκλικό διάγραμμα

908. Ν.δ.ο. το εμβαδό του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με το v

909. Η βαθμολογία 50 φοιτητών είναι :

6	8	9	8	7	5	6	8	0	3	5	7	6
8	9	5	4	3	2	0	5	6	7	4	3	6
7	5	3	2	1	5	4	3	1	6	7	6	8
9	8											

, να φτιάξεις πίνακα συχνοτήτων , να βρεις πόσοι φοιτητές πήραν βαθμό μεγαλύτερο ή ίσο του 7 και να βρεις τι βαθμό θα έχουν το 8% των καλύτερων φοιτητών

910. 50 υπάλληλοι εταιρείας έχουν ηλικίες :

37	35	39	40	24	54	45	44	51
39	41	46	27	43	59	47	37	49
42	56	28	58	46	52	38	46	52
26	27	37	37	33	34	45	31	53
29	27							

, να ομαδοποιήσεις σε κλάσεις και να βρεις μέτρα θέσεως και διασποράς



911. Να συμπληρωθεί ο πίνακας

x_i	v_i	f_i
5		0.16
10	7	
15	10	0.2
20		
25		0.22
σύνολο		

912. Ομοίως

x_i	v_i	f_i	N_i	F_i	$F_i\%$	f_i
1					5	
2	5	0,125	7			
3				0,375		
4					62,5	
5	6				77,5	
6						
σύνολο						

913. Τα έξοδα μιας οικογένειας το 1^ο εξάμηνο του 2012 ήταν 15000 ευρώ . Σε κυκλικό διάγραμμα τα έξοδα για διατροφή αντιστοιχούν σε γωνία 135 . Να βρεις τα έξοδα για διατροφή



14. Μέτρα θέσεως : μέση τιμή ($\bar{x}$), διάμεσος (δ) μας δίνουν τη θέση του κέντρου των παρατηρήσεων στον οριζόντιο άξονα .

15. Μέση τιμή ($\bar{x}$) : αριθμητικός μέσος με $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$, σταθμικός μέσος με $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i v_i}{n}$

16. Διάμεσος δ : ενός δείγματος n παρατηρήσεων διατεταγμένων σε αύξουσα σειρά ορίζεται ως η μεσαία παρατήρηση σε περιττό πλήθος παρατηρήσεων ή ως η μιάνθρωισμα των δύο μεσαίων παρατηρήσεων σε άρτιο πλήθος παρατηρήσεων . Σε κλάσεις η διάμεσος εκφράζει την τιμή όπου το 50% των παρατηρήσεων είναι μικρότερες ή ίσες με αυτήν .

Μέση τιμή

Το νου σου :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i v_i}{n} = \sum_{i=1}^n x_i f_i$$

914. Να βρεις τη μέση τιμή των παρατηρήσεων : -5 2 0 3 -2 1 3

915. Να βρεις τη μέση τιμή στον πίνακα

Θερμοκρασία	Ημέρες
-5	4
-2	5
0	3
1	12
3	6

916.

Παρακάτω δίνονται τα χρήματα που ξοδεύουν 6 μαθητές της Α' Λυκείου στο σχολείο 2 Μήνες

1^ο Μήνα: 3 , 2 , 2,5 , 1,5 , 1 , 2

2^ο Μήνα: 1,5 , 1 , 3 , 2,5 , 2 , 5

Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των χρημάτων τους 2 μήνες.



917.

Οι βαθμοί των μαθητών της Γ' Λυκείου ΕΠΑ.Λ ενός σχολείου σε 2 Τεστ μαθηματικών δίνονται παρακάτω

1^ο Τεστ: 12, 18, 17, 11, 13, 20, 14

2^ο Τεστ: 16, 11, 14, 15, 17, 19, 15, 17, 20

Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των βαθμών των μαθητών στα δυο Τεστ.

918.

Κατά τον μήνα Οκτώβριο οι απουσίες 8 μαθητών ήταν:

20, 15, 30, 12, 6, 14, 4, 11

Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των απουσιών των μαθητών.

14

919.

Παρακάτω δίνονται οι θερμοκρασίες που καταγράφηκαν κατά τη διάρκεια του Φεβρουαρίου στην Πρέβεζα, οι οποίες είναι:

0, -1, 2, 6, 5, 1, 0, 8, -1, 10, 7, 3, 1, 5, 9, -3, 0, 7, -2, 3

Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των θερμοκρασιών που καταγράφηκαν.

920.

Οι βαθμοί ενός μαθητή της Α' Λυκείου στα διαγωνίσματα του 1^{ου} τετραμήνου είναι οι εξής

13, 17, 20, 11, 17, 13, 20, 18, 20, 17, 14, 18

Να υπολογίσετε το μέσο όρο των βαθμών του μαθητή.

921.

Το βάρος των μαθητών ενός τμήματος σχολείου δίνονται παρακάτω

52, 68, 55, 65, 60, 52, 62, 70, 54, 58, 60, 52,

60, 60, 52, 70, 66, 54, 65, 68



922.

Στον παρακάτω πίνακα εμφανίζονται τα χρήματα που χαλάνε οι μαθητές της Β' Λυκείου ενός σχολείου στο κυλικείο κατά τη διάρκεια μιας εβδομάδας.

x_i	v_i	N_i	$f_i\%$	$F_i\%$	$x_i \cdot v_i$
10	12				
12				50	
14					98
16	5		12,5		
18				95	
20					
Σύνολο:					

- Να συμπληρωθεί ο παραπάνω πίνακας
- Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των χρημάτων που ξοδεύουν οι μαθητές κατά τη διάρκεια μιας εβδομάδας.
- Να υπολογίσετε τον αριθμό των μαθητών που ξοδεύουν το πολύ 16 €.
- Να υπολογίσετε το ποσοστό των μαθητών που ξοδεύουν τουλάχιστον 12 €.
- Να υπολογίσετε πόσοι μαθητές ξοδεύουν από 12 έως 18€.

A: $v = 40$, B: 13.5, Γ: 32, Δ: 70%, Ε: 20

923.

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι ώρες που παρακολουθούν streaming υπηρεσίες οι μαθητές της Γ' Γυμνασίου ενός σχολείου κατά τη διάρκεια μίας ημέρας.

x_i	v_i	N_i	$f_i\%$	$F_i\%$	$x_i \cdot v_i$
0					
1			30		
2					40
3					54
4	6	80			
Σύνολο					

- Να συμπληρωθεί ο παραπάνω πίνακας
- Να υπολογίσετε το μέσο χρόνο που ξοδεύουν οι μαθητές στις streaming υπηρεσίες.
- Να υπολογίσετε το πλήθος των μαθητών που παρακολουθούν το πολύ 3 ώρες.
- Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που δεν παρακολουθούν καθόλου.



924.

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι ημέρες που απουσίασαν κατά τη διάρκεια ενός μήνα 50 υπάλληλοι μιας εταιρείας

x_i	v_i	N_i	$f_i\%$	$F_i\%$	$x_i \cdot v_i$
0				24	
1			34		
2				76	
3				92	
4					
Σύνολο					

- Να συμπληρωθεί ο παραπάνω πίνακας
- Να υπολογίσετε τη μέση τιμή
- Να υπολογίσετε πόσοι υπάλληλοι δεν έλειψαν καμία ημέρα κατά τη διάρκεια του μήνα.
- Να υπολογίσετε το ποσοστό των μαθητών που έλειψαν τουλάχιστον 3 ημέρες.
- Να υπολογίσετε πόσοι υπάλληλοι έλειψαν το πολύ 2 ημέρες.

A: $v = 50$, B: 1.5, Γ: 12, Δ: 24%, E: 38

925.

Οι χρόνοι (σε λεπτά) που χρειάστηκαν οι μαθητές της Α' Λυκείου για να λύσουν ένα διαγώνισμα φαίνονται στον πίνακα παρακάτω:

Κλάσεις	x_i	v_i	N_i	f_i	F_i	$x_i \cdot v_i$
[30, 40)		4				
[40, 50)		16				
[50, 60)		22				
[60, 70)		6				
[70, 80)		2				
Σύνολο						

- Να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα.
- Να υπολογίσετε το μέσο χρόνο που χρειάστηκαν οι μαθητές για να λύσουν το διαγώνισμα.
- Πόσοι μαθητές χρειάστηκαν τουλάχιστον 45 λεπτά για να λύσουν το διαγώνισμα;

A: $v = 50$, B: 522, Γ: 38



926.

Το ύψος 40 μαθητών της Γ' Λυκείου φαίνονται στον παρακάτω πίνακα

Κλάσεις	x_i	v_i	N_i	f_i	F_i	$x_i v_i$
[150,160)				0,2		
[160,170)			12			
[170,180)		12				
[180,190)					0,7	
[190,200)			30			
[200,210)			40			
Σύνολο						

- α) Να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα.
 β) Να βρείτε το μέσο ύψος των 40 μαθητών.
 γ) Να υπολογίσετε πόσοι μαθητές έχουν ύψος από 180cm και πάνω.
 δ) Να υπολογίσετε το ποσοστό των μαθητών που έχουν ύψος τουλάχιστον 175cm.

A: $\nu = 40$, B: 179,5, Γ: 16, Δ: 55%

927.

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας μιας μεταβλητής X

x_i	f_i
2	0,15
3	0,3
4	0,2
5	0,25
6	0,1
Σύνολο	1

Να υπολογίσετε τη μέση τιμή της μεταβλητής X του παραπάνω πίνακα

1,7



928.

Ένας καθηγητής κατέγραψε το βάρος 30 μαθητών της Α' Λυκείου και έχουμε τα παρακάτω αποτελέσματα

67 73 62 71 74 69 75 70 61 73 79 55 70 77 65
72 60 78 80 71 61 68 83 58 84 66 85 69 65 81

- Να ομαδοποιήσετε τα δεδομένα σε 5 κλάσεις ίσου πλάτους και να κατασκευάσετε πίνακα κατανομής με στήλες n_i, N_i, f_i, F_i ,
- Να υπολογίσετε το μέσο βάρος των 30 μαθητών της Α' Λυκείου
- Να υπολογίσετε το πλήθος των μαθητών που έχουν βάρος τουλάχιστον 73 κιλά.
- Να υπολογίσετε το ποσοστό των μαθητών που έχουν βάρος το πολύ 70 κιλά.

929.

Σε μια ακαδημία μπάσκετ έκαναν προπόνηση οι αθλητές. Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται η ευστοχία των αθλητών από τη γραμμή των ελεύθερων βολών.

Εύστοχες βολές	f, %
[0,4)	12
[4,8)	28
[8,12)	30
[12,16)	23
[16,20)	7
Σύνολο	100

Να υπολογίσετε το μέσο όρο των εύστοχων βολών.

930.

Οι βαθμοί 8 μαθητών της Β' Λυκείου στο διαγώνισμα της Ιστορίας είναι:

18, 11, α , 17, 14, 16, 17, 2α

έχουν μέση τιμή 15. Να υπολογίσετε την τιμή της παραμέτρου α .



931.

Ο χρόνος αναμονής κάποιων πολιτών που πραγματοποίησαν εξετάσεις σε ένα διαγνωστικό κέντρο, δίνεται στον παρακάτω πίνακα

Χρόνος αναμονής	$f_i\%$
[1,3)	11
[3,5)	35
[5,7)	25
[7,9)	15
[9,11)	8
Σύνολο	100

Να υπολογίσετε το μέσο χρόνο αναμονής των πολιτών.

932.

Η μέση τιμή των παρακάτω παρατηρήσεων:

$$-1, 0, \alpha, -2\alpha, 5, 6$$

είναι 3. Να υπολογίσετε την τιμή της παραμέτρου α .

933.

Η μέση τιμή των παρακάτω παρατηρήσεων:

$$2\alpha + 4, 13, 6, 15, 11, 3\alpha - 1, 9, 14, 2, 7$$

είναι 12. Να υπολογίσετε την τιμή της παραμέτρου α .

934.

Να βρείτε την τιμή του κ στον παρακάτω πίνακα, αν γνωρίζουμε ότι η μέση τιμή είναι $\bar{x} = 2$.

x_i	v_i
1	2κ
3	4
5	1
7	3

935.

Να βρείτε την τιμή μ του παρακάτω πίνακα, αν γνωρίζουμε ότι η μέση τιμή είναι $\bar{x} = 5$.

x_i	v_i
3	2
4	μ
5	6
6	4

$$\mu=0$$



936.

Αν η βαθμολογία ενός μαθητή σε 4 από τα 5 μαθήματα είναι

12, 10, 15, 12

Να βρεθεί ο 5^{ος} βαθμός αν γνωρίζουμε ότι η μέση τιμή είναι $\bar{x} = 12$.

11

937.

Στο παρακάτω πίνακα δίνονται οι παρατηρήσεις ενός δείγματος μεγέθους $n = 20$, οι οποίες έχουν μέση τιμή $\bar{x} = 2$. Να βρείτε τα κ και λ

κλάσεις	n_i
$[-2, 0)$	2κ
$[0, 2)$	12
$[2, 4)$	$\mu - 2$
$[4, 6)$	4

938.

Στο παρακάτω πίνακα δίνονται οι παρατηρήσεις ενός δείγματος μεγέθους $n = 15$, οι οποίες έχουν μέση τιμή $\bar{x} = 4$. Να βρείτε τα α και β

κλάσεις	n_i
$[-2, 2)$	α
$[2, 6)$	3
$[6, 10)$	$\beta + 1$
$[10, 14)$	2



939.

Ο επόμενος πίνακας παρουσιάζει τα χρόνια κυκλοφορίας 40 οχημάτων μιας εταιρείας ενοικίασης.

κλάσεις	n_i
$[0, 2)$	α
$[2, 4)$	8
$[4, 6)$	6
$[6, 8)$	$2\alpha - 1$
$[8, 10)$	6
$[10, 12)$	9

- α) Αν ο μέσος χρόνος κυκλοφορίας των οχημάτων είναι τα 6,5 έτη, να αποδείξετε ότι $\alpha = 4$
- β) Για $\alpha = 4$, να υπολογίσετε πόσο οχήματα έχουν το πολύ 5 έτη που κυκλοφορούν.
- γ) Αν για κάθε νέο όχημα, μετά τη συμπλήρωση του 3^{ου} έτους κυκλοφορίας του είναι υποχρεωμένο να περάσει ΚΤΕΟ, να υπολογίσετε πόσα οχήματα έχουν ελεγχθεί.

940.

Στον παρακάτω ελλιπή πίνακα παρουσιάζονται οι σχετικές συχνότητες από τους μισθούς των υπαλλήλων μιας εταιρείας

κλάσεις	f_i
$[750, 1250)$	0,15
$[1250, 1750)$	f_2
$[1750, 2250)$	0,35
$[2250, 2750)$	f_4

- α) Αν η μέση τιμή των μισθών των υπαλλήλων είναι 1.800€, να υπολογίσετε τις σχετικές συχνότητες f_2 και f_4 .
- β) Για $f_2 = 0,3$ και $f_4 = 0,2$ να υπολογίσετε το ποσοστό των υπαλλήλων που έχουν μισθό τουλάχιστον 1.950€

941.

Οι βαθμοί ενός μαθητή στο 1^ο τετράμηνο ήταν 14, 15, 16, 18, 19. Αν στο 2^ο τετράμηνο στα 2 μαθήματα αύξησε το βαθμό κατά 3 μονάδα και σε ένα μάθημα πήρε 3 μονάδες λιγότερες, να βρείτε το μέσο όρο σε καθένα από τα 2 τετράμηνα.



942.

Οι βαθμοί ενός μαθητή στο 1^ο τετράμηνο ήταν 12, 16, 17, 18, 19, 20, 15, 18, 16, 18. Αν στο 2^ο τετράμηνο στα 4 μαθήματα αύξησε το βαθμό κατά 2 μονάδα και σε 2 μάθημα πήρε 2 μονάδες λιγότερες, να βρείτε το μέσο όρο σε καθένα από τα 2 τετράμηνα.

943.

Σε μια ομάδα μπάσκετ ο μέσος όρος ηλικίας (σε έτη) των 20 αθλητών είναι 23,5 έτη. Στην ομάδα ήρθαν 4 ακόμα παίκτες με ηλικίες: 18, 17, 24, 23. Να βρείτε τη νέα μέση τιμή της ομάδας.

23

944.

Ο μέσος όρος ηλικίας μιας ομάδας ποδοσφαίρου είναι 25 έτη. Στην ομάδα αυτή με τις μεταγραφές Ιανουαρίου έρχονται 3 νέοι παίκτες οι οποίοι έχουν ηλικία 28, 30, 25 και η νέα μέση ηλικία της ομάδας έγινε 26 έτη. Να βρείτε πόσοι παίκτες ήταν στην ομάδα πριν τις μεταγραφές.

5

945.

Σε ένα χωριό υπάρχουν 40 παιδιά, το μέσο βάρος των 15 κοριτσιών είναι 50 kg, ενώ το μέσο βάρος των 25 αγοριών είναι 65kg. Να βρείτε το μέσο βάρος των παιδιών.

59.3

946.

Ένας μαθητής σε 5 διαγωνίσματα έγραψε 17, 18, 19, 16, 15

- α) Να βρείτε το μέσο όρο των βαθμών των διαγωνισμάτων
- β) Αν ο μαθητής γράψει και ένα 6^ο διαγώνισμα με βαθμό 14, να βρείτε το μέσο όρο των βαθμών του στα διαγωνίσματα
- γ) Να βρείτε τι βαθμό πρέπει να γράψει στο 6^ο διαγώνισμα έτσι ώστε ο μέσος όρος να είναι 17

A:17,B:16,5,Γ:17



947.

Σε μια εταιρεία εργάζονται 5 υπάλληλοι που έχουν μέσο μισθό 600 ευρώ.

- Να βρείτε το κόστος μισθοδοσίας της εταιρείας
- Αν η εταιρεία προσλάβει 3 υπαλλήλους με μισθούς 550 ευρώ 650 ευρώ και 760 ευρώ αντίστοιχα να βρείτε το κόστος μισθοδοσίας και το μέσο μισθό που διαμορφώνεται στο εξής
- Αν η εταιρεία εξαγοραστεί από κάποια άλλη που απασχολεί 40 υπαλλήλους με μέσο μισθό 800 ευρώ να βρείτε το συνολικό κόστος μισθοδοσίας καθώς και το μέσο μισθό των υπαλλήλων

A: 3000, B: 620, Γ: 777.77

948.

Ένας μαθητής έγραψε διαγώνισμα σε 4 μαθήματα, τα οποία το καθένα έχει διαφορετικό συντελεστή στάθμισης οι βαθμοί του είναι:

90, 70, 85, 75 (σε εκατοντάβαθμα κλίμακα) με συντελεστή το καθένα 0,3, 0,1, 0,4, 0,2.

949.

Να βρείτε την μέση επίδοση του μαθητή στα διαγωνίσματα.

Η βαθμολογία ενός μαθητή σε 5 μαθήματα είναι: 15, 17, 18, 16, 18

- Να βρείτε τη μέση βαθμολογία του μαθητή
- Αν το κάθε μάθημα έχει συντελεστή βαρύτητας 2, 1, 2, 3, 2 αντίστοιχα, τότε να βρείτε την νέα μέση βαθμολογία.

A: 16.8, B: 16.7

950. Ομοίως

Βαθμολογία	Φοιτητές %
4	10
5	30
6	40
7	10
8	10



951. Ομοίως

Θερμοκρασία	Ημέρες
1-11	4
11-21	5
21-31	3
31-41	12
41-51	6

952. Ο χρόνος που κάνουν οι μαθητές σχολείου για να φτάσουν από το σπίτι τους στο σχολείο είναι από 4 έως 20 λεπτά . Το 20% κάνει κάτω από 8 λεπτά , το 50% κάτω από 12 λεπτά , 15% τουλάχιστον 16 . Να βρει στο μέσο όρο

953. 20 φοιτητές έχουν μέσο όρο 5,9 , να συμπληρώσει πίνακα

Βαθμός	Φοιτητές
4	2
5	A
6	8
8	B

954. Να συμπληρώσεις πίνακα με μέση τιμή 0,8

x_i	$f_i\%$
0	10
-2	A
3	40
1	B

955. Δίνεται πίνακας με τη διάρκεια ζωής 400 εργαλείων . Να τον συμπληρώσεις και να κάνεις ιστόγραμμα συχνοτήτων , πολύγωνο σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων και να βρεις μέτρα θέσεως :

Διάρκεια ζωής	n_i	$f_i\%$	N_i	$F_i\%$
400-500	15			
500-600	45			



600-700	60			
700-800	75			
800-900	70			
900-1000	60			
1000-1100	50			
1100-1200	25			
σύνολο	400			

956. Ο αριθμός μαθητών σε 16 τμήματα είναι : 31 27 28 30 29 31 21 27 29
29 28 28 30 29 27 29 , να βρεις μέτρα θέσεως

957. Να υπολογίσεις μέτρα θέσεως και πίνακα κατανομών :

Ηλικία σε χρόνια	ν _i
0-4	3
4-8	5
8-12	6
12-16	6
16-20	2
Σύνολο	22

958. Η μέση τιμή επτά αριθμών είναι 5 . Οι πέντε απ αυτούς τους αριθμούς είναι 3,4,5,6,11 . Να βρεις τους άλλους δύο αν ο ένας είναι διπλάσιος του άλλου

959. Τα ύψη 8 αθλητών είναι : 172 175 183 177 190 193 189 195 . Να βρεις μέτρα θέσεως και μέτρα διασποράς . Ποια θα είναι τα νέα στοιχεία αν * φύγει αυτός με 172 *έρθει ένας με 197 * φύγει ένας με 195 και έρθει ένας με 203

960. Η βαθμολογία ενός μαθητή είναι : 38,67,43,72 με βαρύτητα 1,2,2,3 . Να βρεις αριθμητικό και σταθμικό μέσο

961. Να βρεις μέτρα θέσεως και διασποράς στον παρακάτω πίνακα

Βαθμοί	Συχνότητα
60-80	5
80-100	20



100-120	26
120-140	30
140-160	15
160-180	4
Σύνολο	100

962. Δίνεται η βαθμολογία ενός μαθητή 13 9 6 10 15 12 11 0 20 14 .

Να βρεις μέτρα θέσεως και διασποράς . Να κάνεις πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων και διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων

963. Ομοίως για τον πίνακα

Κλάσεις	Συχνότητα
4-6	7
6-8	13
8-10	17
10-12	18
12-14	29
14-16	11
16-18	5

964. Ομοίως για τον πίνακα

Αποδοχές ανά ώρα	Πλήθος ατόμων
30-35	8
35-40	10
40-45	16
45-50	15
50-55	10
55-60	8
60-65	3

965. Ομοίως για τον πίνακα



10-12	8
12-14	16
14-16	28
16-18	32
18-20	12
20-22	4
22-24	0
Χρόνος αντοχής	Αριθμός συσκευών

966. Να συμπληρώσεις τον παρακάτω πίνακα γνωρίζοντας ότι σε 75 μαθητές ο μέσος όρος μαθητών ήταν 12

Απουσίες	Μαθητές
10	A
20	B
30	5
Σύνολο	

967. Η τυπική απόκλιση 10 τιμών είναι μηδέν. Ποιο το συμπέρασμα ;

968. Αν για 5 τιμές : $\sum x_i = 3, \sum x_i^2 = 23 \Rightarrow \sum x_i + 10 = ; , \sum (2x_i - 3)^2 = ;$

969. Η μέση τιμή των $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ είναι 10 και τυπική απόκλιση 2, να βρεις τα αντίστοιχα για τους

$$x_1 + 3, x_2 + 3, \dots, x_{10} + 3 \quad x_1 - 3, x_2 - 3, \dots, x_{10} - 3 \quad 2x_1, 2x_2, \dots, 2x_{10} \quad ,$$

$$\frac{x_1}{5}, \frac{x_2}{5}, \dots, \frac{x_{10}}{5} \quad 3x_1 - 2, 3x_2 - 2, \dots, 3x_{10} - 2$$

970. Η μέση τιμή 5 αριθμών είναι 5. 3 απ αυτούς είναι 0 3 4, να βρεις τους άλλους 2 αν ο ένας είναι 3πλάσιος του άλλου

971. Σε ένα δείγμα 5 παρατηρήσεων η σχετική συχνότητα δίνεται από τον τύπο : $f_i = \frac{i}{3k}, i = 1, 2, \dots, 5$, να βρεις

το k

$$k=5$$

972. Για τις παρατηρήσεις x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 , σε ένα δείγμα 40 ατόμων, η συχνότητά εμφάνισης των

παρατηρήσεων ακολουθεί τον τύπο $v_i = \frac{12}{i-1}, i = 2, \dots, 5$, να συμπληρώσεις τον πίνακα κατανομών



$$v_i : 15, 12, 6, 4, 3$$

973. Για τις παρατηρήσεις x_1, x_2, x_3, x_4 , ισχύει: $f_1 = \frac{f_2}{3} = \frac{f_3}{4} = \frac{f_4}{2}$, να συμπληρώσεις τον πίνακα σχετικών συχνοτήτων

$$f_i : \frac{1}{10}, \frac{3}{10}, \frac{4}{10}, \frac{2}{10}$$

974. Για τις παρατηρήσεις x_1, x_2, x_3, x_4 , ισχύει: $N_i = 2i^2 + 3, i = 1, 2, 3, 4$, να συμπληρώσεις τον πίνακα συχνοτήτων

$$v = 35$$

975. Να συμπληρώσεις τον πίνακα

x_i	Κέντρο
$x, x+c$	22
$x+c, x+2c$	26
$x+2c, x+3c$	
$x+3c, x+4c$	

$$c = 4$$

976. Να συμπληρώσεις τον πίνακα

Αποδοχές ανά ώρα	Κέντρο
$x, x+c$	
$8, x+2c$	
$x+2c, x+3c$	14
$x+3c, x+4c$	

$$x = 4, c = 4$$

977. Βιοτεχνία 10 εργαζομένων έχει μέσο μισθό 1200 ευρώ, να βρεις το νέο μέσο μισθό όταν

- ένας εργαζόμενος με μισθό 1200 πάρει σύνταξη
- προσληφθούν 2 με μισθό 850 έκαστος
- πάρει σύνταξη ένας με μισθό 1190 και προσληφθούν 3 με μισθό 850

$$A:1200, B:1141.6, \Gamma:1360$$

978. Σε 20 παρατηρήσεις μίας μεταβλητής με μέση τιμή 60 διαπιστώθηκε ότι 10 παρατηρήσεις υπερεκτιμήθηκαν κατά 5, 9 υποεκτιμήθηκαν κατά 10. Να βρεις τη σωστή μέση τιμή



979. Έστω οι αριθμοί με μέση τιμή 1, να βρεις το a αν οι αριθμοί είναι: $0, -3x+2a, 2x+a, a, x+a$

980. Οι τιμές 2 5 6 έχουν συντελεστές στάθμισης 1 2 3 τότε $\bar{x} =$;

5

981. Η επίδοση ενός μαθητή σε δύο από τα 3 μαθήματα είναι 18 και 16 με αντίστοιχους συντελεστές 1 και 1,3. Ποια η επίδοση σε τρίτο μάθημα με συντελεστή 0,7 ώστε ο σταθμικός μέσος να είναι 16,2

982. Σε σχολείο της Κύμης η Α' τάξη με 36 μαθητές έχει μέσο όρο βαθμολογίας 14,5, η Β' τάξη με 32 μαθητές έχει μέσο όρο 15 και η Γ' τάξη με 30 μαθητές έχει μέσο όρο 15,5. Να βρεις τη μέση βαθμολογία του σχολείου

14.9

983. Το μέσο ημερομίσθιο 50 εργατών είναι 31 ευρώ. Από αυτούς οι 10 έχουν μέσο ημερομίσθιο 35 ευρώ, να βρεις το μέσο ημερομίσθιο των υπολοίπων

984. Η μέσο βάρος 150 φοιτητών είναι 60 κιλά όπου μέσο βάρος αγοριών είναι 70 και μέσο βάρος κοριτσιών είναι 55. Να βρεις το πλήθος αγοριών και κοριτσιών

A=50, k=100

985. Σε επιχείρηση με 50 εργαζομένους, στο τμήμα Α δόθηκε αύξηση στο μηνιαίο μισθό 100 ευρώ ενώ στο τμήμα Β 50 ευρώ. Αν η μέση τιμή όλων αυξήθηκε κατά 70 ευρώ, να βρεις πόσοι οι εργαζόμενοι σε κάθε τμήμα

986. Αν οι αριθμοί $a-1, a^2-5, 3a+2, -4a-3, -a$ έχουν μέση τιμή -1, να βρεις το a

a = 2, -1

987. Αν οι αριθμοί $0, -3x+2k, 2x+k, k, x+k$ έχουν μέση τιμή 1, να βρεις το k

k = 1

988. Αν οι αριθμοί 1, 4, 7, 12, $a, 2a, a-2$ έχουν μέση τιμή 6 να βρεις το a και το μεσαίο αριθμό τους

a = 5, δ = 5



Διάμεσος

δ : η μεσαία παρατήρηση

Σε άρτιο πλήθος n είναι το ημιάθροισμα δύο όρων x_i . Σε περιττό πλήθος είναι ένα x_i .

Το νου σου : δ ο αριθμός που αφήνει το 50% των παρατηρήσεων αριστερά και το άλλο 50% δεξιά

ΠΡΟΣΟΧΗ : σε κλάσεις το δ είναι ο αριθμός που αντιστοιχεί στο 50% στο πολύγωνο $Fi\%$

989. Ποια η διάμεσος των αριθμών
- | | | | | | | | | |
|----|----|---|---|---|----|----|----|----|
| A: | -2 | 0 | 2 | 4 | 3 | 10 | 12 | |
| B: | 3 | 5 | 8 | 9 | 12 | 11 | 18 | 14 |

990. Ποια η διάμεσος στον πίνακα :

Χρόνος	Μαθητές
10	5
12	7
14	8
16	7

$\delta=14$

991. Ομοίως

χρόνος	Μαθητές
10	7
12	6
14	10
16	3

$\delta=13$

- 992.

Να βρείτε τη διάμεσο από τα δυο παρακάτω δείγματα

Δείγμα 1^ο: 12, 19, 7, 21, 15, 3, 6, 29, 9

Δείγμα 2^ο: -4, 0, 2, -3, 5, 11, 17, 7, -8, 2

- 993.

Η θερμοκρασίες στην πόλη της Πρέβεζας 10 μέρες τον μήνα Δεκέμβριο δίνονται παρακάτω

5, 0, 11, 3, 4, 7, 5, 6, 7, 2

Να υπολογίσετε τη διάμεσο.



994.

Να βρείτε τη διάμεσο από τα δυο παρακάτω δείγματα

Δείγμα 1^ο: $-5, 1, 14, 11, 7, 5, 0, 12, 6$

Δείγμα 2^ο: $12, 3, 8, 1, 9, 3, 5, 0, 7, 1$

995.

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο:

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x + 6$$

Έστω ότι:

$$f'(1), 5, 7, 9, f(2), 10, f'(0) + 6,$$

είναι οι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής X , να υπολογίσετε τη διάμεσο των παρατηρήσεων.

996.

Στον παρακάτω πίνακα εμφανίζεται ο αριθμός των απουσιών που έκαναν της πρώτες 10 ημέρες του Οκτωβρίου 23 μαθητές ενός τμήματος της Α' Γυμνασίου

x_i	v_i
0	7
1	5
2	6
3	2
4	3

Να υπολογίσετε τη διάμεσο.

$\delta=1$

997.

Στον παρακάτω πίνακα εμφανίζεται ο αριθμός των βιβλίων που διάβασαν 30 μαθητές κατά τις καλοκαιρινές διακοπές τους

x_i	v_i
0	$\alpha^2 - 4$
1	5
2	$-3\alpha + 18$
3	4
4	3

α) Να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού α .

β) Για $\alpha = 4$, να υπολογίσετε τη διάμεσο του αριθμού των βιβλίων που διάβασαν οι μαθητές.



998.

Στον παρακάτω πίνακα εμφανίζεται ο αριθμός των βλαβών που εμφανίζουν ηλεκτρικά πατίνια που νοικιάζει μια εταιρεία κατά τον μήνα Ιούλιο στην Σαντορίνη.

x_i	v_i
1	$\alpha + 7$
2	9
3	7
4	6
5	2

α) Να υπολογίσετε την τιμή του α , με $\alpha = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 6x - 7}{x^2 - 1}$.

β) Για $\alpha = 4$, να υπολογίσετε τη διάμεσο.

$\delta=2$

999.

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι μισθοί που παίρνουν οι εργαζόμενοι μιας εταιρείας σε δεκάδες €

Μισθός	Συχνότητα v_i
[70,75)	17
[75,80)	13
[80,85)	11
[85,90)	9
Σύνολο	50

α) Να κατασκευάσετε πίνακα κατανομής συχνοτήτων με στήλες

$N_i, f_i\%, F_i\%$

β) Να σχεδιάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο των σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων.

γ) Να βρείτε τη διάμεσο του δείγματος.

δ) Να υπολογίσετε το πλήθος των εργαζόμενων που αμείβονται με τουλάχιστον 750€.

ε) Να υπολογίσετε το ποσοστό των εργαζόμενων που αμείβονται με το πολύ 850€.



1000.

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι βαθμολογίες των μαθητών της Γ' Λυκείου ενός ΕΠΑ.Λ σε ένα διαγώνισμα μαθηματικών

Βαθμοί	Συχνότητα v_i
[10,12)	$\alpha + 5$
[12,14)	14
[14,16)	10
[16,18)	12
[18,20)	6

α) Να υπολογίσετε την τιμή του α , με $\alpha = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$

β) Για $\alpha = 3$, να κατασκευάσετε πίνακα κατανομής συχνοτήτων με στηλες $N_i, v_i, f_i\%, F_i\%$.

γ) Να σχεδιάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο των σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων.

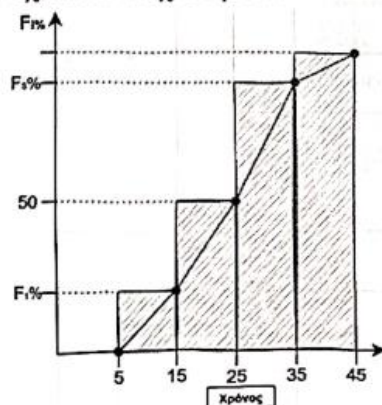
δ) Να βρείτε τη διάμεσο του δείγματος.

ε) Αν το 24% των μαθητών με τον μεγαλύτερο βαθμό δεν ξαναγράψει διαγώνισμα, να βρείτε το βαθμό που πρέπει να έχει γράψει κάποιος μαθητής, ώστε να μην ξαναγράψει.

στ) Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που έγραψαν το πολύ 15.

1001.

Οι χρόνοι που χρειάστηκαν οι μαθητές μιας τάξης ενός ΕΠΑ.Λ για να λύσουν έναν μαθηματικό γρίφο ανήκουν στο διάστημα $[5, 45)$ και έχουν ομαδοποιηθεί σε 4 κλάσεις ίσου πλάτους, όπως φαίνεται στο παρακάτω ιστόγραμμα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.





- α) Με βάση το παραπάνω ιστόγραμμα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό, να υπολογίσετε τη διάμεσο των χρόνων που χρειάστηκαν οι μαθητές για να λύσουν το γρίφο.
- β) Στον επόμενο πίνακα κατανομής, να αποδείξετε ότι $\alpha = 5$ και να τον συμπληρώσετε

Κλάσεις	Κεντρική τιμή X_i	n_i	N_i	$f_i\%$	$F_i\%$
$[5, \dots)$		$2\alpha + 4$			
$[\dots, \dots)$		$6\alpha - 9$			
$[\dots, \dots)$		$4\alpha + 8$			
$[\dots, 45)$		$\alpha + 2$			
Σύνολο					

- γ) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή $\bar{x}$.
- δ) Να βρείτε το πλήθος των μαθητών που έλυσαν τον γρίφο σε τουλάχιστον 27,5 λεπτά.
- ε) Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που έλυσαν το γρίφο το πολύ σε 35 λεπτά.

1002.

5 διαδοχικοί περιττοί αριθμοί έχουν διάμεσο 21

- α) Να δείξετε ότι είναι

17, 19, 21, 23, 25

- β) Να βρείτε τη μέση τιμή $\bar{x}$ των παραπάνω τιμών.

1003.

10 διαδοχικοί άρτιοι αριθμοί έχουν διάμεσο 11

- α) Να δείξετε ότι είναι

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20

- β) Να βρείτε τη μέση τιμή $\bar{x}$ των παραπάνω τιμών.

1004.

Οι θερμοκρασίες στην Πρέβεζα σε μια ανοιξιιάτικη εβδομάδα είναι οι εξής:

12, 11, 12, 15, 19, 18, $2\alpha + 2$

- α) Αν η διάμεσος των παραπάνω τιμών είναι ίση με 14, να υπολογίσετε την τιμή του α .
- β) Για $\alpha = 6$, να υπολογίσετε τη μέση τιμή των θερμοκρασιών την συγκεκριμένη εβδομάδα.



1005.

Το ύψος μιας ομάδας 9 μαθητών είναι:

174, 169, 185, 183, 172, $10\alpha + 2$, 177, 186, 183

- α) Αν η διάμεσος του ύψους των μαθητών είναι ίση με 182 cm, να υπολογίσετε την τιμή της παραμέτρου α .
- β) Για $\alpha = 18$, να υπολογίσετε το μέσο ύψος των 9 μαθητών.
- γ) Για $\alpha = 18$, αν προστεθεί ένας δέκατος μαθητής και το μέσο ύψος των δέκα μαθητών γίνει 180 cm, να υπολογίσετε το ύψος του δέκατου μαθητή που προστέθηκε στην ομάδα.

1006.

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι μέσες θερμοκρασίες σε μια πόλη με τις αντίστοιχες συχνότητες. Να βρείτε το κ , αν η διάμεσος είναι 2,5

x_i	v_i
0	5
1	3
2	κ
3	7
4	6

1007.

Στον παραπάνω πίνακα δίνονται οι τιμές μιας μεταβλητής X με τις αντίστοιχες συχνότητες τους. Να βρείτε το α , αν η διάμεσος είναι 5

x_i	v_i
1	α
3	12
6	$2\alpha + 3$
7	5

1008.

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι τιμές μιας μεταβλητής X με τις αντίστοιχες συχνότητες τους. Να βρείτε το λ , αν η διάμεσος είναι 3

x_i	v_i
0	8
1	2
2	5
4	λ
5	7



1009.

Στο διπλανό πίνακα δίνονται οι τιμές μιας μεταβλητής X με τις αντίστοιχες συχνότητες τους. Να βρείτε το α , αν η διάμεσος είναι 2,5

x_i	v_i
1	$\alpha - 1$
2	2α
3	$\alpha + 3$
4	α

1010.

Ομοίως

Χρόνος	Ποσοστό
10	30
12	25
14	35
16	10

1011.

Ομοίως

Χρόνος	Ποσοστό
10	30
12	20
14	40
16	10

1012.

Ομοίως

Κλάσεις	$fi\%$
3-8	18
8-13	32
13-18	40
18-23	10



1013. Σε δείγμα 30 μαθητών είχαμε :
- | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 5 | 3 | 2 | 1 | 0 | 2 | 4 | 5 |
| 4 | 5 | 4 | 4 | 3 | 1 | 2 | 4 | 0 |
| 3 | 4 | 3 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 |

3 να βρεις μέτρα θέσεως και διασποράς ως προς τις ώρες παρακολούθησης τηλεόρασης

1014. Ομοίως για τον πίνακα

Βενζίνη σε λίτρα	Αριθμός αυτοκινήτων
20-30	2
30-40	8
40-50	5
50-60	5
60-70	10
70-80	9

1015. Δύο ποδοσφαιριστές Α και Β σημείωσαν τα παρακάτω τέρματα :

A : 2 0 3 1 1 2 2 3 4
B: 1 4 2 2 2 0 2 3 1 4 , ποιος ο καλύτερος;

1016. Δύο μπαταρίες Α και Β με κόστος 210 ευρώ και 220 αντίστοιχα έχουν μέση διάρκεια ζωής :

A: 16 20 21 15 28 B: 19 22 24 17 20 ποια θα αγοράζεις;

1017. Δείγμα 10 μαθητών : 13 17 15 18 16 15 12 15 17 15 ,
να βρεις μέση βαθμολογία . Ποια θα ήταν η μέση τιμή αν έφευγαν αυτοί με βαθμό 13 & 18 . Αν στο αρχικό δείγμα αντικαταστήσεις τους 13 και 18 με 15 και 19 , ποιος ο νέος μέσος όρος ; Αν βγάλεις από αρχικό δείγμα αυτών με βαθμό 13 τι βαθμό θα πρέπει να έχει ο αντικαταστάτης ώστε να έχεις μέσο όρο 0,5 μονάδα παραπάνω ;

1018. Η 1^η ομάδα μαθητών έχει 5 μαθητές με μέσο ύψος 168 , η 2^η ομάδα έχει 8 μαθητές με μέσο ύψος 170 και η 3^η ομάδα έχει 10 μαθητές με 173 . Ποιος ο μέσος όρος όλων;

1019. Η μέση τιμή ημερομισθίου 20 εργατών είναι 1000 ευρώ . Αν απ αυτούς 5 έχουν μέσο μισθό 1200 , ποιος ο μέσος των υπολοίπων;

1020. Μέση τιμή 8 αριθμών είναι 5 . Οι 6 απ αυτούς είναι 4 4 5 5 6 7 . Να βρεις τους άλλους δύο αν ο ένας είναι διπλάσιος του άλλου

1021. Να βρεις την τιμή που λείπει στην περίπτωση που έχεις μέση τιμή 4,5
Και στην περίπτωση που έχεις διάμεσο 4,5



X_i	V_i
2	4
3	
4	5
5	7
6	8
7	6

1022. Σε 30 μαθητές ως προς αριθμό δωματίων στο σπίτι τους έχουμε :

4 3 5 3 4 3 2 3 2 3 3 4
 3 4 3 3 2 3 4 5 3 4 5 3 4
 3 2 3 5 2 , να βρεις μέτρα θέσεως , να γίνει διάγραμμα αθροιστικών

συχνοτήτων και πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων

1023. Να βρεις το συντελεστή μεταβολής στις θερμοκρασίες :

12 14 16 15 18 18 19 19 20 20
 18 18 17 17 18 16 12 12 12 13
 17 16 16 14 15 13 15 15 17 15

1024. Να βρεις πλήθος και ποσοστό ενδείξεων *μικρότερες του 4 *μεγαλύτερες ή ίσες 5
 *από 3 έως 5 στον πίνακα

Ένδειξη ζαριού	Αριθμός εμφανίσεων
1	8
2	4
3	7
4	5
5	3
6	3

1025.

Κλάσεις	$fi\%$
5-9	15
9-13	25
13-17	40



17-21

20

1026. Στη διάρκεια του μαθήματος να δούμε ασκήσεις από αρχείο μου με γραφικές παραστάσεις
1027. Να βρεις την τιμή του $a \in \{0,1,2\}$ ώστε οι αριθμοί $a-2, a+1, a^2-1, a^3+1 \Rightarrow \delta > 1$
1028. Να βρεις το $k \in \{0,1,2\}$ ώστε οι αριθμοί $k, 2k-1, k^2-1, 3k \Rightarrow \delta < \bar{x}$
1029. Η μέση τιμή και η διάμεσος 5 αριθμών είναι 5 . 3 από αυτούς είναι 1 6 10 . Να βρεις τους άλλους δύο
1030. Αν η μέση τιμή 5 αριθμών είναι διπλάσια της διαμέσου δ και οι τέσσερις από αυτούς είναι 0 5 1 21 , να βρεις τον άλλο αριθμό
1031. Να βρεις το a ώστε να έχεις διάμεσο 5 όταν

x_i	V_i
2	7
3	8
4	9
6	A
9	8

1032. Να βρεις τα α, β όταν η διάμεσος είναι 6,5

x_i	$f_i\%$
2	10
3	A
6	25
7	30
10	β

1033. Να βρεις τα α, β, γ ώστε η διάμεσος να είναι 6 και η μέση τιμή 5,5



x_i	$F_i\%$
2	10
3	30
5	A
7	B
9	Γ

1034. Η μέση τιμή 6 αριθμών είναι 7 και τέσσερις απ' αυτούς είναι 7, 3, 10, 12 και οι άλλοι δύο είναι ο ένας τετραπλάσιος του άλλου. Να βρεις τους αριθμούς που λείπουν και τη διάμεσό τους

2, 8, $\delta = 7,5$

1035.

ΘΕΜΑ 2ο

Για τη μελέτη του αριθμού των τροχαίων ατυχημάτων, που γίνονται σε μια κεντρική διασταύρωση κάποιας επαρχιακής πόλης, πήραμε δείγμα πέντε παρατηρήσεων που αφορούν στον αριθμό των ατυχημάτων σε κάθε έναν από τους πέντε τελευταίους μήνες. Οι παρατηρήσεις είναι αντίστοιχα:

1, 2, 3, 3, 1.

- α) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και τη διασπορά του δείγματος.

Μονάδες 10

- β) Να βρείτε τη διάμεσο του δείγματος.

Μονάδες 5

- γ) Ποια είναι η (απόλυτη) συχνότητα και ποια η σχετική συχνότητα της τιμής 3;

Μονάδες 5

- δ) Ποιο είναι το εύρος του δείγματος;

Μονάδες 5

1036. Επτά αριθμοί έχουν μέση τιμή και διάμεσο 8. Πέντε απ' αυτούς είναι : 3, 5, 6, 11, 13, να βρεις τους άλλους δύο.

0, 8

1037. Η βαθμολογία 50 φοιτητών δίνεται σε πίνακα και γνωρίζεις ότι έχουν μέση τιμή 5,75. Να βρεις τις συχνότητες που λείπουν.



x_i	v_i
4	10
5	30
6	a
8	b

$$a = 6, b = 4$$

1038. Αν στον πίνακα που ακολουθεί, η μέση τιμή είναι : 1,9, να βρεις τα a, b

x_i	$f_i \%$
0	10
1	a
2	40
3	b

$$a = 20, b = 30$$

17. Μέτρα διασποράς : εύρος (R), διασπορά ή διακύμανση (S^2), τυπική απόκλιση (S), συντελεστή μεταβολής (CV) μας δίνουν τη διασπορά των παρατηρήσεων δηλαδή πως εκτείνονται οι τιμές γύρω από το κέντρο .
18. CV : ανεξάρτητος από μονάδες , πάντα θετικός , $CV = \frac{S}{|\bar{x}|}$, εκφράζει ποσοστό .
19. Ομοιογενές το δείγμα που έχει $CV \leq 10\%$
20. Περισσότερο ομοιογενές το δείγμα με το μικρότερο CV



Μέτρα Διασποράς

Εύρος : R

Διασπορά ή Διακύμανση :

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^v (x_i - \bar{x})^2 v_i}{v} = \frac{1}{v} \left\{ \sum_{i=1}^v x_i^2 v_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^v x_i v_i \right)^2}{v} \right\}$$

Τυπική απόκλιση : S

Συντελεστής μεταβολής : $CV = \frac{S}{\bar{x}}$

1039. Να βρεις μέτρα διασποράς : -5 -3 0 -3 1

1040. Να βρεις μέτρα διασποράς

Βαθμολογία	Φοιτητές
5	4
6	5
7	10
8	1

1041. Ομοίως

Χρόνος	Μαθητές
1-3	6
3-5	8
5-7	4
7-9	2

1042. Ομοίως

Κλάσεις	V_i
0-2	1
2-4	5
4-6	4



1043.

Τα ύψη 5 μαθητών είναι τα εξής:

170 , 169 , 184 , 189 , 178

Να υπολογίσετε

- α) Το εύρος
- β) Τη μέση τιμή
- γ) Την τυπική απόκλιση

των ύψους των μαθητών. Δίνεται ότι: $\sqrt{60,4} \approx 7,77$

S=7,77

1044.

Οι βαθμολογίες (με άριστα το 20) έξι εξεταζόμενων σε ένα τεστ δεξιοτήτων κατά τη διαδικασία επιλογής του προσωπικού μιας εταιρείας είναι οι εξής:

18 , 12 , 17 , 14 , 19 , 16

Να υπολογίσετε

- α) Το εύρος
- β) Τη μέση τιμή
- γ) Την διακύμανση
- δ) Την τυπική απόκλιση

των βαθμών. Δίνεται ότι: $\sqrt{5,66} \approx 2,38$

A:7,B:16,Γ:5.66,Δ:2.38

1045.

Η βαθμολογία 10 μαθητών στο μάθημα των μαθηματικών στις πανελλαδικές εξετάσεις ήταν:

70 , 73 , 52 , 57 , 50 , 66 , 61 , 63 , 66 , 72

Να υπολογίσετε

- α) Το εύρος.
- β) Τη διάμεσο.
- γ) Τη μέση τιμή.
- δ) Τη διακύμανση.
- ε) Την τυπική απόκλιση.

των βαθμών. Δίνεται ότι: $\sqrt{57,8} \approx 7,6$

A:23,B:58,Γ:63,Δ:57.8,E:7.6



1046.

Οι θερμοκρασίες σε μια πόλη τις 8 πρώτες ημέρες του Μαρτίου ήταν:

12, 14, 19, 8, 10, 16, 18, 11

Να υπολογίσετε

- Το εύρος.
- Τη μέση τιμή.
- Τη διακύμανση.
- Την τυπική απόκλιση.

1047.

Ρωτήσαμε 8 μαθητές πόσα βιβλία διάβασαν κατά τη διάρκεια των διακοπών τους. Οι απαντήσεις που πήραμε ήταν οι εξής:

0, 2, 1, 0, 3, 2, 1, 3

Να υπολογίσετε

- Το εύρος.
- Τη μέση τιμή.
- Τη διακύμανση.
- Την τυπική απόκλιση.

A: 3, B: 1.5, Γ: 1.25, Δ: $\sqrt{1.25}$

1048.

Δίνεται ο διπλανός πίνακας να υπολογίσετε

- Το εύρος και τη μέση τιμή
- Τη διακύμανση και την τυπική απόκλιση

Δίνεται ότι $\sqrt{2} \approx 1,41$

x_i	v_i
-1	5
0	2
1	4
2	6
3	3

A: 4,1, B: 2,1.41

1049.

Δίνεται ο διπλανός πίνακας να υπολογίσετε

- Το εύρος και τη μέση τιμή
- Τη διακύμανση και την τυπική απόκλιση

Δίνεται ότι

$$s^2 = \frac{1}{v} \left\{ \sum_{i=1}^v x_i^2 \cdot v_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^v x_i \cdot v_i \right)^2}{v} \right\} \text{ και } \sqrt{5,15} \approx 2,27$$

x_i	v_i
2	7
4	5
6	4
8	4



1050.

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα χρόνια υπηρεσίας των υπαλλήλων σε μια εταιρεία. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση.

Δίνεται ότι $\sqrt{5,8} \approx 2,4$

Χρόνια υπηρεσίας	v_i
$[0, 2)$	7
$[2, 4)$	1
$[4, 6)$	7
$[6, 8)$	5

1051.

Σε ένα διαγώνισμα μαθηματικών η βαθμολογία των μαθητών της Γ' λυκείου ενός ΕΠΑ.Λ δίνεται παρακάτω

α) Να βρεθούν οι συχνότητες v_2 και v_5 αν ισχύουν τα ακόλουθα

- Για τη συχνότητα της κλάσης $[4, 8)$ ισχύει:

$$v_2 = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1}$$

- Η συχνότητα της κλάσης $[16, 20]$ ισούται με το τοπικό μέγιστο που εμφανίζει η συνάρτηση $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x - 2$.

β) Να κατασκευαστεί ο πίνακας απόλυτων και σχετικών συχνοτήτων καθώς και απόλυτων και σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων.

γ) Να υπολογιστεί η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση.

Δίνεται ότι $\sqrt{27} \approx 5,19$

A : $v_2 = 4, v_5 = 5, B : v = 20, \Gamma : 11, 5, 19$

Βαθμοί	v_i
$[0, 4)$	2
$[4, 8)$	v_2
$[8, 12)$	6
$[12, 16)$	3
$[16, 20]$	v_5

1052.

Οι παρατηρήσεις ενός δείγματος μιας μεταβλητής X είναι οι εξής:

7, 11, 13, 9, 5

α) Να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβολής του παραπάνω δείγματος.

β) Να εξετάσετε αν το παραπάνω δείγμα είναι ομοιογενές.

Δίνεται $\sqrt{8} \approx 2,82$

A : 2.82, B : όχι

1053.

Οι παρατηρήσεις ενός δείγματος μιας μεταβλητής X είναι οι εξής:

8, 5, 9, 4, 3, 7, 6

α) Να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβολής του παραπάνω δείγματος.

β) Να εξετάσετε αν το παραπάνω δείγμα είναι ομοιογενές.



1054.

Οι παρατηρήσεις ενός δείγματος μιας μεταβλητής X είναι οι εξής:

0, 2, 3, 5, 6, 8

- α) Να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβολής του παραπάνω δείγματος.
β) Να εξετάσετε αν το παραπάνω δείγμα είναι ομοιογενές.

Δίνεται $\sqrt{7} = 2,64$

1055.

Δίνεται ο διπλανός πίνακας κατανομής μιας μεταβλητής X .

- α) Να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβολής του διπλανού πίνακα.
β) Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

x_i	v_i
0	2
2	9
4	6
6	3

Δίνεται $\sqrt{3} = 1,73$

1056.

Δίνεται ο διπλανός πίνακας κατανομής μιας μεταβλητής X .

- α) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή του δείγματος.
β) Να υπολογίσετε τη τυπική απόκλιση του δείγματος.
γ) Να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβολής του διπλανού πίνακα.
δ) Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

x_i	f_i
-1	0,1
0	0,2
1	0,3
2	0,4

1057.

Δίνεται ο διπλανός πίνακας κατανομής μιας μεταβλητής X .

- α) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή του δείγματος.
β) Να υπολογίσετε τη τυπική απόκλιση του δείγματος.
γ) Να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβολής του διπλανού πίνακα.
δ) Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

x_i	v_i
-3	1
3	3
5	4
7	2

Δίνεται $\sqrt{7,4} = 2,72$

A : ν = 40, B : 2,72, Γ : $\frac{2,72}{4}$, Δ : όχι



1058.

Στον διπλανό πίνακα φαίνονται τα χρόνια υπηρεσίας των υπαλλήλων μιας εταιρείας κατασκευής ρούχων.

- α) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή του δείγματος.
 β) Να υπολογίσετε τη τυπική απόκλιση του δείγματος.
 γ) Να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβολής του διπλανού πίνακα.
 δ) Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

Χρόνια	v_i
[0,4)	5
[4,8)	20
[8,12)	15
[12,16)	10

Α: 8,4

1059.

Δίνεται ο διπλανός πίνακας κατανομής μιας μεταβλητής X.

- α) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή του δείγματος.
 β) Να υπολογίσετε τη τυπική απόκλιση του δείγματος.
 γ) Να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβολής του διπλανού πίνακα.
 δ) Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

x_i	v_i
[1,3)	5
[3,5)	6
[5,7)	3
[7,9)	6

Δίνεται $\sqrt{5,4} \approx 2,32$

Α: 5, Β: 2.32, Γ: $\frac{2.32}{5}$, Δ: όχι

1060.

Δίνεται ο διπλανός πίνακας κατανομής μιας μεταβλητής X.

- α) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή του δείγματος.
 β) Να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση του δείγματος.
 γ) Να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβολής του διπλανού πίνακα.
 δ) Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

x_i	v_i
[0,5)	2
[5,10)	6
[10,15)	8
[15,20]	4

Δίνεται $\sqrt{20,25} = 4,5$



1061.

Για τα δείγματα Α, Β και Γ έχουμε τα εξής, το δείγμα Α έχει μέση τιμή $\bar{x}_A = 8$ και διακύμανση $s_A^2 = 4$, το δείγμα Β έχει ίδια μέση τιμή με το δείγμα Α και διακύμανση $s_B^2 = 16$, το δείγμα Γ έχει μέση τιμή $\bar{x}_\Gamma = 10$ και τυπική απόκλιση 1.

- Να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβλητότητας κάθε δείγματος.
- Να εξετάσετε ποιο από τα παραπάνω δείγματα είναι ομοιογενή.
- Να συγκρίνετε τα 3 παραπάνω δείγματα ως προς την ομοιογένεια.

Α: $\frac{1}{4}$, Β: όχι, Γ: $\Gamma < B < A$

1062.

Μια μεταβλητή Χ παρουσίασε σε ένα δείγμα 20 ατόμων μέση τιμή 4 και τυπική απόκλιση 2. Η ίδια μεταβλητή σε ένα δείγμα 30 ατόμων παρουσίασε μέση τιμή ίδια με το προηγούμενο δείγμα και διακύμανση 9

- Να υπολογίσετε ποιο δείγμα παρουσιάζει μεγαλύτερη ομοιογένεια.
- Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και τη διακύμανση του συνόλου των δυο δειγμάτων, θεωρούμενα ως ένα δείγμα.

1063.

Μια συγκεκριμένη ώρα η θερμοκρασία σε βαθμούς Κελσίου στην Πρέβεζα και στην Άρτα το πρώτο δεκαήμερο του Νοεμβρίου ήταν:

Πρέβεζα: 12, 10, 9, 10, 11, 12, 9, 8, 9, 10

Άρτα: 12, 9, 11, 12, 11, 9, 11, 12, 11, 12

- Να υπολογίσετε τη μέση τιμή της θερμοκρασίας των 2 πόλεων.
- Να υπολογίσετε τη διασπορά της θερμοκρασίας των 2 πόλεων.
- Να υπολογίσετε ποια από τις 2 πόλεις έχει μεγαλύτερη ομοιογένεια.
- Το θερμόμετρο που χρησιμοποιήθηκε για τη μέτρηση της θερμοκρασίας στην πόλη της Πρέβεζας ήταν αυξημένο κατά 2 μονάδες λόγω κατασκευαστικού λάθους, να υπολογίσετε τη νέα μέση τιμή, τη νέα διασπορά και αν είναι ομοιογενές το νέο δείγμα. (Δίνεται $\sqrt{1,6} \approx 1,26$)

1064.

Ο συντελεστής μεταβολής ενός δείγματος είναι 10% και η διακύμανση είναι 16. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή του δείγματος.

40



1065.

Ο συντελεστής μεταβολής ενός δείγματος είναι 40% και η μέση τιμή είναι -10. Να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση του δείγματος.

$$S=4$$

1066.

Ο μέσος όρος 10 παρατηρήσεων μιας μεταβλητής X είναι 6 και η διακύμανση 9

- α) Να υπολογίσετε το νέο μέσο όρο και τη νέα τυπική απόκλιση, αν αυξηθούν όλες οι παρατηρήσεις κατά 5 μονάδες.
- β) Να υπολογίσετε το νέο μέσο όρο και τη νέα τυπική απόκλιση, αν τριπλασιαστούν όλες οι παρατηρήσεις.
- γ) Να υπολογίσετε το νέο μέσο όρο και τη νέα τυπική απόκλιση, αν κάθε μία παρατήρηση διπλασιαστεί και μετά αφαιρέσουμε 3 μονάδες από καθεμία.

$$A:11,3, B:18,9, \Gamma:9,6$$

1067.

Σε 2 τμήματα ενός σχολείου T_1 και T_2 η γραπτή μέση βαθμολογία στο διαγώνισμα του 1^{ου} τετραμήνου στο μάθημα των μαθηματικών, ήταν $\bar{x}=16$ και η τυπική απόκλιση $s=4$. Στο 2^ο τετράμηνο όλοι οι μαθητές του τμήματος T_1 αύξησαν τη γραπτή βαθμολογία τους κατά 1 μονάδα. Επίσης όλοι οι μαθητές του τμήματος T_2 αύξησαν τη γραπτή βαθμολογία τους κατά 10%

- α) Να βρεθούν οι νέες μέσες τιμές και οι νέες τυπικές αποκλίσεις του κάθε τμήματος.
- β) Ποιου τμήματος η βαθμολογία παρουσιάζει μεγαλύτερη ομοιογένεια μετά τις αυξήσεις της βαθμολογίας που πέτυχαν στις εξετάσεις στο 2^ο τετράμηνο.
- γ) Να βρεθεί η μικρότερη τιμή της θετικής ακέραιας σταθεράς c που πρέπει να προστεθεί στις γραπτές βαθμολογίες των φοιτητών του τμήματος T_1 μετά τη βαθμολογία του 2^{ου} τετραμήνου έτσι ώστε το δείγμα της βαθμολογίας τους να γίνει ομοιογενές.

$$A:17,4, B:T_1, \Gamma:c=23$$



1068.

Αν η βαθμολογία ενός μαθητή σε 4 από τα 5 μαθήματα είναι

10, 12, 15, 13

- Να υπολογίσετε τον 5^ο βαθμό αν γνωρίζουμε ότι η μέση βαθμολογία είναι 12.
- Να υπολογίσετε τη διάμεσο της βαθμολογίας.
- Να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση της βαθμολογίας.
- Αν επανεξεταστεί και βελτιώσει τη βαθμολογία του κατά 2 μονάδες σε όλα τα μαθήματα, να υπολογίσετε τη νέα μέση τιμή και η νέα τυπική απόκλιση, να υπολογίσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

Δίνεται $\sqrt{3,6} = 1,89$

A:10,B:12,Γ:1.89,Δ:14,1.89

1069.

Έστω $x_1, x_2, \dots, x_n$ οι παρατηρήσεις ενός δείγματος που έχουν μέση τιμή 6 και διασπορά 1. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή, την τυπική απόκλιση και το συντελεστή μεταβλητότητας των παρατηρήσεων $y_1, y_2, \dots, y_n$ που προκύπτουν από τις παρατηρήσεις $x_1, x_2, \dots, x_n$, αν

- Ελαττώσουμε καθεμία κατά 30%
- Αυξήσουμε κατά 5% καθεμία και μετά προσθέσουμε σε καθεμία το 5

A:4.2,1,B:11.3,1.05

1070.

Δίνεται η ευθεία $y = -2x + 1$ και τα σημεία της A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 με τετμημένες x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 που έχουν μέση τιμή 7 και τυπική απόκλιση 3.

Να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβολής των τεταγμένων

y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 των σημείων A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 .

1071.

Η μέση τιμή και η διακύμανση 20 τιμών ενός δείγματος είναι 6 και 4 αντίστοιχα ,

$$\sum_{i=1}^{19} (x_i - \bar{x})^2 = 79 \Rightarrow x_{20} = ;$$

1072.

Να βρεις μέτρα θέσεως και διασποράς σε πίνακα :

Εκδηλώσεις	Αριθμός παρουσιών
0-2	8



2-4	12
4-6	10
6-8	6
8-10	4

1073. Ομοίως

Έξοδα σε ψώνια	Πελάτες
10-30	20
30-50	30
50-70	30
70-90	10
90-110	10

1074. Ομοίως

Διάρκεια τηλεφωνημάτων	Άτομα
0-10	20
10-20	20
20-30	24
30-40	16

1075. Να ομαδοποιήσεις σε 5 κλάσεις :

80	82	92	90	87	86	95	105	108	99
112	120	98	105	103	87	104	85	92	97
86	95	93	97	101	104	112	95	116	90
92	120	86	120	88	107	101	82	97	102

1076. Να ομαδοποιήσεις σε κλάσεις πλάτους 10 τους αριθμούς

282	322	340	287	292	305	296	283	299	307
315	327	295	280	321	294	303	315	340	337
306	282	285	293	304	306	335	289	280	299

1077. Σε επιχείρηση με 100 εργαζόμενους η μέση τιμή αμοιβών είναι 2100 ευρώ . Το 30% των εργαζομένων πληρώνονται με μισθό 1900 , ποιος ο μισθός των υπολοίπων;



1078. Η ευστοχία ομάδας μπάσκετ είναι 80% . Οι 5 βασικοί έχουν 85% , δύο αναπληρωματικοί έχουν 70% ποια η ευστοχία των υπολοίπων;
1079. 10 εργαζόμενοι έχουν μισθό κατά μέσο όρο 1500 και οι υπόλοιποι μέσο μισθό 1600 . Αν όλοι μαζί έχουν μέσο μισθό 1575, πόσοι οι εργαζόμενοι;
1080. 28 μαθητές έχουν μέσο ύψος 168 . Δύο μαθητές με 160 και 162 φεύγουν . Ποιος ο μέσος τώρα; Μετά από 1 εβδομάδα έρχονται 4 με μέσο ύψος 170 . Ποιος μέσος τώρα;
1081. Ν.δ.ο. στους αριθμούς 1 3 5 7 9 11 13 αν αφαιρέσεις τη μέση τιμή και διαιρέσεις με τυπική απόκλιση τότε η νέα μέση τιμή είναι 0 και η νέα τυπική 1
1082. Σε κυκλικό διάγραμμα 200 μαθητών σχολείου με βαθμούς *άριστα *αρκετά καλά *καλά *σχεδόν καλά το 25% έχουν επίδοση άριστα , η γωνία του κυκλικού τομέα για τους μαθητές με βαθμό αρκετά καλά είναι 144 , οι μαθητές με βαθμό καλά είναι 4πλάσιοι των σχεδόν καλά , να φτιάξεις πίνακα κατανομών , ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων
1083. Προϊόντα έχουν τιμές χωρίς ΦΠΑ : 12 8 15 9 16 ευρώ . Να βρεις μέτρα θέσεως και διασποράς . Τι θα αλλάξει με το ΦΠΑ 23% ; Τι θα αλλάξει αν μετά το ΦΠΑ μπει έκπτωση 10% . Τι θα αλλάξει αν μετά και την έκπτωση μπει κόστος συσκευασίας 2 ευρώ;
1084. Σε 10 τιμές : $\bar{x} = 10, S = 2, \sum_{i=1}^9 x_i^2 = 871 \Rightarrow x_{10} =$;
1085. Έστω $f(x) = (x-3)^2, A(x_1, f(x_1)), \dots, A(x_{10}, f(x_{10}))$, όπου οι τετμημένες των σημείων έχουν μέση τιμή 3 και τυπική απόκλιση 2 , να βρεις τη μέση τιμή των τεταγμένων
1086. Έστω $f(x) = x^2, A(x_1, f(x_1)), \dots, A(x_{10}, f(x_{10}))$, με μέση τιμή τετμημένων 0 και τυπική απόκλιση 3 , να βρεις τη μέση τιμή των τεταγμένων
1087. Αν οι παρατηρήσεις $t_1, \dots, t_n, S = 2, f(x) = (t_1 - x)^2 + \dots + (t_n - x)^2$ διέρχεται από το σημείο $A(\bar{x}, 40) \Rightarrow n =$;
1088. Στις θερμοκρασίες ενός μήνα είχαμε μέση τιμή -4 και διασπορά 4 , να βρεις συντελεστή μεταβολής
1089. Ποιοι δείγμα έχει μεγαλύτερη ομοιογένεια αν $\bar{x}_A = 30, S_A^2 = 8, \bar{x}_B = -5, S_B^2 = 2$
1090. Αν $\bar{x} + 4S = 0 \Rightarrow CV =$;
1091. Αν $S^2 = 4, CV = 20\% \Rightarrow \bar{x} =$;
1092. Σύρμα μήκους 40 εκ το κόβουμε σε 10 κομμάτια με μήκη $l_1, \dots, l_{10}, \sum_{i=1}^{10} (l_i - 4)^2 = 90 \Rightarrow CV =$;



1093. Οι παρατηρήσεις δείγματος μεγέθους n έχει $\bar{x} = -2, \sum_{i=1}^4 (x_i + 2)^2 = 10, x_5 = 1$
1094. Ν.δ.ο. ένα δείγμα 5 τιμών με $\bar{x} = -8, CV = 25\%, \sum_{i=1}^n (x_i + 8)^2 = 40 \Rightarrow n = ?$; δεν είναι ομοιογενές
1095. Πόσοι οι μαθητές τμήματος με $\bar{x} = 12, CV = 25\%, \sum_{i=1}^n x_i^2 = 3060$



Κανονική κατανομή

21. Καμπύλη συχνοτήτων : μία συνεχή μεταβλητή με άπειρο αριθμό κλάσεων και πλάτος που τείνει στο 0
22. Κανονική κατανομή : η κωδωνοειδή μορφή της καμπύλης συχνοτήτων .
23. Κανονική κατανομή : $(\bar{x} - s, \bar{x} + s)$: 68% , $(\bar{x} - 2s, \bar{x} + 2s)$: 95% , $(\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s)$: 99,7%
24. Η κατανομή (β), με “κωδωνοειδή” μορφή λέγεται **κανονική κατανομή** (normal distribution) και παίζει σπουδαίο ρόλο στη Στατιστική. Όταν οι παρατηρήσεις “κατανέμονται” ομοιόμορφα σε ένα διάστημα $[a, b]$, όπως στην κατανομή (α), η κατανομή λέγεται **ομοιόμορφη**. Όταν οι παρατηρήσεις δεν είναι συμμετρικά κατανεμημένες, η κατανομή λέγεται ασύμμετρη με θετική ασυμμετρία όπως στην κατανομή (γ) ή αρνητική ασυμμετρία όπως στην κατανομή (δ).



1096.

Αν σε ένα δείγμα μεγέθους 40 ξέρουμε ότι το άθροισμα των παρατηρήσεων είναι 200 και των τετραγώνων τους 1.160. Αν τα δεδομένα ακολουθούν την κανονική κατανομή να βρείτε το ποσοστό των παρατηρήσεων που βρίσκονται ανάμεσα στις τιμές

- α) 1 και 9
β) -3 και 9
γ) 1 και 17

1097.

Σε μια ιδιωτική επιχείρηση οι μισθοί των 200 υπαλλήλων της ακολουθούν την κανονική κατανομή με μέση τιμή 900€ και τυπική απόκλιση 100€

- α) Να υπολογίσετε πόσα χρήματα διαθέτει ετησίως η εταιρία για τους μισθούς των υπαλλήλων.
- β) Πόσοι υπάλληλοι παίρνουν μισθό πάνω από 1.000€
- γ) Αν ο βασικός μισθός είναι 700€, να υπολογίσετε πόσοι υπάλληλοι αμείβονται κάτω από το βασικό μισθό.
- δ) Η διοίκηση της εταιρείας αποφασίζει να αυξήσει τους μισθούς κατά 10% και να τους δώσει μηνιαίο επίδομα παραγωγικότητας. Μετά τα νέα μέτρα ο μέσος μισθός των υπαλλήλων γίνεται 1100€. Να υπολογίσετε πόσο ήταν το επίδομα.

A: 21600000, B: 32, Γ: 5, Δ: 110



1098.

Οι μισθοί των υπαλλήλων μιας εταιρείας ακολουθούν την κανονική κατανομή με μέση τιμή $\bar{x}$ και τυπική απόκλιση s . Στο διάστημα $(\bar{x} - 2s, \bar{x} + s)$ είναι οι μισθοί 3.260 υπαλλήλων της εταιρείας. Πάνω από 1.600€ μισθό παίρνει μόνο το 16% των υπαλλήλων, ενώ κάτω από 1.200€ παίρνουν μόνο 6 υπάλληλοι.

- α) Να υπολογίσετε πόσοι είναι οι υπάλληλοι της εταιρείας.
- β) Να υπολογίσετε το μέσο μισθό $\bar{x}$ και την τυπική απόκλιση s .
- γ) Να υπολογίσετε αν υπάρχει ομοιογένεια μισθών.

A: 4000, B: 1500, Γ: ναι

1099.

Ο χρόνος που χρειάστηκε για να λύσουν μια άσκηση οι μαθητές ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέσο χρόνο να είναι 5 λεπτά και με τυπική απόκλιση 1 λεπτό. Να υπολογίσετε κατά προσέγγιση το ποσοστό των μαθητών που χρειάστηκαν

- α) Κάτω από 3 λεπτά.
- β) Πάνω από 6 λεπτά.
- γ) Το πολύ 4 λεπτά.
- δ) Από 3 έως 7 λεπτά για να λύσουν την άσκηση.
- ε) Αν το πλήθος των μαθητών είναι 200 πόσοι από αυτούς έλυσαν την άσκηση από 4 έως 6 λεπτά και πόσοι κάτω από 2 λεπτά.
- στ) Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

A: 2.5%, B: 16%, Γ: 16%, Δ: 95%, Ε: 30, Ζ: όχι

1100.

Σε 2 τμήματα της Γ' Λυκείου ΕΠΑ.Λ στην Πρέβεζα στο διαγώνισμα των μαθηματικών η βαθμολογία έχει κατανομή περίπου κανονική. Στο 1^ο τμήμα το 50% των μαθητών έχει βαθμολογία πάνω από 13 ενώ το 49,85% από αυτούς έχει βαθμολογία μέχρι 19

Στο 2^ο τμήμα το 16% των μαθητών έχει βαθμολογία μέχρι 10 ενώ από 10 μέχρι 16 έχει το 81,5% των μαθητών.

Να συγκρίνεται τα δυο τμήματα ως προς την ομοιογένειά τους.



1101.

Η διάρκεια ζωής σε χιλιάδες ώρες ενός δείγματος 4.000 ηλεκτρικών πατινιών ακολουθεί περίπου την κανονική κατανομή. Η διάμεσος του δείγματος είναι 20 και 640 πατίνια έχουν διάρκεια ζωής τουλάχιστον 22 χιλιάδες ώρες.

- α) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή, την τυπική απόκλιση και το εύρος του δείγματος.
- β) Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.
- γ) Να υπολογίσετε το πλήθος των πατινιών του δείγματος που έχουν διάρκεια ζωής από 15 έως 21 χιλιάδες ώρες.
- δ) Ένα πατίνι θεωρείται ελαττωματικό αν η διάρκεια ζωής είναι κάτω από 14 χιλιάδες ώρες. Αν στο δείγμα βρέθηκαν 10 ελαττωματικά πατίνια, να εξετάσετε αν υπάρχει πρόβλημα κατά την διάρκεια παραγωγής τους.

1102.

Οι παρατηρήσεις $t_1, t_2, \dots, t_n$ ενός δείγματος n έχουν μέση τιμή $\bar{x}$ και τυπική απόκλιση s . Θεωρούμε τη συνάρτηση

$$f(x) = \bar{x} \cdot x^2 - 4x + s, \quad x \in \mathbb{R}$$

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f διέρχεται από το σημείο $A(1, 7)$ και η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο με τετμημένη $x_0 = \frac{1}{2}$ είναι παράλληλη στην ευθεία $y = 6x - 2022$

- α) Να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση και τη μέση τιμή του δείγματος.
- β) Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.
- γ) Αν έχουμε κανονική κατανομή και 272 παρατηρήσεις βρίσκονται στο διάστημα $(9, 11)$ να υπολογίσετε το μέγεθος του δείγματος.
- δ) Να υπολογίσετε το πλήθος των παρατηρήσεων που βρίσκονται στο διάστημα $(8, 11)$.



1103.

Δίνονται οι συναρτήσεις

$$f(x) = x^2 - 5x + 2022, \quad g(x) = x^3 - 2x^2 - 2x - 6$$

$$\text{και } h(x) = (2x - 3)^{2022} + 2 \cdot \frac{x^2 - 4}{x - 2} + 6$$

- α) Να βρεθούν οι παράγωγοι των συναρτήσεων f και g .
- β) Να βρεθεί η λύση x_0 της εξίσωσης $f'(x) = g'(x)$.
- γ) Να υπολογίσετε το όριο $\ell = \lim_{x \rightarrow 2} h(x)$.
- δ) Αν ένα δείγμα ακολουθεί περίπου την κανονική κατανομή με τυπική απόκλιση $s = x_0$ (η λύση της εξίσωσης του β ερωτήματος) και διάμεσο $\delta = \ell$.
 - i. Να υπολογίσετε κατά προσέγγιση τη μικρότερη και τη μεγαλύτερη παρατήρηση του δείγματος.
 - ii. Να υπολογίσετε κατά προσέγγιση το εύρος του δείγματος.
 - iii. Να βρεθεί το ποσοστό των παρατηρήσεων που βρίσκονται στο διάστημα $(13, 16)$.

B: $x = 1$, Γ: 15, Δ: 12, 18 – 6 – 81.5%

1104.

Η ημερήσια θερμοκρασία στην πόλη της Πρέβεζας κατά το μήνα Σεπτέμβριο ακολουθεί την κανονική κατανομή. Εάν το 50% των ημερών έχουμε θερμοκρασία μεγαλύτερη των 30° και το 16% των ημερών η θερμοκρασία είναι μικρότερη από 28° , να αποδείξετε ότι:

- α) Η μέση τιμή των θερμοκρασιών είναι $\bar{x} = 30^\circ$.
- β) Η τυπική απόκλιση είναι $s = 2^\circ$.
- γ) Να βρείτε το εύρος και τη διάμεσο των θερμοκρασιών.
- δ) Να υπολογίσετε το ποσοστό των ημερών που έχουν θερμοκρασία πάνω από 32° .

Γ: 12, 30, Δ: 16%

1105. Βαθμοί διαγωνίσματος μαθητών έχουν μέση τιμή 12 και τυπική απόκλιση 2, ακολουθούν κανονική κατανομή, να βρεις το ποσοστό των μαθητών που έχουν βαθμό :

*από 8 έως 14

*το πολύ 8

*τουλάχιστον 10

*κάτω από 10 *πάνω από 16

1106. Η κατανομή σωλήνων που παράγει μία μηχανή ως προς το μήκος τους είναι κανονική με διάμεσο 3 και το 2,5% των σωλήνων έχουν μήκος πάνω από 3,04. Να βρεις μέση τιμή τυπική απόκλιση και



συντελεστή μεταβολής, το ποσοστό των σωλήνων που έχουν μήκος από 2,96 έως 3,02.

* ΠΡΟΣΟΧΗ : μία σωλήνα θεωρείται ελαττωματική όταν έχει μήκος μεγαλύτερο από 3,06 ή μικρότερο από 2,94. Αν η μηχανή παράγει 4000 σωλήνες και οι 18 είναι ελαττωματικές να εξετάσεις αν η μηχανή έχει βλάβη

1107. 200 μαθητές ακολουθούν κανονική κατανομή στη βαθμολογία τους και 100 έχουν βαθμό το πολύ 12 και 5 έχουν τουλάχιστον 16. Να βρει πόσοι μαθητές έχουν από 8 έως 16

1108. 400 μαθητές σε κανονική κατανομή : 10 φοράνε παπούτσια με νούμερα τουλάχιστον 43 και 64 μαθητές το πολύ 37, να βρεις πόσοι φοράνε από 37 έως 43

1109.

ΘΕΜΑ 4ο

Ο χρόνος αναμονής των πολιτών μέχρι να εξυπηρετηθούν σε μια δημόσια υπηρεσία ακολουθεί κανονική κατανομή, με μέση τιμή 5 λεπτά και τυπική απόκλιση 1 λεπτό.

I. Να βρείτε πόσο είναι περίπου το ποσοστό των πολιτών που εξυπηρετούνται σε χρόνο

α) από 4 έως 6 λεπτά.

β) από 3 έως 6 λεπτά.

Μονάδες 10

II. Να βρείτε τη διάμεσο και το εύρος της κατανομής του χρόνου αναμονής των πολιτών.

Μονάδες 10

III. Να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβολής της κατανομής του χρόνου αναμονής.

Μονάδες 5

1110.

ΘΕΜΑ 4ο

Η ηλικία των κατοίκων μιας πόλης ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή 50 έτη και τυπική απόκλιση 15 έτη.

α. Να βρείτε τη διάμεσο της κατανομής της ηλικίας των κατοίκων.

Μονάδες 4

β. Να βρείτε τον συντελεστή μεταβολής και να εξετάσετε αν το δείγμα των ηλικιών είναι ομοιογενές.

Μονάδες 8

γ. Αν ο αριθμός των κατοίκων της πόλης είναι 4000, να βρείτε πόσοι περίπου κάτοικοι είναι ηλικίας

(i) μεταξύ 35 και 65 ετών,

Μονάδες 6

(ii) μεταξύ 5 και 35 ετών.

Μονάδες 7



Μεταβολή τιμών

Η μέση τιμή επηρεάζεται απ όλες τις μεταβολές που γίνονται στο x_i ενώ η τυπική απόκλιση μόνο από πολ/μο και διαίρεση κατά απόλυτη τιμή

25. Μεταβολή τιμών του x_i :

- Το $\bar{x}$ επηρεάζεται από όλες τις πράξεις που θα γίνουν στο x_i
- Το S επηρεάζεται μόνο από πολ/μο ή διαίρεση που θα γίνουν στο x_i , κατά απόλυτη τιμή

Θεματάκια

1111.

ΘΕΜΑ 3ο

Οι εισπράξεις (σε χιλιάδες ευρώ) ενός δείγματος δέκα υποκαταστημάτων μιας εμπορικής επιχείρησης, κατά το μήνα Απρίλιο του 2004, ήταν:

50, 15, 15, 20, 15, 30, 15, 20, 50, 50.

α) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή $\bar{x}$ των εισπράξεων.

Μονάδες 5

β) Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παρακάτω πίνακα και να συμπληρώσετε όλα τα στοιχεία του.

Εισπράξεις (σε χιλιάδες ευρώ) x_i	Συχνότητα v_i	Σχετική συχνό- τητα f_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 v_i$
15					
20					
30					
50					
Σύνολο					

Μονάδες 15

γ) Θεωρώντας γνωστό ότι για τη διακύμανση ισχύει ο τύπος

$$s^2 = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 v_i, \text{ να υπολογίσετε:}$$

γ₁) τη διακύμανση των εισπράξεων,

Μονάδες 3

γ₂) την τυπική απόκλιση.

Μονάδες 2



1112.

ΘΕΜΑ 3ο

Στο παρακάτω δείγμα των 10 παρατηρήσεων:

1, 2, 4, 2, 6, 1, 3, 6, α, 6

όπου α πραγματικός αριθμός,

η μέση τιμή είναι $\bar{x} = 4$.

Α) Να βρείτε την τιμή του α.

Μονάδες 5

Β) Για α=9

α) Να βρείτε τη διάμεσο.

Μονάδες 7

β) Να βρείτε τη διακύμανση.

Μονάδες 8

γ) Αν όλες οι παραπάνω παρατηρήσεις αυξηθούν κατά 2008, τότε ποια θα είναι η μέση τιμή των νέων παρατηρήσεων;

Μονάδες 5

1113.

ΘΕΜΑ 4ο

Σε ένα κυκλικό διάγραμμα παριστάνεται η βαθμολογία των 150 μαθητών ενός Λυκείου σε τέσσερις κατηγορίες: «Άριστα», «Λίαν καλώς», «Καλώς» και «Σχεδόν καλώς».

Το 20% των μαθητών έχουν επίδοση «Λίαν καλώς». Η γωνία του κυκλικού τομέα για την επίδοση «Άριστα» είναι 36° . Οι μαθητές με βαθμό «Καλώς» είναι τετραπλάσιοι των μαθητών με «Άριστα».

α) Να μεταφέρετε τον παρακάτω πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε.

i	Χαρακτηρισμός βαθμολογίας x_i	Συχνότητα n_i	Σχετική συχνότητα f_i	Σχετική συχνότητα % $f_i\%$	Γωνία κυκλ. τομέα σε μοίρες α_i
1	Άριστα				
2	Λίαν καλώς				
3	Καλώς				
4	Σχεδόν καλώς				
	Σύνολο				

Μονάδες 16

β) Να σχεδιάσετε στο τετράδιό σας το ραβδόγραμμα των σχετικών συχνοτήτων ($f_i\%$).

Μονάδες 9



1114.

ΘΕΜΑ 3ο

Στον παρακάτω (ελλιπή) πίνακα παρουσιάζονται οι σχετικές συχνότητες των τιμών σε Ευρώ ενός συγκεκριμένου προϊόντος σε 50 καταστήματα μιας πόλης:

Τιμή προϊόντος (σε Ευρώ) [-)	Σχετική Συχνότητα f_i
8 - 10	0,2
10 - 12	f_2
12 - 14	0,3
14 - 16	f_4

- α) Αν η μέση τιμή των τιμών του προϊόντος στα καταστήματα αυτά είναι $\bar{x}=11,60$ Ευρώ, να βρείτε τις σχετικές συχνότητες f_2 και f_4 .

Μονάδες 10

- β) Αν $f_2=0,4$ και $f_4=0,1$ τότε,

- i) να βρείτε σε πόσα καταστήματα η τιμή του προϊόντος είναι μεγαλύτερη ή ίση των 10 Ευρώ.

Μονάδες 8

- ii) να κατασκευάσετε το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.

Μονάδες 7

1115.

ΘΕΜΑ Β

Στον παρακάτω πίνακα δίνεται η κατανομή συχνοτήτων των ωρών μελέτης των μαθητών της Α΄ τάξης ενός Εσπερινού Γενικού Λυκείου στη διάρκεια μιας εβδομάδας.

Ωρες x_i	Συχνότητα v_i
2	10
3	α
4	10
5	10
6	20

- B1.** Αν η διάμεσος του δείγματος είναι $\delta=3,5$ να βρείτε την τιμή του α .

Μονάδες 8

- B2.** Για $\alpha=30$, να βρείτε τη μέση τιμή $\bar{x}$ των ωρών μελέτης των μαθητών.

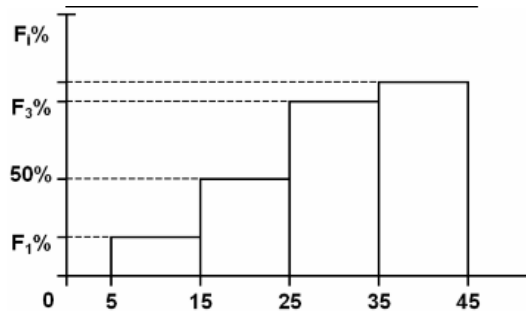
Μονάδες 7

- B3.** Για $\alpha=30$, να βρείτε τη διακύμανση s^2 των ωρών μελέτης των μαθητών.

Μονάδες 10



1116.



Γ1. Με βάση το παραπάνω ιστόγραμμα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό, να υπολογίσετε τη διάμεσο των χρόνων που χρειάστηκαν οι μαθητές.

Μονάδες 4

Γ2. Στον επόμενο πίνακα συχνοτήτων της κατανομής των χρόνων, να αποδείξετε ότι $a=8$ (μονάδες 3) και να τον μεταφέρετε κατάλληλα συμπληρωμένο στο τετράδιό σας (μονάδες 5).

Χρόνοι (λεπτά)	x_i	v_i	$f_i\%$	N_i	$F_i\%$
$[5, \cdot)$		$a+4$			
$[\cdot, \cdot)$		$3a-6$			
$[\cdot, \cdot)$		$2a+8$			
$[\cdot, 45)$		$a-2$			
Σύνολο					

Μονάδες 8

Γ3. Να βρεθεί η μέση τιμή $\bar{x}$ και η τυπική απόκλιση s των χρόνων.
(Δίνεται ότι: $\sqrt{84} \approx 9,17$)

Μονάδες 8

Γ4. Να βρεθεί το ποσοστό των μαθητών που χρειάστηκαν για να λύσουν το μαθηματικό πρόβλημα τουλάχιστον 37 λεπτά.

1117.

ΘΕΜΑ 3ο

Τα βάρη μιας ομάδας, πέντε μαθητών, είναι:

62, 77, 65, 72, 69 κιλά

α. Να αποδείξετε ότι το μέσο βάρος των πέντε μαθητών είναι 69 κιλά.

Μονάδες 5

β. Να υπολογίσετε τη διάμεσο των τιμών των βαρών.

Μονάδες 5

γ. Να υπολογίσετε το εύρος των τιμών των βαρών.

Μονάδες 5

δ. Αν προστεθεί στην ομάδα ένας έκτος μαθητής και το μέσο βάρος των έξι μαθητών γίνει 72 κιλά, να βρείτε το βάρος του έκτου μαθητή που προστέθηκε στην ομάδα.

Μονάδες 10



1118.

ΘΕΜΑ 3ο

Στην «Αττική οδό» εξυπηρετούνται καθημερινά 200 χιλιάδες οχήματα, τα οποία διανύουν από 5 έως 45 χιλιόμετρα. Η διανυόμενη απόσταση σε χιλιόμετρα από τα οχήματα αυτά παρουσιάζεται στην πρώτη στήλη του πίνακα:

Κλάσεις σε χλμ.	Κέντρο κλάσης x_i	Συχνότητα n_i σε χλμ.	Σχετική συχνότητα $f_i\%$	Αθροιστική Συχνότητα N_i σε χλμ.	Αθρ. Σχετ. Συχνότητα $F_i\%$
[5, 15)		60			
[15, 25)					68
[25, 35)				180	
[35, 45)					
Σύνολο		200			

A. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να συμπληρώσετε τις τιμές των αντίστοιχων μεγεθών.

Μονάδες 10

B. Να σχεδιάσετε το ιστόγραμμα (x_i , $f_i\%$) και το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων.

Μονάδες 5

Γ. Να βρείτε τη μέση τιμή $\bar{x}$.

Μονάδες 5

Δ. Να βρείτε το πλήθος των οχημάτων που διανύουν απόσταση τουλάχιστον 25 χιλιομέτρων.

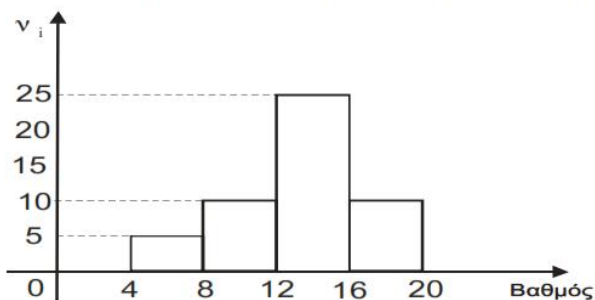
Μονάδες 5



1119.

ΘΕΜΑ 2ο

Σε ένα διαγώνισμα Βιολογίας η βαθμολογία των μαθητών δίνεται από το παρακάτω ιστόγραμμα συχνοτήτων v_i :



α. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Κλάσεις βαθ/γίας [)	Κέντρο κλάσης x_i	Συχνότητα v_i	Σχετική συχνότητα f_i	Αθροιστική συχνότητα N_i	Αθρ. σχετ. συχνότητα F_i
[4, 8)					
[8, 12)					
[12, 16)					
[16, 20)					
Σύνολο					

Μονάδες 11

β. Να βρείτε τη μέση τιμή των βαθμών.

Μονάδες 8

γ. Πόσοι μαθητές έχουν βαθμό μέχρι και 10;

Μονάδες 6

1120.

ΘΕΜΑ 2ο

Στον επόμενο πίνακα δίνονται οι τιμές x_i , $i=1,2,3,4$ μιας μεταβλητής X με αντίστοιχες συχνότητες v_i , $i=1,2,3,4$. Η συχνότητα v_2 που αντιστοιχεί στην τιμή $x_2=3$ είναι άγνωστη. Δίνεται ότι η μέση τιμή των παρατηρήσεων είναι ίση με $\bar{x}=4$.

x_i	v_i
2	6
3	;
5	3
8	4

α. Να αποδείξετε ότι $v_2=7$.

Μονάδες 9

β. Να αποδείξετε ότι η διακύμανση των παρατηρήσεων είναι ίση με 4,9.

Μονάδες 9

γ. Να εξετάσετε αν το δείγμα των τιμών της μεταβλητής X είναι ομοιογενές.

Δίνεται ότι $\sqrt{4,9} \approx 2,2$

Μονάδες 7



1121.

ΘΕΜΑ 1^ο

Εξετάσαμε δείγμα 25 οικογενειών μιας πόλης, ως προς τον αριθμό των παιδιών τους. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Αριθμός παιδιών x_i	Συχνότητα v_i	Αθροιστική Συχνότητα	Σχ. Συχνότητα (%) $f_i \%$
0	4		
1			
2	5		
3	4		
4	3		
5	2		
Αθροίσματα			

- α) Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε. **Μονάδες 5**
- β) Να βρείτε την επικρατούσα τιμή. **Μονάδες 5**
- γ) Να βρείτε τη διάμεσο. **Μονάδες 5**
- δ) Τι ποσοστό οικογενειών έχει τρία παιδιά; **Μονάδες 5**
- ε) Πόσες οικογένειες έχουν μέχρι και δύο παιδιά; **Μονάδες 5**

1122.

ΘΕΜΑ 1ο

Ερωτήθηκαν 50 μαθητές ενός σχολείου για τον αριθμό των βιβλίων που διάβασαν στις διακοπές. Τα αποτελέσματα της έρευνας φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Τιμές x_i	Συχνότητα v_i	Αθροιστική Συχνότητα	$x_i v_i$
0		11	
1		25	
2		42	
3		47	
4		50	
Αθροίσματα			

- α) Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε. **Μονάδες 8**
- β) Να βρείτε τη μέση τιμή των παρατηρήσεων. **Μονάδες 8**
- γ) Να βρείτε τη διάμεσο των παρατηρήσεων. **Μονάδες 5**
- δ) Να βρείτε το εύρος των τιμών. **Μονάδες 4**



1123.

ΘΕΜΑ 1ο

Δίνονται 5 παρατηρήσεις μιας ποσοτικής μεταβλητής X :

$$16, 14, 22, 18, 20 + \alpha, \quad \text{όπου } \alpha \in \mathbb{R}.$$

Αν ο συντελεστής μεταβλητότητας (CV) των παρατηρήσεων αυτών είναι 20% και η τυπική απόκλιση τους (s) είναι 4, τότε:

- α) Να δείξετε ότι η μέση τιμή των παρατηρήσεων είναι $\bar{x} = 20$.

Μονάδες 7

- β) Να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού α .

Μονάδες 10

- γ) Για την τιμή του α που υπολογίσατε στο ερώτημα β, να βρείτε τη διάμεσο του δείγματος.

Μονάδες 5

- δ) Είναι το δείγμα ομοιογενές ή όχι και γιατί.

Μονάδες 3

1124.

ΘΕΜΑ 1ο

Οι βαθμοί ενός μαθητή σε πέντε μαθήματα ήταν:

$$8, 14, 20, 12, 16$$

- α. Να υπολογισθεί η μέση βαθμολογία του μαθητή.

Μονάδες 4

- β. Να προσδιορισθεί η διάμεσος.

Μονάδες 3

- γ. Να υπολογισθεί η τυπική απόκλιση.

Μονάδες 6

- δ. Να υπολογισθεί το εύρος.

Μονάδες 3

- ε. Να υπολογισθεί ο συντελεστής μεταβλητότητας και στη συνέχεια να εξεταστεί αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

Μονάδες 9



1125.

ΘΕΜΑ Α

Οι ηλικίες έξι παιδιών από μια γειτονιά είναι:

$$2, 6, 6+x, 11, 11, 12+x$$

όπου $x \in \mathbb{R}$.

- A1.** Αν η μέση τιμή των ηλικιών των παιδιών είναι 9, να αποδείξετε ότι $x=3$.

Μονάδες 5

Για $x=3$,

- A2.** να βρείτε τη διάμεσο των ηλικιών,

Μονάδες 4

- A3.** να υπολογίσετε το εύρος των ηλικιών και την επικρατούσα τιμή τους,

Μονάδες 4

- A4.** να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση των ηλικιών και

Μονάδες 8

- A5.** να εξετάσετε αν το δείγμα των ηλικιών είναι ομοιογενές.

Μονάδες 4

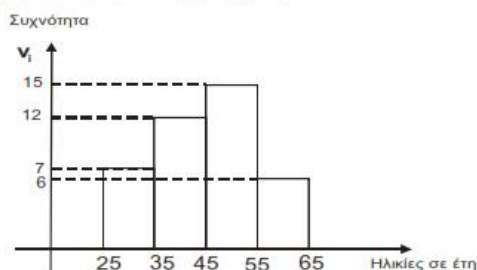
(Δίνεται $\sqrt{17} \approx 4,12$).



1126.

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το παρακάτω ιστόγραμμα, που αφορά τις ηλικίες 40 εργαζομένων σε μια επιχείρηση.



Γ1. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον πίνακα που ακολουθεί και να τον συμπληρώσετε με βάση το παραπάνω ιστόγραμμα.

Ηλικίες [,)	Μέσο διαστήματος K_i	Συχνότητα v_i		Αθροιστική Συχνότητα N_i	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$
[25,35)			$K_i \cdot v_i$		
[35,45)					
[45,55)					
[55,65)					
Σύνολα					

Μονάδες 10

Γ2. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των ηλικιών των εργαζομένων.

Μονάδες 5

Γ3. Πόσοι εργαζόμενοι έχουν ηλικία τουλάχιστον 45 ετών;

Μονάδες 5

Γ4. Τί ποσοστό εργαζομένων έχουν ηλικία κάτω των 35 ετών;

Μονάδες 5



1127.

ΘΕΜΑ Β

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι ημερήσιες ώρες διαβάσματος 25 μαθητών μιας τάξης ενός ΕΠΑ.Λ.

Ημερήσιες ώρες διαβάσματος x_i	Μαθητές n_i	Αθροιστική Συχνότητα N_i	Σχετική συχνότητα (%) $f_i\%$	$x_i n_i$
1	6			
2	5			
3	4			
4	κ			
5	$2\kappa+1$			
Σύνολα	$n=25$		100	

B1. Να υπολογίσετε τον αριθμό κ

Μονάδες 4

B2. Για $\kappa=3$ να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα.

Μονάδες 8

B3. Για $\kappa=3$ να υπολογίσετε τη μέση τιμή $\bar{x}$ και να βρείτε τη διάμεσο d των παρατηρήσεων.

Μονάδες 10

B4. Για $\kappa=3$ να υπολογίσετε το ποσοστό των μαθητών που διαβάζουν τουλάχιστον 3 ώρες ημερησίως.

Μονάδες 3



1128.

ΘΕΜΑ Γ

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι ηλικίες των υπαλλήλων μίας εταιρείας:

A/A	Ηλικίες υπαλλήλων	Συχνότητα (αριθμός υπαλλήλων) v_i	Κέντρο κλάσης x_i	$x_i v_i$	Σχετική συχνότητα $f_i\%$
1 ^η κλάση	[25, 35)	100			
2 ^η κλάση	[35, 45)	50			
3 ^η κλάση	[45, 55)	40			
4 ^η κλάση	[55, 65)	10			
ΣΥΝΟΛΑ		$v=200$			

Γ1. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

Μονάδες 7

Γ2. Να υπολογίσετε τη μέση ηλικία των υπαλλήλων.

Μονάδες 5

Γ3. Να υπολογίσετε το ποσοστό των υπαλλήλων που έχουν ηλικία τουλάχιστον σαράντα πέντε (45) ετών.

Μονάδες 4

Γ4. Από την εταιρεία αποχωρούν πέντε (5) υπάλληλοι της 4^{ης} κλάσης, πέντε (5) υπάλληλοι της 2^{ης} κλάσης και ταυτόχρονα προσλαμβάνονται δέκα (10) υπάλληλοι με ηλικίες στην 1^η κλάση. Να υπολογίσετε τη νέα μέση τιμή της ηλικίας των υπαλλήλων.

Μονάδες 9



1129.

ΘΕΜΑ Β

Οι χρόνοι (σε λεπτά) 50 μαθητών της Γ' τάξης ενός ΕΠΑ.Λ για να γράψουν ένα διαγώνισμα, δίνονται στον παρακάτω πίνακα κατανομής:

Χρόνος σε λεπτά	Κέντρο κλάσης K_i	Συχνότητα n_i	Αθροιστική Συχνότητα N_i	$K_i \cdot n_i$
[5 - 15)		20		
[15 - 25)			34	
[25 - 35)		12		
[35 - 45)				
ΣΥΝΟΛΑ		$n = 50$		

B1. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον προηγούμενο πίνακα και να τον συμπληρώσετε σωστά.

Μονάδες 7

B2. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή $\bar{x}$ του χρόνου, που χρειάστηκαν οι μαθητές για να γράψουν το διαγώνισμα.

Μονάδες 5

B3. Να υπολογίσετε τη διακύμανση s^2 (Μον. 7) και την τυπική απόκλιση s της μεταβλητής (Μον. 2).

Μονάδες 9

B4. Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβλητότητας CV%.

Μονάδες 4

(Δίνεται: $\sqrt{96} \approx 10$)



1130.

ΘΕΜΑ Β

Στον παρακάτω πίνακα δίνεται ο αριθμός των πιστωτικών καρτών που έχουν 20 υπάλληλοι μιας επιχείρησης.

Αριθμός πιστωτικών καρτών x_i	Αριθμός υπαλλήλων v_i	Αθροιστική Συχνότητα N_i	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$	$x_i v_i$
0	5			
1		9		
2			10	
3				
4				
ΣΥΝΟΛΑ				

- B1.** Αν γνωρίζετε ότι η 5^η συχνότητα (v_5) ισούται με την 1^η συχνότητα (v_1), να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

Μονάδες 10

- B2.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή $\bar{x}$ των πιστωτικών καρτών των υπαλλήλων.

Μονάδες 5

- B3.** Να υπολογίσετε τον αριθμό των υπαλλήλων που έχουν το πολύ 3 πιστωτικές κάρτες.

Μονάδες 5

- B4.** Να υπολογίσετε το ποσοστό των υπαλλήλων που έχουν τουλάχιστον 2 πιστωτικές κάρτες.

Μονάδες 5

1131.

ΘΕΜΑ Β

Οι βαθμοί ενός φοιτητή σε 10 μαθήματα είναι:

$$4, \kappa, 5, 6, 2\kappa+1, 4, 6, \kappa+2, 6, 4$$

όπου:

$$\kappa = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$$

- B1.** Να αποδείξετε ότι $\kappa = 3$.

Μονάδες 7

- B2.** Για $\kappa = 3$, να υπολογίσετε τη μέση τιμή ($\bar{x}$) των βαθμών του φοιτητή.

Μονάδες 5

- B3.** Για $\kappa = 3$, να υπολογίσετε τη διακύμανση (s^2).

Μονάδες 8

- B4.** Για $\kappa = 3$, να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβολής CV. Δίνεται ότι $\sqrt{1,4} \cong 1,18$.

Μονάδες 5



1132.

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι αριθμοί: $14, 12, 18, 4a-1, 16$ με $a \in \mathbb{R}$.

B1. Αν η διάμεσος των παραπάνω αριθμών είναι ίση με 15, να υπολογίσετε την τιμή του a .

Μονάδες 7

B2. Για $a=4$ να υπολογίσετε τη διακύμανση (s^2).

Μονάδες 7

B3. Για $a=4$ να εξετάσετε αν το δείγμα των παραπάνω αριθμών είναι ομοιογενές.

Μονάδες 5

B4. Για $a=4$ να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβολής των αριθμών που θα προκύψουν, αν ο καθένας από τους παραπάνω αριθμούς πολλαπλασιαστεί με το -2 και στη συνέχεια αυξηθεί κατά 5.

Μονάδες 6

1133.

ΘΕΜΑ Β

Στον παρακάτω πίνακα δίνεται ο αριθμός των βιβλίων που διάβασαν οι μαθητές ενός σχολείου κατά τη διάρκεια των καλοκαιρινών διακοπών:

x_i	v_i	$f_i\%$	N_i	$F_i\%$
0				
1				70
2	10			90
3		10		100
Σύνολο		100		

Δίνεται ότι το 40% των μαθητών δεν διάβασαν κανένα βιβλίο.

B1. Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τα κενά.

Μονάδες 12

B2. Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που έχουν διαβάσει τρία βιβλία;

Μονάδες 3

B3. Πόσοι μαθητές διάβασαν τουλάχιστον ένα βιβλίο;

Μονάδες 5

B4. Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που διάβασαν το πολύ δύο βιβλία;

Μονάδες 5



1134.

ΘΕΜΑ Β

Επτά διαδοχικοί περιττοί αριθμοί έχουν διάμεσο 13.

B1. Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί αυτοί είναι οι:

7, 9, 11, 13, 15, 17, 19.

Μονάδες 5

B2. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή $\bar{X}$ των παραπάνω αριθμών.

Μονάδες 5

B3. Να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση s των παραπάνω αριθμών.

Μονάδες 7

B4. Αν προσθέσουμε σε καθέναν από τους παραπάνω αριθμούς τον αριθμό 3, να βρεθεί ο συντελεστής μεταβολής CV των νέων αριθμών που θα προκύψουν.

Μονάδες 8

1135.

ΘΕΜΑ Β

Οι μέγιστες θερμοκρασίες σε 6 πόλεις μια ημέρα του χειμώνα είναι:

7, 8, 10, 5, 11, 7

B1. Για τις παρατηρήσεις αυτές, να υπολογίσετε:

α. τη μέση τιμή $\bar{X}$ (μον. 3)

β. τη διάμεσο $\tilde{D}$ (μον. 3)

γ. τη διακύμανση s^2 (μον. 5)

Μονάδες 11

B2. Να αποδείξετε ότι το δείγμα των παραπάνω παρατηρήσεων δεν είναι ομοιογενές.

Μονάδες 5

B3. Να βρείτε τον μικρότερο θετικό αριθμό τον οποίο πρέπει να προσθέσουμε σε καθεμιά από τις παραπάνω παρατηρήσεις, ώστε το δείγμα που θα προκύψει να είναι ομοιογενές.

Μονάδες 9



1136.

ΘΕΜΑ Β

Ο χρόνος σε λεπτά που χρειάστηκαν 20 υποψήφιοι για να απαντήσουν σε μία ερώτηση φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Χρόνος σε λεπτά	Αριθμός υποψηφίων n_i	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$
[0,2)	1	
[2,4)	7	
[4,6)	4	
[6,8)		
[8,10)	1	
ΣΥΝΟΛΑ	20	100

- B1.** Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τα κενά, αφού υπολογίσετε τις αντίστοιχες τιμές.

Μονάδες 6

- B2.** Να βρείτε τη μέση τιμή $\bar{x}$ του χρόνου που χρειάστηκαν οι υποψήφιοι για να απαντήσουν στην ερώτηση.

Μονάδες 5

- B3.** Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που χρειάστηκαν τουλάχιστον τέσσερα λεπτά για να απαντήσουν στην ερώτηση;

Μονάδες 5

- B4.** Να σχεδιάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό ($f_i\%$).

Μονάδες 6

- B5.** Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό ($f_i\%$) και τον οριζόντιο άξονα.

Μονάδες 3



1137.

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι τιμές 10 διαφορετικών προϊόντων ενός καταστήματος:

13, 12, $\lambda+5$, 9, 14, 15, κ , 12, 17, 13

όπου: $\lambda = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 3x}$

B1. Να δείξετε ότι $\lambda=2$.

Μονάδες 6

B2. Για $\lambda=2$ να υπολογίσετε την τιμή του κ , αν η μέση τιμή ($\bar{x}$) των προϊόντων είναι 12.

Μονάδες 6

B3. Για $\lambda=2$ και $\kappa=8$ να δείξετε ότι η τυπική απόκλιση (s) των τιμών των προϊόντων είναι 3.

Μονάδες 7

B4. Για $\lambda=2$ και $\kappa=8$ να εξετάσετε αν το δείγμα των τιμών των προϊόντων είναι ομοιογενές.

Μονάδες 6

1138.

ΘΕΜΑ Β

Στον παρακάτω πίνακα φαίνεται ο χρόνος σε ώρες που αφιερώνουν 20 μαθητές σε αθλητικές δραστηριότητες κατά τη διάρκεια μίας ημέρας.

x_i	v_i	$f_i\%$	N_i
0	1		
1	κ^2		
2	8		
3	$\kappa-1$		
Σύνολο	20	100	

B1. Να αποδείξετε ότι $\kappa=3$.

Μονάδες 7

B2. Για $\kappa=3$ να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε με αριθμητικές τιμές.

Μονάδες 10

B3. Πόσοι από τους παραπάνω μαθητές αφιερώνουν χρόνο σε αθλητικές δραστηριότητες κατά τη διάρκεια μίας ημέρας;

Μονάδες 3

B4. Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που αφιερώνουν τουλάχιστον 2 ώρες σε αθλητικές δραστηριότητες;

Μονάδες 5



1139.

ΘΕΜΑ Β

Κατά τον μήνα Νοέμβριο οι απουσίες πέντε (5) μαθητών ήταν:
25, 10, 5, 20, 15.

B1. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή $\bar{x}$ (μον.4) και το εύρος (μον. 3) του παραπάνω δείγματος των πέντε μαθητών.

Μονάδες 7

B2. Να υπολογίσετε τη διακύμανση s^2 .

Μονάδες 7

B3. Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβολής CV του δείγματος (μον. 6) και να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές απαντώντας αιτιολογημένα (μον. 5).

Μονάδες 11

1140.

ΘΕΜΑ Γ

Οι χρόνοι (σε λεπτά) που χρειάστηκαν 50 μαθητές/μαθήτριες ενός ΕΠΑ.Λ, για να μεταβούν από το σπίτι στο σχολείο τους, έχουν ομαδοποιηθεί σε 4 κλάσεις ίσου πλάτους c , όπου

$$\frac{2}{c} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$$

όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Χρόνος σε λεπτά	Συχνότητα n_i	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$	Αθροιστική Συχνότητα N_i
[14, ...)	15	30	15
[..., ...)	20	40	...
[..., ...)	...	...	...
[..., ...)	5	...	50
Σύνολο	50	100	

Γ1. Να υπολογίσετε την τιμή του πλάτους c .

Μονάδες 8

Γ2. Για $c=8$ να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε.

Μονάδες 12

Γ3. Για $c=8$ να βρείτε το ποσοστό των μαθητών/μαθητριών που χρειάστηκαν τουλάχιστον μισή ώρα για να μεταβούν στο σχολείο τους.

Μονάδες 5



1141.

ΘΕΜΑ Γ

Ρωτήθηκαν οι μαθητές/τριες της Γ' τάξης ενός ΕΠΑΛ πόσες ώρες διέθεσαν στα μέσα κοινωνικής δικτύωσης την προηγούμενη εβδομάδα. Οι απαντήσεις τους ομαδοποιήθηκαν όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Κλάσεις [,)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα ν_i	$x_i \nu_i$
[8,12)	10	20	200
[12,16)	14	15	210
[16,20)		ν_3	
[20,24)		5	
	Σύνολο		

Δίνεται ότι ο μέσος χρόνος είναι $\bar{x} = 14$.

Γ1. Να δείξετε ότι $\nu_3 = 10$.

Μονάδες 8

Γ2. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον προηγούμενο πίνακα και να συμπληρώσετε τα κενά.

Μονάδες 6

Γ3. Να υπολογίσετε τη διακύμανση s^2 .

Μονάδες 6

Γ4. Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβολής CV. Είναι το δείγμα ομοιογενές; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

1142.

ΘΕΜΑ Β

Ο χρόνος αναμονής (σε λεπτά) ενός δείγματος επιβατών σε μία στάση λεωφορείου, κατά τη διάρκεια μίας ημέρας, ακολουθεί περίπου την κανονική κατανομή με μέση τιμή $\bar{x} = 5$ και τυπική απόκλιση $s = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{2(\sqrt{x}-1)}$.

Β1. Να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση s .

Μονάδες 6

Αν $s = 1$:

Β2. Να βρείτε το ποσοστό του δείγματος με χρόνο αναμονής από 3 έως 6 λεπτά.

Μονάδες 7

Β3. Να βρείτε τη διάμεσο δ (μον.1), τον συντελεστή μεταβολής CV (μον.2) και να εκτιμήσετε το εύρος R (μον.1).

Μονάδες 4

Β4. Αν ο χρόνος αναμονής 380 ατόμων είναι από 3 έως 7 λεπτά, να βρείτε το μέγεθος του δείγματος.

Μονάδες 8



1143.

ΘΕΜΑ Γ

Τα έτη υπηρεσίας των 50 υπαλλήλων μίας εταιρείας ομαδοποιήθηκαν σε 4 κλάσεις ίσου πλάτους, όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Έτη [,)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα n_i	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$	Αθροιστική Σχετική Συχνότητα $F_i\%$
[0, 10)	5	7	14	...
[10, 20)	15	$2\alpha + 4$	...	...
[20, 30)	25	10	...	...
[30, 40)	35	$3\alpha - 6$	...	100
Σύνολο		50	100	

Γ1. Να υπολογίσετε το α .

Μονάδες 5

Αν $\alpha = 7$:

Γ2. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον πίνακα και να συμπληρώσετε τα κενά.

Μονάδες 6

Γ3. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή $\bar{x}$.

Μονάδες 7

Γ4. α. Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα (μον.3) και το πολύγωνο (μον. 1) των αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων %.

β. Να εκτιμήσετε τη διάμεσο (μον. 3).

Μονάδες 7



1144.

ΘΕΜΑ Β

Ο παρακάτω πίνακας δίνει τον αριθμό των παιδιών ανά οικογένεια ενός δείγματος 20 οικογενειών.

Αριθμός παιδιών x_i	Συχνότητα v_i	Σχετική συχνότητα $f_i\%$	Αθροιστική συχνότητα N_i
0		25	
1			13
2	5		
3			
ΣΥΝΟΛΟ	20	100	

B1. Αφού μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό σας, να συμπληρώσετε σωστά τα κενά.

Μονάδες 9

B2. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή $\bar{x}$.

Μονάδες 6

B3. Να υπολογίσετε τη διάμεσο d (μον.3) και το εύρος R (μον.1).

Μονάδες 4

B4. α) Να βρείτε πόσες οικογένειες έχουν τουλάχιστον 2 παιδιά (μον.3).

β) Να βρείτε το ποσοστό των οικογενειών που έχουν το πολύ ένα παιδί (μον.3).

Μονάδες 6

1145.

Οι χρόνοι ομιλίας ατόμων στο κινητό τους σε λεπτά δίνεται από τον παρακάτω πίνακα

x_i	κέντρο	v_i	f_i	$f_i\%$	N_i	F_i	$F_i\%$
		2	0,05				
			0,1		6		
8,...							
	14	16			32		
	σύνολο						

- Να συμπληρώσεις τον πίνακα
- Να γίνει ιστόγραμμα και πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων%
- Να βρεις το ποσοστό των ατόμων που μίλησαν το πολύ 12 λεπτά
- Να βρεις το ποσοστό των ατόμων που μίλησαν τουλάχιστον 8 λεπτά
- Να βρεις μέτρα θέσεως
- Να βρεις μέτρα διασποράς



$v = 40, c = 4$

1146. Έξι διαδοχικοί ακέραιοι έχουν μέση τιμή 16,5 . Να βρεις τους αριθμούς και τη διάμεσό τους
1147. Έξι διαδοχικοί ακέραιοι έχουν μέση τιμή 26 . Να βρεις τους αριθμούς και τη διάμεσό τους
1148. Η μέση τιμή 5 αριθμών είναι 18 . Οι 3 απ αυτούς είναι 7 16 34 , να βρεις τους άλλους δύο αν γνωρίζεις ότι ο ένας είναι δεκαπλάσιος του άλλου
1149. Για τους αριθμούς $x_1, x_2, \dots, x_{20}$ η μέση τιμή είναι 12 και η τυπική απόκλιση 3 . Να αποδείξεις πως θα είναι η νέα μέση τιμή και τυπική απόκλιση για τους αριθμούς : $x_1 + 4, x_2 + 4, \dots, x_{20} + 4$
- $3x_1, 3x_2, \dots, 3x_{20}$ $\frac{x_1}{5}, \frac{x_2}{5}, \dots, \frac{x_{20}}{5}$ $2x_1 + 7, 2x_2 + 7, \dots, 2x_{20} + 7$
1150. Να σκεφτείς αν είναι δυνατό η μέση βαθμολογία μαθητή να είναι πάνω από τη βάση αν σε περισσότερα από τα μισά μαθήματα ο βαθμός είναι κάτω από τη βάση
1151. Σε κατανομή που έπρεπε να έχει 50 παρατηρήσεις , από λάθος καταχωρίστηκε και 51^η ο αριθμός 75 . Αν η λαθεμένη μέση τιμή είναι 40 , να βρεις τη σωστή
1152. Σε κατανομή που έπρεπε να έχει 40 παρατηρήσεις , από λάθος καταχωρήθηκαν 39 . Αν η λάθος μέση τιμή είναι 50 και η 40^η τιμή είναι 70 , να βρεις την σωστή μέση τιμή
1153. Σε διαγώνισμα στα μαθηματικά το 1/3 των μαθητών είπε ότι πήρε βαθμό κατά 1 μονάδα μικρότερο από τον αληθή , ενώ άλλο 1/3 είπε ότι πήρε βαθμό κατά 2 μονάδες περισσότερο από τον αληθή . Ποια η σχέση της αληθινής μέσης τιμής με την ψευδή
1154. Να σκεφτείς με ποιο τρόπο μπορείς σε 100 παρατηρήσεις με τιμές από 9990 έως 10010 να βρεις εύκολα τη μέση τιμή
1155. Σε ένα δείγμα 10 παρατηρήσεων με τιμή από 2 έως 5 , είναι δυνατό η μέση τιμή να είναι :
2; 5; 1,5; 6; 3,2 ;
1156. Το μέσο ύψος ομάδας 10 καλαθοσφαιριστών είναι 203 . Έρχονται με μεταγραφή 2 παίκτες 215 και 214 . Ποιος ο μέσος όρος ύψους τώρα;
1157. Η μέση ηλικία 25 αθλητών είναι 28 έτη . Αποδεσμεύτηκαν 5 με ηλικίες 32 32 33 34 34 και ήρθε νέο αίμα με ηλικίες 21 22 23 24 25 . Ποια η μέση ηλικία τώρα;
1158. Μαθητής δεν πήρε έπαινο (έπαινο παίρνει όποιος έχει μέσο όρο πάνω από 19) . Αδικήθηκε ή όχι όταν

Τάξη	Αριθμός μαθημάτων	Μέση βαθμολογία
Α' Λυκείου	8	18
Β' Λυκείου	12	19,1



Γ' Λυκείου	12	19,8
------------	----	------

1159. Μία τάξη έχει 45 μαθητές με μέση βαθμολογία 15,7 . Αν 24 αγόρια έχουν μέση βαθμολογία 15 να βρεις τη μέση βαθμολογία των κοριτσιών

1160. Η επίδοση ενός μαθητή σε 8 μαθήματα είναι : 14 16 17 18 13 19 15 12 . Να βρεις τη μέση τιμή . Ποιός ο σταθμικός μέσος αν οι συντελεστές στάθμισης των μαθημάτων είναι 2 1 2 2 1 2 1 1

1161. Μήνα Μάρτιο οι θερμοκρασίες ήταν : 10 12 14 11 8 9 10 15 14 14 12 13 11 10 7 9 11 13 15 20 20 20 22 22 22 22 25 25 22 25 22 , να

βρεις μέτρα θέσεως και διασποράς και αν το δείγμα είναι ομοιογενές

1162. Να βρεις μέτρα θέσεως και διασποράς όταν :

Επισκέψεις	Συχνότητα
0-2	14
2-4	16
4-6	10
6-8	6
8-10	4

1163. Η βαθμολογία 10 μαθητών είναι : 15 12 8 17 13 3 14 14 19 10 , να βρεις αν το δείγμα ομοιογενές

1164. Μέση τιμή βάρους μαθητών είναι 60 κιλά . Αν ο συντελεστής μεταβολής είναι 20% και

$$\sum x_i^2 v_i = 355680 \Rightarrow v = ;$$

1165. Σε κανονική κατανομή με μέση τιμή 30 και τυπική απόκλιση 2 να βρεις ποσοστό παρατηρήσεων μεταξύ : *28-32 *26-34 *24-32 *πάνω από 34 *το πολύ 30

1166. Παρέα μαθητών στο ερώτημα πόσες φορές πάτε σινεμά στη διάρκεια του έτους έδωσαν απαντήσεις με μέσο όρο 12 και τυπική απόκλιση 2 . Αν υποθέσουμε ότι έχουμε κανονική κατανομή να βρεις ποσοστό των μαθητών που πηγαίνει σινεμά : *κάτω από 10 φορές *πάνω από 16 *το πολύ 12 *10-16

1167. Σε 12 τιμές η μέση τιμή είναι 8 και η διακύμανση 15 . Αν $\sum_{i=1}^{11} (x_i - \bar{x})^2 = 144 \Rightarrow x_{12} = ;$



1168. 40 μαθητές λυκείου ρωτήθηκαν πόσα λογοτεχνικά βιβλία διαβάζουν : οι απαντήσεις κυμαίνονταν από 0 έως 20 , 8 είπαν κάτω από 4 , 20 κάτω από 8 , 4 πάνω από 16 , 10 πάνω από 12 . Να βρεις μέτρα θέσεως .
1169. Εισιτήρια σε αγώνα σε 10 γήπεδα στοιχίζουν : 30 20 50 20 40 30 70
30 40 60 ευρώ χωρίς φόρους . Ποια η μέση τιμή και τυπική απόκλιση ; . Πως θα αλλάξουν τα παραπάνω αν μπει φόρος 23% ; Πως θα αλλάξουν τα παραπάνω με έκπτωση 3 ευρώ ;
1170. Η μέση τιμή επτά αριθμών είναι 6 . Οι πέντε απ αυτούς είναι 2,4,6,8,10 . Να βρεις τους άλλους δύο αν ο ένας είναι διπλάσιος του άλλου
1171. Η μέση τιμή πέντε αριθμών είναι 4 , οι τρεις απ αυτούς είναι 2,4,6 . Να βρεις τους άλλους δύο αν ο ένας είναι τριπλάσιος του άλλου.
1172. Να συμπληρώσεις πίνακα κατανομών , να βρεις μέτρα θέσεως και διασποράς .

x_i	v_i
0	5
1	4
2	
3	8
σύνολο	20

1173. Να βρεις τη μέση τιμή στις παρακάτω περιπτώσεις :

x_i	f_i	x_i	$f_i \%$
1	0,2	0	10
2	0,3	1	20
3	0,1	2	30
4	0,4	3	40
Σύνολο		σύνολο	

1174. Αν η μέση τιμή 10 αριθμών είναι 2 , να συμπληρώσεις τον πίνακα

x_i	v_i
0	2
2	A
3	B



4	1
σύνολο	

1175. Να βρεις την τιμή του a ώστε οι αριθμοί να έχουν μέση τιμή 1 : $0, -4x + 2a, 2x + a, a, 2x + a$
1176. 5 μαθητές έχουν κατά μέσο όρο 10 ευρώ στην τσέπη τους . Αν έρθει ένας με 20 ευρώ , ποια η νέα μέση τιμή
1177. Τα ύψη 5 αθλητών είναι 178,180,185,190,195 .
- Ποια η μέση τιμή του ύψους ;
 - Ποια η νέα μέση τιμή αν φύγει αυτός που έχει ύψος 178 και έρθει ένας με 182 ;
1178. Εργοστάσιο με 20 εργαζομένους δίνει μέσο μισθό 1000 ευρώ . Να βρεις το νέο μέσο μισθό :
- αν ένας με 1000 ευρώ μισθό πάρει σύνταξη
 - αν έρθουν 2 νέοι εργαζόμενοι με μισθό 850 ευρώ ο καθένας
 - αν φύγει ένας με μισθό 900 ευρώ και προσληφθεί ένας με 800 ευρώ
1179. Σε 10 παρατηρήσεις με μέση τιμή 50 , μετά από έρευνα παρατηρήθηκε ότι 5 από τις παρατηρήσεις υπερεκτιμήθηκαν κατά 5 μονάδες , 4 παρατηρήσεις υποεκτιμήθηκαν κατά 10 μονάδες . Να βρεις τη σωστή μέση τιμή .
1180. Σε εργοστάσιο : 10 εργάτες έχουν μέσο μισθό 600 ευρώ , 5 εργοδηγοί μέσο μισθό 800 ευρώ , 2 διευθυντές μέσο μισθό 1200 ευρώ . Να βρεις το μέσο μισθό όλων των υπαλλήλων .
1181. Μία παρέα 6 μαθητών έχει μέσο ύψος 170 . Μία 2^η παρέα 7 μαθητών έχει μέσο ύψος $173\frac{1}{2}$ και μία 3^η παρέα 8 μαθητών έχει μέσο ύψος 180 . Αν συναντηθούν όλοι μαζί , ποιος θα είναι ο μέσος όρος τους ;
1182. Σε εργοστάσιο ο μέσος μισθός 30 εργατών είναι 800 ευρώ . Αν 12 απ αυτούς έχουν μέσο μισθό 1000 ευρώ , να βρεις το μέσο μισθό των υπολοίπων .
1183. Το μέσο βάρος 100 φοιτητών είναι 70-κιλά . Το μέσο βάρος των αγοριών είναι 80 και το μέσο βάρος των κοριτσιών 60 κιλά . Να βρεις το πλήθος των αγοριών και των κοριτσιών .
1184. Να βρεις το $k \in \{-1, 0, 1\}$ ώστε οι αριθμοί $k + 1, 2k, k^2, 3k + 1$ να έχουν $\delta < \bar{x}$
1185. Να βρεις το $a \in \{0, 1, 2\}$ ώστε οι αριθμοί $3, a + 2, a^2, a^3 + 2$ να έχουν $\delta > 3$
1186. Η μέση τιμή και η διάμεσος 5 αριθμών είναι 10 . Οι 3 απ αυτούς είναι 2,12,20. Να βρεις τους άλλους 2



Πίνακας	1	Πίνακας	2	Πίνακας	3	Πίνακας	4	Πίνακας	5	Πίνακας	6
x_i	v_i	x_i	v_i	x_i	$f_i\%$	x_i	$f_i\%$	x_i	$f_i\%$	x_i	v_i
4	14	4	8	3	15	2-4	20	8	25	8	6
6	16	6	κ	4	A	4-6	30	10	30	10	8
8	18	8	10	7	20	6-8	42	12	20	12	10
12	A	10	14	8	35	8-10	8	14	25	14	6
18	16	12	16	11	B	σύνολο		σύνολο		σύνολο	
σύνολο		14	12	σύνολο							
		σύνολο									

1187. Να βρεις την τιμή του A ώστε η διάμεσος να είναι 10 στον «πίνακα 1» .
1188. Να βρεις την τιμή του κ στον «πίνακα 2» αν $\delta = \bar{x} = 9$
1189. Αν η μέση τιμή 5 αριθμών είναι διπλάσια της διαμέσου και οι 4 απ αυτούς είναι 1,6,2,22 , να βρεις τον 5^ο αριθμό .
1190. Να βρεις τους αριθμούς A,B ώστε η διάμεσος του «πίνακα 3» να είναι 7,5
1191. Να βρεις τη διάμεσο στους «πίνακες 4-5-6»
1192. Για 5 τιμές ισχύει : $\bar{x} = 10, S = 2, \sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x})^2 = 16 \Rightarrow x_5 = ;$
1193. Για 2 διαφορετικές λίστες δεδομένων A και B ισχύει : $\bar{x}_A = 20, S_A = 4$ & $\bar{x}_B = 15, S_B = 3$. Ποια από τις δύο λίστες έχει μεγαλύτερη ομοιογένεια ;
1194. Στις θερμοκρασίες ενός μήνα είχαμε μέση τιμή -2 και διασπορά 4 . Να βρεις το συντελεστή μεταβολής
1195. Αν $CV = 30\%, S^2 = 9 \Rightarrow \bar{x} = ;$
1196. Καλώδιο μήκους 20 μέτρων το κόβεις σε 10 κομμάτια με μήκη :
- $$x_1, x_2, \dots, x_{10}, \sum_{i=1}^{10} (x_i - 2)^2 = 45 \Rightarrow CV = ;$$
1197. Δείγμα n τιμών με $\bar{x} = -10, CV = 30\%, \sum_{i=1}^n (x_i + 10)^2 = 180 \Rightarrow n = ;$
1198. Βαθμοί μαθητών τάξης σχολείου ακολουθούν κανονική κατανομή με μέση τιμή 14 και τυπική απόκλιση 2 .Να βρεις το ποσοστό των μαθητών με βαθμό :
- Κάτω από 10



- Πάνω από 16
- Από 12 έως 16
- Το πολύ 8
- Τουλάχιστον 18

1199. 200 μαθητές σε κανονική κατανομή : 5 φοράνε παπούτσια με νούμερο τουλάχιστον 42 , 32 μαθητές φοράνε νούμερο το πολύ 35 . Να βρεις πόσοι μαθητές φοράνε από 35 έως 42



kglykos.gr